

مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (٣)

علم الهندسة والمناظر
في القرن الرابع الهجري

(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)

الدكتور رشدي راشد

الدكتور رشدي راشد

- مدير مركز تاريخ العلوم العربية والعصر الوسيط.
- مدير أبحاث في المركز الوطني للبحث العلمي - باريس.
- أستاذ في جامعة طوكيو.
- مدير تحرير مجلة العلوم والفلسفة العربية (جامعة كامبريدج).
- عضو الأكاديمية الدولية لتاريخ العلوم.
- عضو مراسل في مجمع اللغة العربية في القاهرة.
- عضو أكاديمية علوم العالم الثالث.
- ساهم في مؤلفات عدة بالفرنسية والعربية حول تاريخ الرياضيات والعلوم منها: **عناصر تاريخ العلوم؛ الباهر في الجبر للسموأل؛ الرياضيات والمجتمع؛ صناعة الجبر عند ديوفانطس؛ أبحاث في تاريخ الرياضيات؛ دراسات عن ابن سينا؛ الأعمال الرياضية لشرف الدين الطوسي في الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر؛ العلوم في عهد الثورة الفرنسية، وتاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب.**
- نشرت له عشرات المقالات العلمية بالفرنسية والانكليزية والعربية والروسية في دوريات عالمية.

الطبعة الثانية

الثمن :
أو

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «سادات تاور» شارع ليون ص.ب: ٦٠٠١ - ١١٣
الحمراء - بيروت ٢٠٩٠ ١١٠٣ - لبنان
تلفون: ٨٦٩١٦٤ - ٨٠١٥٨٢ - ٨٠١٥٨٧
برقياً: «مرعربي» - بيروت
فاكس: ٨٦٥٥٤٨ (٩٦١١)

e-mail: info@caus.org.lb

Web Site: http://www.caus.org.lb

علم الهندسة والمناظر

في القرن الرابع الهجري

(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)



مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (٣)

علم الهندسة والمناظر
في القرن الرابع الهجري

(ابن سهل - القوهي - ابن الهيثم)

الدكتور رشدي راشد

ترجمة: الدكتور شكر الله الشالوحي
مراجعة: الدكتور عبد الكريم العلاف

الفهرسة أثناء النشر ـ إعداد مركز دراسات الوحدة العربية

راشد، رشدي
علم الهندسة والمناظر في القرن الرابع الهجري (ابن سهل ـ القوهي ـ ابن الهيثم)/ رشدي راشد؛ ترجمة شكر الله الشالوحي؛ مراجعة عبد الكريم العلاف.
٥٣٢ ص. ـ (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٣)
ببليوغرافية: ص ٥١٩ ـ ٥٢٧.
يشتمل على فهرس.
١. الهندسة (رياضيات). ٢. ابن سهل، أبو سعد العلاء. ٣. ابن الهيثم، محمد بن الحسن. ٤. القوهي، أبو سهل. أ. الشالوحي، شكر الله (مترجم). ب. العلاف، عبد الكريم (مراجع). ج. العنوان. د. السلسلة.
620.0042

«الآراء الواردة في هذا الكتاب لا تعبّر بالضرورة
عن اتجاهات يتبناها مركز دراسات الوحدة العربية»

عنوان الكتاب بالفرنسية
Géométrie et Dioptrique au X^e Siècle
Ibn Sahl, Al - Qūhī et Ibn Al - Haytham

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «سادات تاور» شارع ليون ص.ب: ٦٠٠١ ـ ١١٣
الحمراء ـ بيروت ٢٠٩٠ ١١٠٣ ـ لبنان
تلفون : ٨٦٩١٦٤ ـ ٨٠١٥٨٢ ـ ٨٠١٥٨٧
برقياً: «مرعربي» ـ بيروت
فاكس: ٨٦٥٥٤٨ (٩٦١١)
e-mail: info@caus.org.lb
Web Site: http://www.caus.org.lb

حقوق الطبع والنشر محفوظة للمركز
الطبعة الأولى: بيروت، آب/أغسطس ١٩٩٦
الطبعة الثانية: بيروت، كانون الثاني/يناير ٢٠٠١

المحتويات

مقدمة المترجم

تشكل حياة البشرية الممتدة على مئات آلاف السنين مغامرة شيِّقة في عالم الاكتشاف والمعرفة، مكّنت الإنسان من استخدام العصا، فالحجر، فالمعدن، وسمحت بتدجين النار، فالماء والهواء، فالتفاعلات الكيميائية، فالذرّة.

وتكاد المرحلة الممتدة على الألوف العشرة الأخيرة منها أن تتميز بتراكم نوعي يحوِّلها إلى حقبة من نوع آخر هي، برأينا، حقبة البناء الحضاري. وتبدو مغامرة التحضر كأروع قصص البشرية وأكثرها برهاناً على وحدتها، مغامرة ما نزال نعيش في خضمّها المتفاعل، نشارك فيها ثلاثمئة جيل من أجدادنا، في عظمة المعرفة وجمال الشعور بالمساهمة في حُجَير بسيط في صرح البناء الحضاري.

ومن البديهي أن تاريخ العلوم لا يتجزأ عن تاريخ صانعيها لكنه لا ينحصر مطلقاً به! فللعلوم «حياتها» وصيرورة تطورية خاصة بها تجعلها، على رغم ارتباطها بواقعها السياسي والعسكري، متلاحمة مع ماضيها تنبعث منه وتتطور! فلا تكون بذلك مجرّد «تابع» أو «جزء» من تاريخٍ عظيم ما أو أمةٍ ما. . . إن تطوّر العلوم، كحلقة أساسية من الحلقات المتلاحمة المشكّلة الحضارة ككل، تجعل من تاريخ البشرية عملية تتابع وتكامل تتعارض في ذلك مع التباين والانقسام النابع من التاريخ السياسي والعسكري للبشرية!

وتاريخ الحضارة من حيث إنه تاريخ تلك المغامرة البشرية المتتابعة والمتواصلة، يختلف بشكل تام عن تلك الصورة التي حاول الغرب بشكل خاص، إرساءها في معظم العقول. فبشكل واع أو غير واع، صُوّر تاريخ الحضارة وكأنه مجرد قمتين تقع **أولاهما** عند اليونان **وثانيتهما** مع الغرب الأوروبي؛ فإذا ما أضيف تأثير حضارة «قديمة» ما، فبشكل نقاط واهية يُراد لها

أن تبدو كفتاتات بعيدة عن كل تتابع أو تكامل...

وهدف تصوير تاريخ الحضارة بشكل كهذا لا يمكن إلا أن يصبّ في خضم تلك المحاولات العاملة على تقسيم البشرية ما بين شرق «عاطفي» وغرب «منطقي»، إذ يكفي لبرهنة ذلك إضفاء صفة «الغربي» على تلك المساهمة اليونانية العظيمة، صفة تتناقض مع امتداداتها الجغرافية ومناطق وجودها وتواصلها السابق واللاحق...

ومحاولات الدفاع، المشرقية عموماً والعربية خصوصاً، غالباً ما تتمثل بتقبّل هذه الفلسفة «التشويهية» للحضارة، وبالإكتفاء بمحاولة إضافة قمة ثالثة ما بين القمتين السابقتين هي «قمة الحضارة العربية»! إن نظرة موضوعية واعية تشق طريقها على الرغم من كل العوائق؛ هذه النظرة ترتكز، لا محالة، على وحدة التجربة البشرية وعلى فلسفة الحضارة التواصلية التكاملية الممتدة على مدى آلاف عشرة من السنين.

هذه النظرة تقودنا، لا محالة، إلى رؤية أكثر شمولية للتاريخ البشري وللحضارة كمغامرة موحدة له، مغامرة كان المشرق الأدنى أرضاً خصبة ومرتعاً متتابعاً لها، وكان مركزاً أسهم في إغنائه موقعه الجغرافي ووظيفته الاقتصادية على مر العصور وعلى طول بضع مئات من الأجيال... فالتجارة نشاط تلاحم دوماً مع الحضارة، ترابط بها، وتفاعل معها، وتعاظم بتعاظمها... والتجارة عملت دوماً على قبول الآخر وتقبّل ما لديه من علم ومعرفة واستيعاب منتوجاته المادية منها والفكرية، ونقلها وخلق الجديد منها...

وظيفة المشرق المتوسطي جعلت منه القاعدة التي امتدت فيها وتواصلت على مدى أكثر من عشرة آلاف من السنين، الحضارة بأبعادها المختلفة، وبمساهمات متنوعة تفاعلت في ما بينها أو أعطت دفعاً جديداً لما ضعف منها، مساهمات اشترك وتتابع بالاشتراك فيها المصريون والسامريون والبابليون والفينيقيون واليونان والفرس و... الخ. هذه المساهمات تكاملت في ما بينها دافعة بركب الحضارة إلى الأمام، على الرغم من التقاطع السياسي والانقطاع التصارعي، والحروب التي غالباً ما كانت نتيجتها في هذه المنطقة من العالم تغيير ساكن القصر مع متابعة للواقع الاقتصادي وللأسس الحضارية للمنطقة في دينامية جديدة.

وتقع عملية الانفصام الأساسية في تاريخ البشرية الحضاري مع اكتشاف

الأمريكيتين وما استتبعه من غنى للغرب المنسي قبلها على شاطىء بحر الظلمات، وتعميق هذا الانفصام حمله اكتشاف طريق رأس الرجاء الصالح بُعيد ذلك، وما أدى إليه، منذ قرابة خمسة عشر جيلاً، من تهميش لدور المشرق الاقتصادي وانحسار لتأثيره الكوني.

وأروع ما في المرحلة العربية من المغامرة الحضارية امتداداتها المتعددة على الصُعد كافة، بمصادرها وأسسها الفكرية ومنابعها، وبأجناس المشتركين فيها، وبقومياتهم، وبأديان المضطلعين بها، وبتواصلهم... فإذ بها عربية لا قومية أو عرقية أو ما شابه ذلك من أطر ضيقة، بل عربية الصفة واللغة بمرتكز أساسه تلك التعددية الرائعة التي قد تعبّر عنها كلمة أمة...

د. شكرالله الشالوحي

١٤ تشرين الثاني ١٩٩٣

مقدمة

هذا الكتاب هو ثمرة وصلٍ بين مشروعَي بحثٍ تزامن العمل فيهما منذ أمد طويل. كان **أولهما** يهدف إلى تقييم مدى تأثير كتاب **المناظر** لبطليموس (وخصوصاً المقالة الخامسة منه المتعلقة بانكسار الضوء) في علم المناظر عند العرب. أما المشروع **الثاني** فقد رمينا من ورائه إلى قياس تأثير هندسة أرخميدس وأبولونيوس في البحث في الرياضيات في القرنين التاسع والعاشر للميلاد بشكل خاص.

إن هذين المشروعين، وإن بديا للوهلة الأولى مستقلين بعضهما عن بعض، هما مترابطان ارتباطاً وثيقاً، فكلاهما يقودنا إلى الرياضي والفيزيائي ابن الهيثم المتوفى سنة ١٠٤٠ الذي تعدّ أعماله أساسية، ليس بالنسبة إلى تاريخ العلوم عند العرب فحسب، بل وعند الأوروبيين كذلك.

هذان المشروعان يقودان، بحسب رأينا، إلى هدف واحد نسعى إليه في دراستنا هذه، كما سعينا إليه في دراستنا السابقة المتعلقة بتاريخ الجبر ونظرية الأعداد. هذا الهدف يتعلق بإبراز الوقائع العلمية الكلاسيكية ضمن الإمكانات المتوفرة لدينا، كي يسهل علينا فهم آلية انبثاقها وتطورها.

ولقد قام ابن الهيثم، باعتراف معظم مؤرخي العلوم، بأول إصلاح لعلم المناظر ليشمل مواضيع لم يتطرق إليها أسلافه الهيلينستيون. إن مشروعنا الأول يدرس بالتحديد الشروط التي جعلت ممكناً القيام بهذا الإصلاح في علم المناظر خصوصاً، وفي الفيزياء عموماً، كما يتناول أسباب التوسع في مجالات البحث.

وكان من البديهي أن يقودنا هذا التفكير إلى قراءة جديدة لتاريخ فصول عدة من علم المناظر: المرايا المحرقة أولاً، ومن ثم النظرية الهندسية للعدسات وصولاً إلى علم انكسار الضوء.

ولم يكن هذا الاختيار وليد صدفة، بل أوحت به المجالات المتعددة التي تناولها ابن الهيثم والتي لم ير المؤرخون فيها سوى أعمال متناثرة. فلقد تناول ابن الهيثم بالدراسة المرايا المحرقة والكرة المحرقة، كما أفرد أجزاءً كاملة من مؤلَّفه **كتاب المناظر** للكاسر الكروي.

غير أنه لا يكفي سرد الوقائع، مهما بلغت درجة دقته، لفهم الإصلاح الذي أدخله ابن الهيثم، بل يتوجب التساؤل عن طبيعة هذه الأعمال وعن الروابط التي تحبكها في ما بينها وبين مجمل بحثه في علم المناظر.

إن هدفنا واضح: فانطلاقاً من تحديدنا موقع دراسات ابن الهيثم حول المرايا والكرات والكواسر في مجمل مساهماته، نتجنب الوقوع في الفخ المنصوب لمؤرخي ابن الهيثم؛ هذا الفخ يتجسّد بتصور ابن الهيثم وكأنه الوريث البارز المباشر (من دون أي وسيط) لبطليموس، وبالانطلاق من هذا التصور لفهم أعماله وكأنها متابعة لأعمال العالِم الإسكندري مع بعض التعارض والتباين المحدود معه.

ومهما يكن من أمر، فإن دراستنا هذه الفصول المختلفة قادتنا إلى اكتشاف نتاجٍ لم يكن وجوده يخطر ببال، فمكّنتنا من تحديده وإعادة بنائه، وسمحت لنا بإبراز وجه كان حتى الأمس القريب، في طيّ النسيان.

هذا النتاج هو دراسة تظهر فيها وللمرة الأولى النظرية الهندسية للعدسات. أما الوجه فهو وجه رياضي من الطراز الأول عاش في النصف الثاني من القرن العاشر، عُرف باسم ابن سهل، كان ابن الهيثم قد عرفه وقام بدراسته.

وقد قادنا هذا الاكتشاف إلى إعادة النظر في تاريخ الانكساريات بالشكل المتبع حتى الآن، إذ بدا جلياً أن نظرية الانكساريات ليست من نتاج علماء نهاية القرن السادس عشر، وأن دراسة انكسار الضوء ومعرفة قانون سنيلليوس يرجعان إلى القرن العاشر، كما سنبيّن ذلك لاحقاً. هذه النتائج، إضافة إلى غيرها، تفرض تصوّراً جديداً للتاريخ، خصوصاً أن موقع ابن الهيثم نفسه قد تغير في ضوء ذلك: لقد بتنا نعرف أن له أسلافاً آخرين عدا بطليموس وأنه، في الحقبة الممتدة من هذا الأخير إليه، كانت قد ظهرت اختراعات تبيِّن جلياً أن الإصلاح الذي قام به ابن الهيثم كان على حساب تقهقرٍ نسبي سنوضحه لاحقاً: فبدلاً من الانطلاق من قانون سنيلليوس الذي اكتشفه ابن سهل، يعود ابن الهيثم إلى مقارنات النسبة ما بين الزوايا. من هنا أضحى موضوع ظروف الإصلاح الذي قام به ابن الهيثم يُطرح بشكل جديد مختلف في ظروف تغيرت في ضوء وجود دراسات ابن سهل.

وكي يحظى المؤرخون بالمادة الضرورية لتأريخٍ جديدٍ لعلم الانكساريات، وكي يتمكن القراء من الحكم انطلاقاً من المعطيات المتوفرة، وجدنا لزاماً علينا تقديم النصوص الأساسية لعلم الانكساريات عند العرب، أي أهم ما كُتب في هذا المجال قبل القرن السابع عشر. لذا قمنا، وللمرة الأولى، بتحقيق «الرسالة» المكتشفة حديثاً لابن سهل، وكذلك ما وصل إلينا من دراساته الأخرى المتعلقة بالبصريات؛ إضافة إلى كتابات ابن الهيثم وتعليقات كمال الدين الفارسي حولها. وهكذا فلقد أثبتنا وشرحنا ستة نصوص هي: «رسالة» ابن سهل ومذكرته حول صفاء الفلك ونصين من كتاب ابن الهيثم السابع في **كتاب المناظر** ـ يبحث النص الأول في الكاسر الكروي والنص الآخر في العدسة الكروية ـ و«رسالته» حول الكرة المحرقة، وشرح كمال الدين الفارسي لها. ولم يُطبع من هذه النصوص إلا الأخير منها، وكانت طباعته ضمن نشرة غير علمية صدرت في حيدرآباد، تمّ بعدها ترجمته بتصرف إلى الألمانية.

ولا تقتصر أهمية البحث في المرايا المحرقة والعدسات على المجالين الأساسيين المتعلقين بانعكاس الضوء وانكساره، بل تتعداهما لتشمل وبدرجة موازية، علم «الهندسة». فالواقع إنه لم يُنوّه بشكل كاف حتى الآن بإحدى السمات البارزة للرياضيات في ذاك العصر، والمتعلقة بازدياد لم يسبق له مثيل في الاتجاه التطبيقي. هذه الاتجاهات مورست أساساً في الحقلين المذكورين أعلاه، إضافة بشكل خاص، إلى علم الرصد الفلكي. فلا عجب إذاً أن يكون الرياضيون الذين عملوا في هذا المضمار بهذه النزعة قد انتموا إلى المدرسة الأرخميدسية الجديدة والأبولونية. وهذا ما يعيدنا إلى مشروع بحثنا الثاني المتعلق بتاريخ الرياضيات.

خُصّص مشروع البحث الثاني هذا للأرخميدسيين الجدد، هؤلاء الرياضيون الذين حاولوا في الحقبة الممتدة ما بين القرنين التاسع والحادي عشر، استعادة طرق أرخميدس أو تجديدها بغية حساب مساحات السطوح المنحنية، وأحجام المجسمات الناجمة عنها، ليتمّ تحديد مراكز الثقل فيها، والذين طوروا الهندسة التحليلية بفضل تمكنهم من نظرية القطوع المخروطية. وقد بلغ هذا التقليد، هو الآخر، ذروة مجده مع ابن الهيثم. ومرة أخرى، ارتكازاً على أبحاثنا في تاريخ هذه العلوم، وجدنا ابن سهل يفرض نفسه كأحد أكثر الوجوه بروزاً، بل إنه انتمى إلى طائفة من رياضيين انخرطوا في معظم هذه الدراسات، منهم أسماء لمعت في النصف الثاني من القرن العاشر أمثال القوهي والصاغاني والسجزي... لقد اهتم ابن سهل

بمسائل شتى كحساب مساحة قطع مكافئ، وتحديد مراكز الثقل، وإنشاء المسبّع في الدائرة، والتحليل الهندسي... الخ. ولكونه عالماً في انكساريات الضوء وانعكاسه، فقد اهتم ابن سهل بالخصائص البصرية للمخروطيات وبطرق الإنشاء الميكانيكي لرسمها رسماً متواصلاً.

ويمكننا القول إن هذا المنحى التطبيقي للبحث الهندسي، والذي اقتضته ضرورات الدراسات البصرية، يظهر مرة أخرى في حل بعض المسائل المطروحة من قبل الفلكيين. فانطلاقاً من دراسة الاسطرلاب، انكبّ القوهي وابن سهل على دراسة إسقاطية الكرة. هذا المجال الجديد في البحث الهندسي بُني وبشكل جلي من قبل القوهي في «رسالته» حول نظرية الاسطرلاب الهندسية، ومن قبل ابن سهل في شرحه إياها. والمقصود بـ«الشرح» ها هنا، الإيضاحات التي حملها ابن سهل إلى النقاط الأقل وضوحاً في هذه النظرية، وإتمامه بعض براهين القوهي. وهكذا نعي وبسهولة تامة، لماذا خصص ابن سهل، مُنظّر علم المخروطيات والمناهج الإسقاطية، بحثاً كاملاً لدراسة الخصائص التوافقية للقطوع المخروطية الثلاث. وعلى الرغم من أهميتها في تاريخ المناهج الإسقاطية والبحث في المخروطيات، أي في مجمل تاريخ الهندسة، لم تحظ هذه الأعمال العلمية الثلاثة بأية دراسة على الإطلاق حتى الآن. لقد قمنا وللمرة الأولى ها هنا بإثباتها هي الأخرى وبترجمتها(*).

تبيّن دراسات ابن سهل الرياضية هذه، إضافة إلى «رسالة» القوهي، تلك الروابط الوثيقة القائمة ما بين البحث الهندسي من جهة والبحث البصري والفلكي، من جهة أخرى، والتي هي برأينا ميزة أعمال ذاك العصر الباهرة. وهكذا يظهر لنا بوضوح تام كيف أن رياضيي القرن العاشر طوروا الهندسة الهلّينستية، واستحدثوا حقولاً هندسية جديدة، كالطرق الاسقاطية في هذا المجال والهندسة الجبرية في مجال آخر. ونرى أخيراً كيف أن ابن الهيثم في مجالي البحث والطرق المتّبعين قد انتمى إلى مدرسة، يمكّن الإلمام بأعمال ابن سهل من الإحاطة الموضوعية بها.

فالواقع إن تأريخ هذه المدرسة جوهري لمن يود الإحاطة بنقاط التقاء ابن الهيثم بها، وكذلك بمواقع تباينه وانقطاعه عنها.

خطان اثنان أديا إذاً إلى انبثاق هذا الكتاب وأملى التقاؤهما اختيار عنوانه الحالي: **أولهما** يتابع مسيرة ابن سهل ليقف عند مجمل كتاباته التي وصلتنا في مجالي

(*) يقصد المؤلف أنه ترجمها إلى الفرنسية (المترجم).

البصريات والرياضيات. أما **الثاني** فيواكب تاريخ مجالات تطبيق ثلاثة للهندسة: الانكساريات، والتحليل الهندسي ـ وعلى الأخص نظرية المخروطيات لحل بعض مسائل الإنشاء الهندسي ـ والطرق الإسقاطية. من جهة أخرى، يتألف هذا الكتاب من أقسام ثلاثة، خصّصت كالتالي: **أولها** لتدوين تاريخ علم الانكساريات العربي وابن سهل الرياضي، **والثاني** للنصوص المثبتة (مرفقة بترجمة لها)، أما **الثالث** فللملاحظات المكملة الضرورية لاستيعاب النص، وللفهارس. وقد راعينا في مجال إثبات النصوص وترجمتها إتّباع أكثر المعايير صرامةً، بل أكثرها «غلواً»، بحسب نعت لا نرفضه البتة. إن عملنا كمؤرخين يخضع لبناء وظيفي: أن لا نرتبط مسبقاً بمنهجية، بل، على العكس تماماً، أن نلتزم النظرة الوحيدة التي تمكّن من رسم الوقائع وفهمها. وبالفعل كيف يمكن عرض هذه الوقائع، بل كيف يمكن اكتشافها ونقلها، من دون تحليل لبنية المفاهيم التي انصهرت فيها والصلات التي ربطتها مع غيرها، والمسائل التي انبثقت منها، والمتغيرات والالتواءات التي أصابتها، وصولاً إلى سوء الفهم الذي وقعت ضحيته. اعتبارات جمة ضرورية لاسترجاع، ولو جزئي، لهذا النشاط المنطقي السابق والمحدد. إن الاكتفاء بالتواريخ وببحث المؤثرات، أو بمجرد إيجاد العلاقة من فحوى نص معين، يبقى ذا أهمية محدودة، على الرغم من وشاح الدقة التحليلية أو المرجعية المزعومة التي تتستر بها كتابات كهذه.

ولقد حققت جزءاً مهماً من هذا الكتاب أثناء إقامتي في معهد Institute for Advanced Study-Princeton خلال العام ١٩٨٦ـ١٩٨٧، وفي صيف ١٩٨٨. أتمنى أن يجد مارشال كلاجت (Marshall Clagett) هنا في هذا العمل تعبيراً عن امتناني الصادق لصداقته التي خصني بها. كما أشكر أيدين سايلي (Aydin Sayili) ورَسِل (G. Russel) مساعدتي في الحصول على صورة عن مخطوطة المقالة السابعة لابن الهيثم. كما أشكر أمناء مكتبات ميللي (طهران)، وكولومبيا (نيويورك)، والسليمانية (استانبول)، ومكتبة جامعة ليدن، وجميع الذين سهلوا عملي. كما أخص ألين أوجر (Aline Auger) بالشكر لمساعدتها القيمة على تصحيح الطباعة وتدقيق الفهارس.

رشدي راشد

تشرين الأول ١٩٨٦ ـ آذار ١٩٩٠

الفصل الأول

ابن سهل وبداية علم الانكساريات

مقدمة

لم يصلنا من أعمال ابن سهل في البصريات سوى مخطوطتين: **أولاهما** رسالته **الآلات المحرقة** التي كتبها في بغداد ما بين عامي ٩٨٣ و٩٨٥ وأهداها إلى البويهي ملك تلك الحقبة. أما **الثانية**، وهي كتيّب **البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء**، فنحن نجهل تاريخ تأليفهما. هل بإمكاننا الجزم بأن هاتين المخطوطتين تمثّلان مجمل أعمال ابن سهل في البصريات؟ الحقيقة إنه ليس بمقدورنا الآن الإجابة عن هذا السؤال بشكل أكيد، غير أن هاتين المخطوطتين كافيتان لإعطائنا برهاناً لا شك فيه على أهمية إسهام ابن سهل في مجال البصريات إنْ على صعيد البحث العلمي بحد ذاته، أو على صعيد الدور التاريخي الذي يلعبه. وهما تكشفان، من جهة أخرى، عن المصادر الأساسية للبحث في علم البصريات في تلك الحقبة والتي هي، باعتراف ابن سهل نفسه، أعمال الانعكاسيين القدامى حول المرايا المحرقة، من جهة، وكتاب **المناظر** لبطليموس من جهة أخرى. في مقدمة «رسالته»، يذكر ابن سهل اطلاعه على كتب عدة للانعكاسيين القدامى والتي عالجت مسألة المرايا المحرقة ولكنها لم تتطرق إلى موضوع العدسات على الاطلاق. ويبقى هذا القول، وللأسف الشديد، عاماً وغامضاً إذ لا يذكر ابن سهل اسماً ولا عنواناً، وسنعمد لاحقاً إلى طرح بضعة أسماء أمثال أنتيميوس الترالي والكندي. أما في ما يخص بطليموس، فابن سهل يستشهد بكتاب **المناظر** ويتمعن بشكل خاص بتفحص الجزء الخامس منه الذي كرسه بطليموس للانكسار.

إن التقاء هاتين المدرستين (مدرسة الانعكاسيين والمدرسة البطليموسية) بمعزل عن أية مدرسة أخرى (كمدرسة جالينوس أو مدرسة الفلاسفة)، يلقي الضوء على

اسهام ابن سهل، ويسمح برؤية انطلاقة علم الانكساريات. وكما سنبيّن لاحقاً، فإن التقاء نظرية الانكسار كما وردت في كتاب **المناظر** عند بطليموس، بأبحاث الانعكاسيين حول المرايا المحرقة، شكل النبع الذي استقى منه ابن سهل علم الانكساريات. من هنا، فإن هذا العلم كان بعيداً في انطلاقته عن كل تساؤل حول النظر والرؤية، وهو بذلك وليد علم الانعكاسيات.

مسألتان اثنتان، مختلفتا الطبيعة على الرغم من ترابطهما الوثيق، هيمنتا على أبحاث الانعكاسيات في موضوع المرايا المحرقة. **أولاهما**، ذات طابع نظري يتعلق بالخصائص الهندسية للمرايا، ومدى قدرتها على إشعال المواد القابلة للاحتراق تبعاً للمسافة وموقع المنبع الضوئي. هذه المسألة تعود إلى دوزيته (Dosithée)، مراسل أرخميدس، أو إلى ديوقليس[١]. أما المسألة **الثانية** فهي تاريخية الطابع، انطلقت منذ حوالى القرن السادس وارتكزت على التساؤل عن مدى صحة اسطورة إحراق أرخميدس أسطول مرسيللوس (Marcellus)، إبان هجومه على سرقسطة. وقد تساءل الانعكاسيون البيزنطيون أمثال أنتيميوس الترالي، عن شكل المرآة وأجزاء جهاز أرخميدس الانعكاسي. هاتان المسألتان نفسهما نجدهما لدى ابن سهل في القرن العاشر؛ إنهما إذاً مسألتان مرتبطتان بتقليد عميق الجذور.

ولا يخفى علينا الآن أنه لم يكن لابن سهل الأسبقية في طرح هاتين المسألتين لدى العرب، فالفيلسوف والعالم الكندي قد طرحهما في «رسالة» مهمة درس فيها موضوع المرايا المحرقة عاملاً على تشذيب نقائص أبحاث أنتيميوس[٢]، كما إن

---

(١) ورد في مجموعة ديوقليس المعربة: «وأما هيبوداموس المنجم، فإنه لما نظر إلى أرقازيا وقدم فيها سألنا كيف نجد بسيط مرآة متى وُضعت قبالة الشمس اجتمعت الشعاعات التي تنعطف منه إلى نقطة فأحرقت»، ويتابع ديوقليس مؤكداً أن مسألة «إنشاء مرآة تتلاقى الأشعة المتعكسة فيها في نقطة واحدة ما قد أوجد دوزيته حلاً لها. انظر: Rushdi Rashid, *Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.

(٢) كتب أنتيميوس الترالي بهذا الصدد: «وبما أنه من غير الجائز تسفيه اسم أرخميدس الذي أجمعت الروايات على أنه أحرق سفن العدو بأشعة الشمس، نرى إذاً أن المسألة لا بد من أن تكون ممكنة». انظر: P. Ver Eecke, *Les Opuscules mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémius* (Paris: Bruges, 1940), p. 51.

ومن ناحية أخرى، كتب الكندي في مطلع رسالته، بعد أن ذكّر بأسطورة أرخميدس: «فهذا قول أنتيميوس. وقد كان يجب على أنتيميوس ألا يقبل خبراً بغير برهان في التعليم وفي صناعة الهندسة خاصة». ويتابع الكندي في مكان آخر: «ونعرض ذلك على أوضح ما يمكننا وأقربه ومبيّن بالبراهين الهندسية». انظر: Rushdi Rashid, *L'Œuvre optique d'al-Kindi*.

كتاب عطارد[٣] وشهادة المفهرس ابن النديم[٤] يظهران أن البحث في موضوع هذه المرايا كان شديد الحيوية قُبيل قيام ابن سهل بأبحاثه.

غير أننا نشهد مع ابن سهل انطلاقة مسألة جديدة. ففي مقدمة «رسالته» يوضح ابن سهل، ومن دون أدنى التباس، أسبقيته بالتفكير في الإشعال بواسطة الضوء العابر «لآلة»، والمنكسر بعد ذلك في الهواء، أي أسبقية تفكيره في موضوع «العدسات». وكي يتمكن من طرح هذه المسألة، ينساق ابن سهل إلى صياغة مسألة الحراقات بشكل جديد تماماً؛ فلم يعد اهتمام هذا العالم ينحصر في موضوع المرايا فحسب، بل تعداها إلى مجموعة أكثر اتساعاً تشمل، إضافة إلى هذه المرايا، العدسات، أو، بحسب تعبيره، كل «الأجهزة المحرقة». وهكذا، لم يعد الانعكاس موضوع الدراسة الوحيد في البصريات كما كان سابقاً، بل انضم إليه الانكسار. وتحولت بذلك المسألة التقليدية في البحث حول الانعكاسيات تحولاً جذرياً لتحمل عند ابن سهل العنوان التالي: «استخدام الانعكاس أو الانكسار بغية الإشعال في نقطة محددة بواسطة منبع ضوئي بعيد أو قريب».

وبغية التفكير في هذه المسألة وحلّها، يجمع ابن سهل العناصر التالية: من جهة أولى:

أ ـ الإشعال بالانعكاس؛

ب ـ الإشعال بالانكسار؛

ومن جهة أخرى:

ج ـ الحالة التي يمكن اعتبار الأشعة فيها متوازية؛

د ـ حالة الأشعة المنبثقة من نقطة على مسافة متناهية.

وتركيب هذه العناصر يسمح بالحصول المتسلسل على فصول «رسالته» كافة، وهو ما يمكّن من إعادة تكوينها وترتيب فصولها[٥]. وهكذا، فإن تركيب (أ) و(ج)

---

(٣) ألّف عطارد بن محمد رسالة في المرايا المحرقة: **الأنوار المشرقة في عمل المرايا المحرقة** (استانبول، لالولي ٢٧٥٩ (١)، ص ١ظ ـ ٢٠و).

(٤) ينسب الفهرسي ابن النديم أيضاً مؤلفاً لقسطا بن لوقا حول المرايا المحرقة، هو: **كتاب المرايا المحرقة**، انظر: ابو الفرج محمد بن اسحق بن النديم، **الفهرست**، تحقيق رضا تجدد (طهران: [د.ن.]، ١٩٧١)، ص ٢٥٣.

(٥) انظر: **Rushdi Rashid, «Burning Mirrors and Lenses in the Tenth Century: The = Beginning of Anaclastics».**

يعطي الحالة التي تكون فيها الأشعة متوازية ـ منبع الضوء على مسافة تُعد لامتناهية ـ والإشعال بالانعكاس، وأما الجهاز الانعكاسي الذي يعطيه ابن سهل مثلاً لهذه الحالة فهو المرآة المكافئية العاكسة لأشعة الشمس. أما تركيب (أ) و(د) فيعطي حالة الأشعة المنبثقة من منبع متناه والإشعال فيها بالانعكاس؛ ويعطي ابن سهل مثلاً لهذه الحالة مرآة القطع الناقص. أما تركيب (ب) و(ج) فيقود إلى الأشعة المتوازية ذات الإشعال بالانكسار حيث يأخذ ابن سهل العدسة المستوية المحدّبة مثالاً لهذه الحالة. وأخيراً، يقوده تركيب (ب) و(د) إلى العدسة ذات الوجهين المحدبين.

ولا يكتفي ابن سهل بشرح القواعد المثالية لكل حالة، وإنما يتوسع بعرض طرق تصنيع هذه الآلات المحرقة ولو نظرياً على الأقل. من هنا نفهم أن ليس بمقدوره الاكتفاء بمجرد دراسة المنحنيات ورسمها. فعلى غرار جميع أسلافه الذين عملوا على إنشاء المرايا، كان على ابن سهل أن يعي طريقة إنشاء هذه المنحنيات؛ لذا احتوى كل فصل من «رسالته» على قسمين: خصص **أولهما** لدراسةٍ نظريةٍ للمنحني المطروح، أما **الثاني** فلإنشاء هذا المنحني. وبالفعل، فإن ما وصلنا بشكل كامل من هذه «الرسالة» يفي بتلك المواصفات؛ فالفصل المخصص للقطع الزائد وهو ضروري للعدسات المستوية ـ المحدبة، ينقسم إلى قسمين: دراسة المنحني كقطع مخروطي، والإنشاء الميكانيكي لهذا المنحني. في القسم **الأول**، يعمد ابن سهل إلى تعريف القطع الزائد بقمته ومحوره وضلعه القائم، ويدرس حينئذ المماس انطلاقاً من خاصية ازدواج البؤر، لينتقل بعد ذلك إلى المجسم الزائدي فالمستوي المماس مبرهناً وحدانيته. أما في القسم **الثاني** فيعمد إلى رسم متواصل لقوس منحن هو بالواقع قوس قطع زائد، لينتقل بعدها إلى دراسة المستوي المماس للسطح الناجم عن دوران هذا القوس حول خط مستقيم ثابت. وكما سنرى لاحقاً، ينطلق في القسمين من خصائص المماس كي يجد قوانين الانكسار، ويستنتج بذلك طريقة إنشاء عدسة مستوية ـ محدبة وصولاً إلى عدسة محدبة الوجهين.

ويسمح تنظيم «رسالة» ابن سهل، في ضوء ما وصلنا، من إعادة تركيبها بشكل أكيد، بإظهار عناصر مشروعه المختلفة. وسنبيّن بدقة، عند كل قسم، الحالة التي وصلتنا عنه.

= ظهر تحت عنوان: «A Pioneer in Anaclastics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses,» *Isis*, no. 81 (1990), pp. 464 - 491.

		غير كاملة
الانعكاس	دراسة القطع المكافئ كقطع مخروطي	كاملة
	منبع بعيد + مرآة قطع مكافئ	
	رسم متواصل للقطع المكافئ	وصلت جزئياً فقط
	دراسة القطع الناقص كمقطع مخروطي	ضائعة
	منبع قريب + مرآة قطع ناقص	
	رسم متواصل للقطع الناقص	شبه كاملة
الانكسار	دراسة القطع الزائد لقطع مخروطي	كاملة
	منبع بعيد + عدسة مستوية محدبة (جسم قطع زائد)	
	رسم متواصل للقطع الزائد	كاملة
	منبع قريب + عدسة محدبة الوجهين	كاملة

وهكذا نرى من دون عناء أن القسم المفقود هو ما بين نهاية دراسة القطع المكافىء وبداية دراسة القطع الناقص. ويبدو أن هذا الضياع يعود إلى حقبة قديمة[٦]. غير أنه بإمكاننا التأكيد أن الدراسة النظرية للقطع المكافىء وما يتبعها حول الرسم المتواصل لقوس منه، قد وصلتنا كاملة، على الرغم من غياب دراسة مماس هذا القوس ودراسة المستوي المماس للمجسم المكافىء، وغياب التطبيق البصري عنه. أما في ما يخص الجزء العائد إلى القطع الناقص، فقد بُترت منه دراسة هذا المنحني كقطع مخروطي، لكنه، في المقابل، يقدم بشكل شبه كامل، دراسة للمرآة الاهليلجية الناجمة عن قوس القطع الناقص المرسوم بشكل متواصل.

وبمقدورنا إذاً إحصاء محتويات القسم المفقود من «الرسالة»، فلا تمنعنا هذه الثغرة البتة من الإحاطة بفحوى هذا الكتاب وشكله. وهكذا وبمجرد الاطلاع

(٦) انظر لاحقاً تاريخ مخطوطات «رسالة» ابن سهل هذه.

البسيط على بنية هذا المؤلَّف نتمكن من الإلمام بموقع ابن سهل الجديد: متابعة للمدرسة الانعكاسية اليونانية والعربية، وانفصام عنها بإدخاله الانكسار والعدسات في مجال بحثه. وبغية فهم أكثر عمقاً لنظرتنا الجديدة هذه، يتحتم علينا القيام بتحليل تفصيلي لمختلف فصول هذه «الرسالة».

أولاً: المرآة المكافئية

شكلت المرآة المحرقة المكافئية، كما هو معروف، وقبل ابن سهل بزمن طويل، موضوع بحث؛ فلقد ترك لنا ديوقليس وأنتيميوس الترالي ومؤلف مقتطف بوبيو(٧)، دراسات عدة حولها. كما خصص علماء آخرون قسماً من أعمالهم لها. نجدها كذلك في نص عُرِّب من اليونانية منسوب إلى دترومس(٨). أما بالعربية، وقبل ابن سهل، فقد كتب حول هذه المرآة المكافئية كل من الكندي(٩) وأبو الوفاء البوزجاني(١٠). نلاحظ إذاً أن البحث في هذا الموضوع يتميز لا بقدمه فحسب، بل وبشيوعه النسبي حتى القرن العاشر. غير أن دراسة ابن سهل حول هذه المرآة تختلف عن كل سابقاتها بميزات سيمكننا تفحّص مساهماته من الإحاطة بها.

إن هدف ابن سهل من استعمال هذه المرآة هو الرد على السؤال التالي: كيف يمكن، بمجرد انعكاس أشعة الشمس (أي انطلاقاً من منبع يُعد ذا بُعدٍ لامتناهٍ بحيث تصل الأشعة متوازية في ما بينها إلى المرآة المذكورة)، من إشعال نقطة على مسافة معينة؟

---

(٧) لدراسة المرآة المكافئية من قبل أنتيميوس الترالي وفي مقتطف بوبيو، انظر: Th. Heath, «The Fragment of Anthemius on Burning Mirrors and the Fragmentum Mathematicum Bobiense,» *Bibliotheca Mathematica*, vol. 7, ser. 3 (1906-1907), pp. 228 sqq.; Ver Eecke, *Les Opuscules mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémius*, pp. XXI sqq., 55-56 et 59 sqq., et George Leonard Huxley, *Anthemius of Tralles: A Study in Later Greek Geometry*, Greek, Roman and Byzantine Monographs; no. 1 (Cambridge, Mass.: [n. pb.], 1959), pp. 185 sqq.

(٨) لم نتوصّل إلى توضيح هوية هذا المؤلف. إن النص بالعربية موجود في المكتبة البريطانية تحت رقم ٧٤٧٣. وستنشر هذه المخطوطة مثبتة ومترجمة ومحلّلة في: Rashid, *Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.

(٩) أظهرنا وللمرة الأولى في: *L'Œuvre optique d'al-Kindi* ان الكندي عالج كذلك المرآة المكافئية.

(١٠) M.F. Woepcke, «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafā,» *Journal asiatique*, 5ème ser., no. 5 (avril 1855), pp. 325 sqq.
كما أن نص ابي الوفاء البوزجاني قد حقق وترجم في: Rashid, Ibid.

فلتكن AB هذه المسافة و AC اتجاه أشعة الشمس. ولنبدأ بالحالة التي يكون فيها AC عمودياً على AB، وننشىء $AC = AB/2$ و CD عمودياً على AC، على أساس $CD.AC = AB^2$. إن القطع المكافىء المعرّف برأسه C وبمحوره AC، وبضلعه القائم CD يمر في النقطة B (الشكل رقم (١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنأخذ قوساً BE من هذا المكافىء في الاتجاه المعاكس لـ C، ولنقم بدورانه حول الخط الثابت AC. ترسم حينئذ بالتتابع B و E قوسي دائرة BF و EG. فيتحدد بذلك جزء من مجسم مكافئي EBFG، نرمز إليه بـ(BG). يعمد ابن سهل حينذاك إلى إظهار المقولة التالية:

مقولة: «إذا كان السطح (BG) انعكاسياً وسقطت عليه أشعة موازية لِـAC، انعكست هذه الأشعة نحو النقطة A».

بغية برهان هذه المقولة، يبدأ ابن سهل بمناقشة المستوي المماس ووحدانيته في نقطة H. لتكن H نقطة من (BG)؛ يكون القوس IJ، الناجم عن قطع المستوي ACH للمجسم (BG)، قوساً مكافئياً مساوٍ للقوس BE. لتكن K الإسقاط العمودي لِـH على AC، و L نقطة من AC بحيث يكون $CL = CK$. يكون حينذاك الخط المستقيم LH مماساً للقوس IJ، ويكون المستوي الحاوي للمستقيم LH والعمودي على المستوي AHC هو بدوره مماساً للسطح (BG) عند النقطة H.

يبرهن ابن سهل بالخلف أن هذا المستوي لا يقطع (BG) خارج النقطة H، وليثبت، بعدها، وحدانية المستوي المماس في هذه النقطة[١١].

ومن ثم، يناقش ابن سهل انعكاس شعاع مواز للمحور:

ليكن HX الشعاع الساقط في النقطة H ولتكن M نقطة على امتداد LH؛ يمكن برهنة تساوي الزاويتين $\measuredangle AHL = \measuredangle MHX$.

لدينا:

$$CD \cdot AC = AB^2 = 4AC^2,$$

أي ان:

$$CD = 4AC.$$

(١١) برهان بالخلف يستعمل الشكل رقم (٢) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية.

من جهة أخرى، بما أن النقطة H موجودة على المجسم المكافىء، لدينا:

$$HK^2 = CD . KC = 4AC . KC.$$

ومنه نستنتج:

$$AH^2 = AK^2 + 4AC.KC = AK^2 + 4AC^2 + 4AC.AK = (AK + 2AC)^2 = AL^2,$$

وبالتالي $\measuredangle ALH = \measuredangle AHL$. ولكن، وبما أن HX//AL، نحصل على $\measuredangle ALH = \measuredangle MHX$ وبالتالي $\measuredangle AHL = \measuredangle MHX$. وهكذا فإن الشعاع الساقط XH على النقطة H ينعكس ماراً بالنقطة A.

ويعالج ابن سهل في ما بعد الحالة التي لا يكون فيها AC عمودياً على AB. فهو يُسقط من B المستقيم العمودي على AC، وتكون C قاعدته، ثم يأخذ على المستقيم AC نقطة D بمسافة AD = AB. وهنا يبرز احتمالان: إما أن تكون C و D من جهتين متقابلتين بالنسبة إلى A (الشكل رقم (٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، أو من الجهة نفسها بالنسبة إليها (الشكل رقم (٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). لتكن E نقطة في وسط CD وعلى المستقيم العمودي منها نقطة F حيث $EF . CE = BC^2$. إن المكافىء ذا القمة E والمحور AE والضلع القائم EF يمر بـB، فيعطي دوران قوس منه BG حول المحور AC، مجسماً مكافئياً (BI). وكل شعاع يسقط بشكل مواز للمحور AC على سطح هذا المجسم، ينعكس نحو النقطة A.

وليبرهن ابن سهل مقولته في هاتين الحالتين، يعمل للرجوع إلى الحالة السابقة. فيكفي إذاً أن يظهر أن A هي بؤرة المكافىء، أي أن $EA = 1/4\ EF$. ويتم ذلك كالتالي:

$$EF . CE = BC^2 \text{ و } AB^2 = AC^2 + BC^2 = AC^2 + EF . CE.$$

وفي كل من الحالتين نجد:

$$AD = 2EC - AC \text{ و } AE = EC - AC$$

(الشكل رقم (٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)؛

أو $AD = 2EC + AC$ و $AE = EC + AC$

(الشكل رقم (٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لدينا إذاً:

$$AD^2 = AC^2 + 4EC^2 \pm 4EC.AC = AC^2 + 4EC\,(EC \pm AC)$$
$$= AC^2 + 4EC\,.\,AE.$$

ومنه نستنتج: $EC\,.\,EF = 4EC\,.\,AE$، أي $EF = 4AE$.

تقع إذاً النقطة A من القمة E على مسافة تساوي ربع الضلع القائم. وهكذا، وكما في الحالة السابقة، فإن كل شعاع يسقط على المرآة (BI) موازياً للمحور، ينعكس ماراً بالنقطة A.

وهكذا برهن ابن سهل في الحالات الثلاث:

$\measuredangle BAC = \pi/2$ ، $\measuredangle BAC < \pi/2$ و $\measuredangle BAC > \pi/2$ ،

وأن الأشعة الموازية للمحور تنعكس جميعها نحو النقطة A من المحور، على مسافة من رأس المكافىء تساوي ربع الضلع القائم.

ولإكمال هذا التحليل المتعلق بدراسة ابن سهل عن المرآة المكافئية، يبقى علينا أن نستخلص روابطه مع من سبقه لنتمكن من تقدير موقع مساهمته ومقدارها. ولنلاحظ أولاً أن ابن سهل يستعين في براهينه بالخاصية المميزة (le symptōma) للمكافىء، إضافة إلى كون رأسه هو النقطة الوسطى للتحتمماس. وانطلاقاً من هاتين الخاصيتين، أصبح بمقدورنا القيام بمقارنة دقيقة لأعمال ابن سهل مع أعمال الانعكاسيين القدامى وأعمال معاصريه.

أولى الكتابات المطروحة لهذه المقارنة هي تلك العائدة إلى ديوقليس وقد وصلتنا ترجمة عربية لها، لم نتمكن من تحديد دقيق لتاريخها. فيها نقرأ المقولة نفسها التي طرحها ابن سهل وبرهنها مع فارق في كون ديوقليس قد لجأ إلى خاصية مساواة التحتمماس للوسيط، من دون الاستعانة في هذه المرحلة بالخاصية المميزة.

كاتب قديم آخر، بيزنطي على الأرجح، اسمه دترومس، كما وصلنا بالعربية، يستعمل في هذه المسألة الخصائص نفسها التي يعتمدها ابن سهل، مع اختلاف في نقطة الانطلاق: فدترومس ينطلق من تساوي الزاويتين ليحدد البؤرة،

في حين ينطلق ابن سهل من البؤرة ليبرهن تساوي الزاويتين. ويبدو التباعد أعظم في طريقة إنشائهما القطع المكافىء، إذ يلجأ دترومس إلى الإنشاء بالنقط مستعيناً بمسطرتين، في حين يعمد ابن سهل إلى استخدام الرسم المتواصل، وسنبيّن ذلك لاحقاً.

وتختلف طريقة ابن سهل عن طريقتي أنتيميوس الترالي والكندي اختلافاً يُبرر توقفاً، ولو سريعاً، عنده. إلا أنه يبدو أكثر وضوحاً مقارنةً بطريقة أبي الوفاء البوزجاني، الذي، على الرغم من استناده إلى الخاصية المميزة للقطع المكافىء وابتدائه بمقطع مستقيم مساوٍ للضلع القائم، يلجأ إلى إنشاء المكافىء بالنقاط. وهكذا نرى أن جميع هذه الدراسات تختلف اختلافاً جمّاً عن دراسة ابن سهل. أما في ما يخص الاستقصاء المشهور لمقتطف بوبيو[١٢]، فلقد استعمل كاتبه المجهول الخاصيتين نفسهما اللتين استعملهما ابن سهل. ولكن ليس هناك من دليل على أن هذا المقتطف كان قد تُرجم إلى العربية، أو قد عُرف بشكل غير مباشر، من قبل ابن سهل أو ممن سبقه.

إن تحليل كتابة ابن سهل حول المرآة المكافئية لا يسمح لنا بإيجاد رابط تسلسلي مع الكتّاب القدامى والمعاصرين. ويبقى بالمقابل أن أسطورة أرخميدس، التي يذكرها ابن سهل، قد وردت في نص لأنتيميوس الترالي[١٣]. ولم يكن هذا النص وحده المترجم إلى العربية والذي يذكر هذه الأسطورة[١٤]، إلا أنه يتميز من غيره بكونه، بحسب ما نعرفه حتى الآن، النص القديم الوحيد الذي يحوي دراسة عن المرآة الإهليلجية وهو موضوع أعاد ابن سهل دراسته. كما يتميز من غيره من النصوص المترجمة عن اليونانية، بأنه كان مرجعاً جد معروف، فهو موضوع تعليق نقدي للكندي[١٥]، وقد أتى ابن عيسى على ذكره مراراً، وفي القرن العاشر ورد بالكامل في رسالة لعطادر[١٦]. وتتعزز هذه الوقائع جميعها التي جئنا على إثباتها

---

(١٢) Rashid, Ibid.

(١٣) Ver Eecke, *Les Opuscules mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémius*, pp. 51 et 55 - 56.

(١٤) في نص ينسب إلى ديديم بعنوان: «وصف المرآة التي أحرق بها أرخميدس سفن العدو»؛ نجد هذه الأسطورة بشكل غامض حيث سنفسره لاحقاً.

(١٥) الكندي، **كتاب الشعاعات** (خودا ـ بخش، ٢٠٤٨)؛ قارن بـ: *L'Œuvre optique d'al-Kindi*.

(١٦) Rashid, *Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.

بذكر ابن سهل في دراسته عن المرآة المكافئية لأنتيميوس الترالي كاسم وحيد إلى جانب أرخميدس(١٧). وعلى هذا فابن سهل كان، من دون شك، قد اطلع على كتابة الترالي هذه.

وبما أن ابن سهل، طبقاً لأقواله، قد اطلع على كتب لمؤلفين قدامى عدة، لم تكن معلوماته لتقتصر إذاً على كتابة أنتيميوس الترالي وحده، ومن المنطقي القول باطلاعه على إحدى الترجمات التي ذكرنا، كما انه من المعقول إلمامه بالأعمال العربية في هذا المضمار ولا سيما أعمال البوزجاني الذي لم يتقدمه سناً فحسب، بل وعاش هو أيضاً في بغداد منتمياً، مثله، إلى حاشية البويهيين.

يتبيّن من هذه المناقشة الموجزة أن ابن سهل قد انتمى إلى مدرسة بحثت في المرايا المحرقة. وكان طبيعياً أن يقوم بعض العلماء بإعادة معالجة مواضيع سبق طرحها، عاملين على إيجاد حلول أخرى لها، وهي من السمات التي، في هذا المجال كما في غيره، ميزت ذلك العصر. ويكفي لتبيان ذلك التذكير، مثلاً، بالدراسات حول الإنشاءات الهندسية(١٨). والواقع أن ابن سهل كان معتاداً على هذا المنحى: فهو قد أسهم، كما سنرى لاحقاً، في دراسة حل مسألة المسبع المنتظم المشهورة التي كانت موضع نقاش في القصر البويهي من قبل علماء كثر، أمثال القوهي والسجزي.

وقد عاد ابن الهيثم في ما بعد إلى أبحاث ابن سهل هذه حول المرآة المكافئية: ولهذه النقطة أهمية خاصة لكل من تفحص أعمال ابن سهل (في أسبقيتها

(١٧) ابو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «في المرايا المحرقة بالقطوع،» في: **مجموع الرسائل** (حيدرآباد ـ الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧هـ/١٩٣٨ ـ ١٩٣٩م)، ص ٢ ـ ٣. انظر:

J. L. Heiberg and E. Wiedemann, «Ibn al-Haitams Schrift über Parabolische Hohlspiegel,» *Bibliotheca Mathematica*, vol. 3, no.10 (1909-1910), اللذين اصدرا طبعة عن النسخة اللاتينية لـ Gérard de Crémone *(Liber de Speculis Comburentibus)* مع ترجمة ألمانية لها.

انظر طبعة: Marshall Clagett, *Archimedes in the Middle Ages* (Philadelphia: American Philosophical Society, 1980), vol. 4, esp. pp. 13-18.

(١٨) انظر: عادل انبوبا، «تسبيع الدائرة،» (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية)، *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 1, no. 2 (1977),

وكذلك ملخص بالفرنسية لهذا المقال، في: Adel Anbouba, «Construction de l'heptagone régulier par les arabes au 4ème siècle de l'hégire,» *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 2, no. 2 (1978).

وفي علاقات خلفه معها) بهدف تحديد الموقع التاريخي لمساهمة ابن الهيثم. فقد استعان هذا الأخير، تماماً كابن سهل، بالخاصية الأساسية للمكافىء وبخاصية التحتمماس، وميز، تماماً كابن سهل، بين الحالات الثلاث المشار إليها سابقاً لبرهانها[١٩]. أما الفارق المهم الوحيد في هذا المجال فيكمن في طريقة العرض التي حسّنها ابن الهيثم بلجوئه إلى «التحليل والتركيب». ومهما يكن من أمر، فإن المقارنة لا تترك مجالاً للشك في اطلاع ابن الهيثم على «رسالة» ابن سهل هذه. ويزداد هذا الاستنتاج يقيناً في ما يقدمه ابن الهيثم كمرجع للإنشاء الميكانيكي للمنحنيات المخروطية.

ينتقل ابن سهل في ما بعد إلى رسم المكافىء رسماً متواصلاً بوساطة البؤرة والدليل، فيأخذ نقطة ثابتة A ومستقيماً ثابتاً DF، وطولاً $DE = l$ على مستقيم عمودي له. وليكن AC مستقيماً عمودياً على DF؛ بشكل أن يقع DF ما بين A و E ويكون $AC < DE$ (الشكل رقم (٥) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ويشرح ابن سهل عملية إنشاء ثلاث نقط من المكافىء المعرّف بالبؤرة A وبالدليل EH الموازي لـ DF، وذلك من دون تسميته حتى الآن بالقطع المكافىء. هذه النقاط الثلاث، F و B على DE، و I على GH العمودي على DF، هي كالتالي: $AF = l, BE = BA, IH = IA$، ومن ثم:

$$(1)\ BD + BA = IG + IA = FA = l.$$

وتتتابع النقط D و C و G و F بهذا الترتيب على DF. ويبرهن، بالخلف، أن $AI > AB$. يقوم ابن سهل برسم نصف دائرة مركزها A وقطرها JK، حيث إن $JK \leqslant AB$، ومن ثم رسم دائرتين متساويتي الشعاع مع الدائرة الأولى، مركزهما B و I، ويستتبع الافتراض $JK \leqslant AB$ بأن $JK < AI$؛ وهكذا فإن الدائرتين (A) و (B) من جهة، والدائرتين (A) و (I) من جهة أخرى لا تتقاطعان. ويُنشأ PU مماساً مشتركاً لـ(A) و (B)، و MN مماساً لـ(B) عمودياً على DF.

ويستنتج من هذا أن: $PU = AB, MN = BD$ و $\widehat{PK} = \widehat{UM}$.

وإذا رُمز بـ S_1 إلى طول محيط JPUMN و بـ P نصف قطر إحدى الدوائر، نحصل على:

---

(١٩) انظر الهامش رقم (١٧) من هذا الفصل.

$$s_1 = \widehat{JP} + PU + \widehat{UM} + MN = l + p.$$

وبشكل مماثل نقرن المحيط JWZQR بالدائرة (I)، فنحصل على:

$$s_2 = \widehat{JW} + WZ + \widehat{ZQ} + QR = l + p.$$

إن طريقة ابن سهل للتوصل إلى الرسم المتواصل تنبع عملياً من العلاقة $s_1 = s_2$، الناتجة من المعادلة (1).

يأخذ ابن سهل كوساً صلباً، بحيث ينزلق ضلع زاويته القائمة NO على DF، في حين ينطبق الضلع الآخر NS على NM ويختار $NM < NS$.

إن النقطة A ثابتة، وكذلك نصف الدائرة (A)؛ في حين تتحرك الدائرة (B) مقرونة بحزام طوله $l + p$، يُثبت أحد طرفيه في J على نصف الدائرة (A)، أما الآخر فمثبت في N على الكوس. ويُفترض أن الحزام غير قابل للارتخاء، فيتكلم ابن سهل عن «سلك حديدي» ويشرح ضرورة استعمال الدوائر كي لا ينقطع هذا السلك. فلو تحولت الدوائر إلى مجرد نقط لأصبح المحيط ABD مستدق الرأس في B لدرجة قد ينقطع معها السلك تحت ضغط المسبر.

إن الضغط على الدائرة (B) مع الإبقاء على الحزام مشدوداً، وعلى الدائرة (B) أن تبقى في تماس مع ضلع الكوس NS، يسمح بانزلاق الكوس على المستقيم DF الذي يلعب دور السكة، فيرسم المسبر الموضوع في النقطة B قوساً مكافئياً BI. ونلاحظ إمكانية تحريك النقطة B في الاتجاهين وصولاً إلى قمة المكافىء من جهة وإلى الموقع الذي تصبح فيه الدائرة (B) مماسة للمستقيم DF من جهة أخرى.

أما الجزء الأخير من تفحص الرسم المتواصل للمكافىء، وهو للأسف ضائع، فيفترض ـ كما يظهر تشابه سير بقية الفصول ـ أن يحتوي على دراسة عن المماس في نقطة من القوس BI، وعن المستوي المماس للسطح المتولد من هذا القوس وأخيراً، عن انعكاس الشعاع الضوئي على هذا السطح. ويهتم هذا الجزء الضائع كذلك بالتثبت من كون المرآة المنشأة بالبؤرة والدليل هي فعلاً مكافئية، إذ إن خاصة البؤرة ـ الدليل لم تكن بعد كافية في القرن العاشر، عند ابن سهل على الأقل، للتعريف بالمكافىء.

ثانياً: مرآة القطع الناقص (أو الإهليلجية)

يتفحص ابن سهل بعد ذلك إشعال جسم قابل الاحتراق على مسافة معينة بانعكاس ضوء يوجد منبعه على مسافة متناهية، أي للبحث عن إحداث إشعال في نقطة A موجودة على مسافة معينة، انطلاقاً من منبع ضوئي موجود في نقطة لتكن C. ولذا يدرس ابن سهل المرآة الإهليلجية.

وكما ذكرنا سابقاً، فإننا لا نعرف حتى الساعة، أية كتابة مخصصة للمرآة الإهليلجية سابقة لنص ابن سهل، باستثناء دراسة لأنتيميوس الترالي. وقد يعود ضعف اهتمام الباحثين في المرايا المحرقة، بهذه المرآة إلى ما تفرضه من شروط قاسية في ما يتعلق بموقعي المنبع والبؤرة. ودراسة أنتيميوس هذه لا تتعدى كونها مدخلاً يرتكز فيه العالِم البيزنطي على خاصية ازدواجية بؤر الإهليلج ليؤكد، ومن دون أي شرح إضافي، انطلاقاً من قوانين الانعكاس، ان الشعاع المنبثق من إحدى البؤرتين ينعكس نحو الأخرى؛ كما انه يتبنى طريقة «البستاني» لرسم الإهليلج رسماً تواصلياً[٢٠]. ويبدو جلياً اطلاع ابن سهل على هذه الدراسة، ولكنه من الواضح، في ضوء ما وصلنا من أبحاثه حول المرآة الإهليلجية، أنه قد أعاد كلياً دراسة هذه المسألة. ونظراً إلى ضياع القسم الأول من هذا الفصل، وهو قسم مخصص لدراسة الإهليلج كقطع مخروطي، فإن ما وصلنا يعالج طريقة الإنشاء الميكانيكي للإهليلج ويبحث في انعكاس الضوء على مرآة إهليلجية.

بغية رسم قوس قطع ناقص رسماً تواصلياً، ينطلق ابن سهل من نقاط غير مستقيمة ثلاث، A و B و C بحيث إن: $AB < AC < BC$ (الشكل رقم(٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

يضع على المستقيم CB نقطة D تكون كالتالي: $CB + BA = CD = l$؛ ويضع على الدائرة (C, l) نقطة E تكون كالتالي: $\measuredangle CAB \leqslant \measuredangle ACE < \measuredangle ACB$، لأن B و E تقعان في الجهة نفسها بالنسبة إلى المستقيم CA؛ ويضع على المقطع CE نقطة F متساوية البعد عن A و E. أي ان: $FA + FC = l$. وتقع إذاً النقطتان B و F على الإهليلج ذي البؤرتين A و C والدائرة الدليلة (C, l). وكما فعل مع المكافىء، لا يسمي ابن سهل هذا القطع باسمه (الإهليلج) عند عرضه طريقة رسم

(٢٠) انظر مثلاً: Ver Eecke, *Les Opuscules mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémius*, pp. 47 sqq.

تواصلي للقوس BF المحدد بهذا الشكل. ينتج من مجمل الافتراضات المعتمدة لإنشاء F، أن AF>AB، وهي علاقة يبرهنها ابن سهل بالخلف، وبالتالي فإن CF < CB ويستنتج أن $CF \geqslant AB$[٢١].

ونرسم مقطعين متساويين ومتوازيين GH و IJ، بوسطين هما على التوالي A و C ويكون $IJ = GH < AB$، وبشعاع يساوي 1/2GH نرسم الدوائر (A)، (C)، (B) و (F) التي لا تتقاطع في ما بينها نظراً إلى افتراض GH<AB.

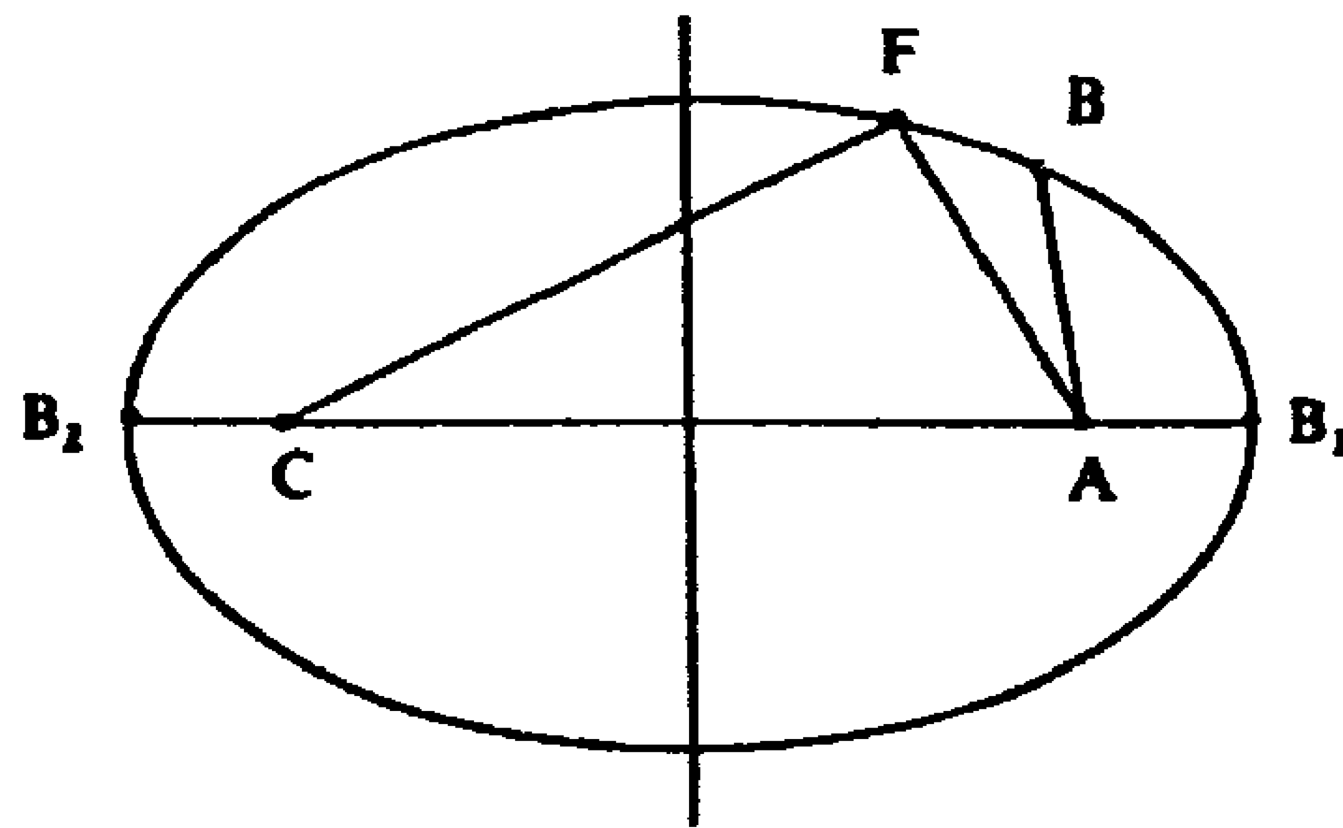
ليكن MN مماساً مشتركاً خارجياً لـ(A) و(B)، وكذلك KL لـ(B) و(C). نحصل حينها: $MN = AB$ و $KL = BC$، وبالتالي $MN + KL = l$. من ناحية أخرى، بما أن AM//BN و BK//CL و AH//CJ، نحصل على $\widehat{HM} + \widehat{NK} + \widehat{LJ} = 2p$، حيث 2p هو محيط إحدى الدوائر. نقرن عندئذٍ الدائرة (B) بالالتفاف HMNKLJ وطوله s_1:

$$s_1 = \widehat{HM} + MN + \widehat{NK} + KL + \widehat{LJ} = l + 2p.$$

وبشكل مماثل، لتكن UQ مماساً مشتركاً خارجياً لـ(A) و(F)، وكذلك PO لـ(F) و(C)، فنقرن حينها الدائرة (F) بالالتفاف HUQPOJ وطوله s_2:

$$s_2 = \widehat{HU} + UQ + \widehat{QP} + PO + \widehat{OJ}.$$

(٢١) لتبيان ذلك نأخذ الاهليلج ذا البؤرتين A و C والمحور الأكبر B_1B_2. فإذا جرت B على القوس B_1FB_2 ازدادت المسافة AB من AB_1 إلى AB_2 وبالتالي تصغر CB: $\measuredangle ACF > \measuredangle ACB \rightarrow AF > AB;$
فنستنتج: $\measuredangle ACF \leqslant CAB \rightarrow CF \geqslant AB$
آخذين بالاعتبار محور التناظر، وهو وسيط B_1B_2.



وكالسابق لدينا: $UQ + PO = AF + FC = 1$ و $\widehat{HU} + \widehat{PQ} + \widehat{OJ} = 2p$ أي ان $s_2 = 1 + 2p = s_1$.

عند ذلك يتصور ابن سهل جهازاً مؤلفاً من ثلاث دوائر متساوية الشعاع تلعب دور بكرات، ومن حزام طوله ثابت $1 + 2p$؛ اثنتان من هذه الدائرات، ومركزاهما A و C، ثابتتان، أما البكرة الثالثة، ومركزها B، فهي متحركة. يثبت طرفا الحزام أحدهما في نقطة H من الدائرة (A) والآخر في J من الدائرة (C)، ويحيط هذا الحزام بالبكرة (B) (الشكل رقم (٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ندفع بالبكرة (B) مع الإبقاء على الحزام مشدوداً فيرسم المركز B قوساً ناقصياً (إهليلجياً) BF.

ويتابع ابن سهل دارساً الانعكاس على مرآة إهليلجية، يرمز إليها بالسطح (BX) الذي نحصل عليه بتدوير القوس الاهليلجي BF حول AC، فترسم فيه بذلك B و F قوسين دائريين هما على التوالي BC و FX. لنبرهن أن الأشعة الواردة من C تنعكس نحو النقطة A.

لتكن T نقطة على القوس BF نقرنها بالدائرة (T) وبالتفاف طوله s. وتتطابق الدائرة (T) في أحد مواقعها مع (B)، فينتج من ذلك أن $s = s_1$، وبالتالي $TA + TC = BA + BC$ (الشكل رقم (٧) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن I' نقطة ما من (BX) فيتقاطع المستوي $AI'C$ و (BX) وفق قوس B_aO' الذي يشكل القوس FB أحد أوضاعه، فنحصل إذاً على: $I'A + I'C = BA + BC$ (الشكل رقم (٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

نمدد CI' طولاً قدره $I'B_b = I'A$؛ فيكون $B_cI'B_d$ مُنصف الزاوية $AI'B_b$، مماساً في النقطة I' للقوس B_aO'. ويبرهن ابن سهل ذلك، وكذلك وحدانية المماس، ببرهان الخلف.

إن المستوي الحاوي للمستقيم B_cB_d والعمودي على المستوي ACI' هو مماس للسطح (BX) عن النقطة I'؛ وهو مستوي مماس وحيد.

ويستعمل ابن سهل برهان الخلف كذلك، ليثبت أن المستقيمين AI′ وCI′ لا يقطعان السطح (BX) خارج النقطة I′. وينعكس الشعاع الضوئي القادم بحسب CI′ على المرآة (BX) باتجاه I′A، وفقاً لقوانين الانعكاس. والأمر صحيح لكل نقاط السطح (BX).

نلاحظ في الحالتين المعالجتين (المرايا المكافئية والإهليلجية) اهتمام ابن سهل بصورة خاصة بتحديد المستوي المماس عند نقطة سقوط الضوء على السطح العاكس، وكذلك بوحدانية هذا المستوي. ولا ينبع هذا الاهتمام من معرفته بنظرية المخروطيات فحسب، بل إنه مرتبط مباشرة بمفهومه لانعكاس الضوء. فهو لا يكتفي بقانون تساوي زاويتي السقوط والانعكاس، بل يستند إلى القانون الناص على كون مستقيم الشعاع الساقط ومستقيم انعكاسه، وأخيراً العمودي للمستوي المماس في نقطة السقوط هذه على السطح، تقع جميعها في مستوٍ واحد. وليس السطح العاكس بالنسبة إلى ابن سهل هو المهم، بل هذا المستوي المماس. وعلى الرغم من ارتكازه المستمر في دراسته للمرايا المكافئية والإهليلجية، على هذين القانونين، فهو لم يصغهما صراحة. وعلى الرغم من ذلك يجب الاحتراس من اعتبار ذلك ظاهرة وظيفية تتعلق بغيابٍ لصياغة المفاهيم لديه: فالموضوع لا يتعدى مجرد أسلوب كتابة. فابن سهل، عالم الهندسة أساساً، لا يولي فيزياء الضوء أو فيزيولوجيا البصر عنايته؛ لقد اختار عرضاً هندسياً مقتصراً واضح البرهان.

ومهما يكن من أمر، فابن الهيثم يتابع في ما بعد ويلح على أهمية المستوي المماس، ويولي عناية خاصة لصياغة قوانين الانعكاس في أكثر من مكان في **كتاب المناظر**، فنراه يكتب: «كل ضوء ينعكس عن سطح صقيل، فإن كل نقطة من السطح الصقيل الذي منه انعكس الضوء، ينعكس الضوء منها على خط مستقيم، يكون هو والخط المستقيم الذي عليه امتد الضوء إلى تلك النقطة، والعامود الخارج من تلك النقطة، القائم على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على تلك النقطة في سطح واحد مستو، ويكون وضع الخط الذي عليه ينعكس الضوء بالقياس إلى العامود المذكور كوضع الخط الذي عليه امتد الضوء من سطح صقيل، فإنه يحيط مع العامود الذي يخرج من تلك النقطة قائماً على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على تلك النقطة، بزاوية مساوية للزاوية التي يحيط بها الخط الأول الذي عليه امتد الضوء إلى تلك النقطة مع ذلك العامود، وتكون الخطوط الثلاثة في سطح واحد مستو قائم على السطح المستوي المماس للسطح الصقيل على نقطة

الانعكاس على زوايا قائمة»[٢٢].

ويتميز هذا النص بوضوح صياغته لقانوني الانعكاس بما لا مثيل لهما من قبل، غير أن ابن الهيثم لا يأتي فيه بأمر لم يتناوله من قبله وبدقة ابن سهل في براهينه. اختلاف الأسلوب هذا، بين المهندس ابن سهل والمهندس ـ الفيزيائي ابن الهيثم، يستحق منا اهتماماً خاصاً، وسنعود إليه لاحقاً.

ثالثاً: الانكسار وقانون سنيلليوس

في القسم الثاني من «رسالته»، يتساءل ابن سهل عن الاشعال بالانكسار فيقوده ذلك إلى دراسة العدسات البلّورية. وللإحاطة بدقة بإجابته، علينا بادىء ذي بدء، الإلمام بمعرفته الشخصية بالانكسار. ففي ضوء ما وصلنا من شهادة، استحوذ الفصل المخصص لهذا الموضوع من كتاب **المناظر** لبطليموس، جلّ اهتمامه. فقد قام ابن سهل، عند قراءته المقالة الخامسة من هذا الكتاب، بصياغة «مذكرة» مقتضبة حول شفافية الفلك، «مذكرة» كان ينوي ضمها إلى مناقشة أكثر إسهاباً لمجمل الكتاب الخامس هذا. فمن الطبيعي إذاً أن ننطلق من تفحّص هذه «المذكرة» المرتبطة بقراءته كتاب **المناظر** لبطليموس، لنعود بعدها إلى «الرسالة» التي صيغت من دون شك في مرحلة لاحقة.

يهدف ابن سهل في مذكرته هذه إلى برهنة أن شفافية الفلك ليست مطلقة. فيأخذ شعاعاً قدم من نقطة F من الفلك إلى نقطة A من سطح كرة العناصر ومركزها C، لينكسر حينها باتجاه AB. حالات ثلاث يمكن تصورها تبعاً لوضعية الشعاع الساقط FA بالنسبة إلى الناظم العمودي GA وللامتداد AE لِـBA. فهو إما بينهما (الحالة ١) أو متطابقاً مع EA (الحالة ٢) أو خارجهما (الحالة ٣).

في الحالة الأولى، وبما أن زاوية الانكسار BAC أكبر من زاوية السقوط GAF، يستنتج ابن سهل أن الوسط I (أي الفلك) حيث يوجد FA، أقل شفافية من الوسط II مكان وجود AB، وبالتالي، أن شفافية الكرة السماوية ليست مطلقة (الشكل رقم (١) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

---

(٢٢) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **كتاب المناظر** (توبكابي سراي، احمد III، ٣٣٩٩)، المقالة الرابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٥، ص ١٤و-ظ.

في الحالة الثانية (FA متطابقة مع EA) فإن انكسار FA باتجاه AB يعني أن الوسطين I و II ذوا شفافية متساوية وهي شفافية الكرة السماوية.

فإذا لم يتغير الوسط II، وإذا كان الشعاع AF، الذي يتطابق دائماً مع EA، ينكسر بحسب AD كخط مستقيم يقع بين AB والخط العمودي AC، فهذا يعني أن AF هي في وسط I′ الأكثر شفافية من الوسط II. وبالتالي أكثر شفافية من الوسط I ولتكن i_1 زاوية السقوط في الوسط I و i_2 زاوية الانكسار في الوسط II. عندئذٍ، إذا كانت الشفافية في الوسط II والزاوية i_1 بقيتا بالقيمة نفسها، بإمكاننا أن نكتب عندها: إذا انكسر FA وفق AB، يعني $i_2 = i_1$، يكون الوسط I بشفافية الوسط II نفسها.

أما إذا انكسر FA وفق AD، يعني $i_1 > i_2$، يكون الوسط I′ أقل شفافية من الوسط II، وبالتالي، أقل شفافية من الوسط I. يوجد إذاً وسط أكثر شفافية من الكرة السماوية (الشكل رقم (٢) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

أما في الحالة الثالثة (AF وراء AE) فانكسار AF باتجاه AB يعطي أن الوسط I أكثر شفافية من الوسط II. فإذا بقي الوسط II كما هو وانكسر AF باتجاه AH، وهو المستقيم الموجود بين AB والناظم AC، ففي هذه الحالة يكون AF في وسط I′ أكثر شفافية من الوسط I (الشكل رقم (٣) من النص الثاني، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وهكذا تظهر طريقة ابن سهل في هذه المذكرة. فلتحديد النقطة F نقرأ له ما يلي: «وليكن نقطة ثابتة في وجه كوكب يخرج ضوؤها على خط اب هي نقطة و في جانب خط اج الذي فيه نقطة ه لما بيّنه بطليموس في المقالة الخامسة من كتاب المناظر»[٢٣]. فمن الواضح أن ابن سهل يشرح ها هنا قانون وجود الشعاعين الساقط والمنكسر في المستوي نفسه مع الناظم ووقوع كل منهما في جهة من الناظم[٢٤]. كما يطبق قاعدة أخرى مأخوذة عن بطليموس: وهي أن الزاوية

(٢٣) المصدر نفسه، ص ٥٣.

(٢٤) Claudius Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, éd. par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956), pp. 224 - 225: «Debet ergo iterum exinde, sicut in precedentibus, superficies quae transit per radium fractum, esse directa, super superficiem de qua fit fractio».

الكبرى تنمّ عن شفافية أكبر، أي أن الانكسار يتعلق حجماً واتجاهاً بفارق الكمدة بين وسطين يعبرهما الضوء؛ إذ يبتعد الشعاع عن الناظم بانتقاله من وسط إلى آخر أقل كمدةً، ويقترب منه في الحالة المعاكسة. وبعبارة أخرى، إذا ما رمزنا بِـ i_1 إلى زاوية السقوط في الوسط I وبِـ i_2 إلى زاوية الانكسار في الوسط II، كانت i_1 و i_2 حادتين؛ فإذا كانت $i_1 > i_2$، نستنتج أن الوسط I أقل كمدةً من الوسط II[٢٥].

حتى هنا، ما يزال ابن سهل يطبّق في دراسته عن الانكسار مفاهيم سبق ووجدناها عند بطليموس[٢٦]، إلا أن معرفة ابن سهل بالانكسار لا يقف عند هذا الحدّ: فهو لا يتخطى بطليموس فحسب بل يتّبع منحى آخر. فبمجرد قراءة مذكرته هذه حول شفافية الفلك، نتنبه لما يوليه من أهمية لمفهوم «الوسط» حيث يعمد إلى إظهار أن كل وسط ـ بما في ذلك الفلك ـ يتّسم بكمدة معينة خاصة به. ولقد وعى ابن الهيثم هذه الفكرة لاحقاً، إذ كتب لدى اطلاعه على مذكرة ابن سهل هذه، أن سلفه بحث عن أن يبرهن «أن الشفيف الذي في الأجسام المشفة يمكن أن يزداد لطفاً وصفاءً إلى غير نهاية، أعني أن كل شفيف في جسم مشف يمكن أن يتخيّل شفيفاً أصغر منه»[٢٧]. ومهما قيل، فإن هذا الطرح من قِبَل رياضي كابن سهل يوضح بجلاء مفهوم الوسط الذي تحدده كمدة خاصة به.

ولكن الاكتشاف الأهم العائد لابن سهل يكمن في طرحه، في «الرسالة»، لسؤال لم يسبقه إليه أحد، وهو موضوع الإشعال بواسطة الانكسار، فهو لم يعد، حينها، يحدد الوسط بكمدته بل «بنسبة ثابتة» خاصة به. ويشكل مفهوم «النسبة الثابتة» هذه التي تميز الوسط عن غيره الحجر الأساس لدراسة الانكسار في العدسات. فهذه «النسبة»، التي يعلنها ابن سهل من دون القيام بحسابها، ليست في الواقع سوى عكس قرينة الانكسار n للوسط بالنسبة إلى الهواء. إنه حقاً قانون

---

(٢٥) أي، بشكل آخر: $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ حيث i_1 و i_2 هما زاويتان حادتان، و n_1 و n_2 هما قرينتي انكسار الضوء على التوالي في الوسطين. فإذا كانت $i_1 > i_2$ صارت $\sin i_1 > \sin i_2$، وبالتالي: $n_1 < n_2$.

(٢٦) Albert Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales,» *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*, vol. 52, no. 2 (1957), pp. 157-158.

نلاحظ ان ابن سهل لم يذكر في أي وقت، شعاع البصر؛ فكل ما يتكلم عنه يتعلق بقواعد الإنكسار ومفهوم كمدة الوسط، اضافة إلى قواعد من المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس.

(٢٧) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «مقال في الضوء لابن الهيثم،» وهو ترجمة ناقدة إلى الفرنسية من قبل رشدي راشد في مجلة: **التاريخ والعلوم**، العدد ٢١ (١٩٦٨)، ص ٢١٨.

سنيلليوس للانكسار، بشكل يشابه كثيراً ما سنقرأه لدى سنيلليوس نفسه بعد حوالى ستة قرون. فلنعد إلى «رسالة» ابن سهل.

في مطلع دراسته للإنكسار في العدسات، يأخذ ابن سهل سطحاً مستوياً GF يفصل بين البلّور والهواء، ويمتد الضوء بحسب المستقيم CD في البلّور، لينكسر تبعاً لِ CE في الهواء. وينشىء انطلاقاً من G ناظماً للسطح GF يلتقي مع CD في H ومع الضوء المنكسر في E (الشكل رقم (١١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

من الواضح تطبيق ابن سهل هنا للقانون السابق ذكره ومفاده وجود الشعاعين CD في البلور و CE في الهواء في المستوي نفسه مع الناظم GE لسطح البلّور. وكعادته، ومن دون أدنى توضيح مفهومي، يكتب ابن سهل: «فخط جـ ه أصغر من خط جـ ح. ونفصل من خط جـ ح خط جـ ط مثل خط جـ ه، ونقسم ح ط نصفين على نقطة ي، ونجعل نسبة خط ا ک إلى خط ا ب كنسبة خط جـ ط إلى خط جـ ي ونُخرج خط ب ل على استقامة خط ا ب ونجعله مثل خط ب ک»[٢٨].

وهكذا يخلص ابن سهل في بضع جمل، إلى أن النسبة $CE/CH < 1$ ويعمد إلى استعمالها على امتداد بحثه المتعلق بالعدسات المصنّعة من البلور نفسه. وهو لا يتوانى عن العودة إلى «النسبة» نفسها، مستعيداً الشكل نفسه كلما ناقش الانكسار في هذا البلور.

وليست هذه النسبة سوى عكس قرينة الانكسار، إذ لو رمزنا بـ i_1 و i_2 إلى زاويتي الناظم مع CD و CE على التوالي، لحصلنا على ما يلي:

$$\frac{1}{n} = \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{CG \cdot CE}{CH \cdot CG} = \frac{CE}{CH}.$$

أما ابن سهل فيأخذ النقطة I على المقطع CH بحيث يكون $CI = CE$، والنقطة J في وسط IH وهو ما يعطينا:

$$\frac{CI}{CH} = \frac{1}{n}.$$

(٢٨) النص الأول، ص ٢٤.

وتميّز القسمة CIJH البلّور في كل عملية انكسار، وهو ما يبدو أن ابن سهل قد أدركه، ويشهد بذلك استعماله المتواصل لهذه القسمة طوال دراساته.

ويستعمل ابن سهل بادىء ذي بدء:

$$\frac{AK}{AB} = \frac{CI}{CJ} = \frac{2}{n+1};$$

ليعود بعدها إلى استعمال النسبة $\frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}$ بشكل متواصل في تتمة «دراسته». ومن ناحية أخرى، يبرهن ابن سهل، في خضم بحثه حول العدسة المستوية المحدبة والعدسة محدبة الوجهين، أن اختيار القطع الزائد لصنع هذه العدسات يتعلق بطبيعة البلور، إذ إن انحراف القطع الزائد عن مركزه هو $e = 1/n$.

وهذه النتيجة ذات الأهمية البالغة ستسمح لابن سهل بإدخال قاعدة العودة المتطابقة (الرجوع العكسي) في الانكسار، وهي قاعدة جوهرية في دراسة العدسات ذات الوجهين المحدبين، وهو ما سنراه لاحقاً.

إنه إذاً قانون سنيلليوس نفسه والشكل نفسه(٢٩) الذي أعطاه هذا الأخير؛

---

(٢٩) الاطلاع على مختلف الشهادات المتعلقة بمساهمة سنيلليوس في هذا الموضوع يظهر أن صياغته تكاد لا تتعدى إلا قليلاً وضوح صياغة ابن سهل، كما تتطابق المعاني وتتشابه. ففي رسالة كاليوس الشهيرة إلى قسطنطين ويكنز والمكتشفة من قبل: D. J. Korteweg, «Descartes et les manuscripts de Snellius,» *Revue de métaphysique et de morale,* no. 4 (1896), pp. 491-492,

نقرأ: «Esto medii densioris terminus AB, visibile V, radius incidentiæ VR, refractus in rariore medio RO, oculi situs in puncto O. Videbitur itaque imago rei visibilis in concursu radii refracti OR continuati et perpendicularis incidentiæ; quæ sit VP et punctum concursus I. In eodem itaque medio, sc. hic densiore, radius incidentiæ verus erit VR, suusque apparens RI. Docent observata quæ ratio est VR ad RI, semper obtinere eandem inter quoscumque radios similes, ut U'R' et R'I'. Quin in ipso radio perpendiculari et irrefracto UA, ubi incidentis ipsius pars est radius apparens; neque enim res visibilis U spectata perpendiculariter suo apparet loco, sed superiore in J; atque ut UA ad AJ, ita VR se habet ad RI. Unius itaque radii obliquatione, aut perpendicularis contractione cognita, quod modis pluribus facile fieri potest cognoscetur ratio cæterorum incidentium et apparentium omnium, quæ, exempli gratia, in aqua ut 4 ad 3, in vitro ut 3 ad 2, quando sc. utrobique consistit in ære».

وكريستيان ويكنز، وهو ابن قسطنطين هذا، وقد رأى مخطوطة سنيلليوس بنفسه، يرسم تاريخ هذا القانون، فيكتب بعد كبلر: . . . سنيلليوس عندما رأى ما للأمر من أهمية ظاهرة، نظراً إلى اكتشاف التلسكوب، توصل بعد عناء كبير وبعد اجراء تجارب عديدة إلى قياس مناسب لقيمة الانكسارات، من دون أن يفهم ما وجده فهماً كافياً، لأنه وعلى سبيل المثال، عندما يأخذ المستوي AB كسطح للماء، وأن العين الموجودة في نقطة F تنظر إلى صورة النقطة D الموجودة تحت سطح الماء AB. فترى العين صورة D على المستقيم FC، بينما يتلاقى امتداد المستقيم FC مع DA في النقطة G، علماً بأن DA عمودي على سطح الماء. يؤكد سنيلليوس بعد هذا الانشاء أن صورة الجسم D هو النقطة G الواقعة بين المقطعين CD و CG بنسبة محددة هي نسبة ٤ إلى ٣ في حالة الماء. انظر: Christiaan Huygens, *Œuvres complètes* (La Haye: [s. n.], 1916),

= T. 13, Dioptrique 1653, 1666, 1685-1692), pp. 491 - 492.

فكل الشهادات متفقة على أن سنيلليوس، في المخطوطة التي صاغ فيها القانون الحامل اسمه، لم يذهب أبعد من ابن سهل. إذ يُثبت غوليوس وكذلك ويكنز وڤوسيوس، الذين اطلعوا على مخطوطة سنيلليوس، أن هذا الأخير قد عرف هذا القانون بالشكل التالي: النسبة $\frac{CH}{CE}$ كمية ثابتة.

إن وجود هذه العلاقة نفسها عند ابن سهل في القرن العاشر لا يقلب تصورنا للتاريخ فحسب، بل يقودنا إلى طرح مخالف لمسألة إعادة اكتشاف هذا القانون مرات عدة، فلنقل إنه، إلى جانب أسماء سنيلليوس وهاريو وديكارت، يجب، من الآن فصاعداً، إضافة اسم ابن سهل.

رابعاً: العدسة المستوية المحدّبة والعدسة محدّبة الوجهين

يوضح اكتشاف قانون الانكسار وتطبيق مبدأ الرجوع المعاكس للضوء (العودة المتطابقة) مقدار المسافة التي قطعها ابن سهل بعد بطليموس. ولقد خاض ابن سهل خضم دراسة العدسات مستنداً على هاتين الوسيلتين؛ فإذ به ينقاد وبشكل طبيعي إلى برهنة أن القطع الزائد هو منحني انكساري، وإذ به يصوغ نظرية هندسية للعدسات هي، بحسب معرفتنا، أولى النظريات في هذا المجال.

يبتدىء هذا الجزء من «الرسالة»، وقد وصلنا كاملاً، بدراسة الانكسار متابَعاً بإنشاء عدسة مستوية محدبة، مروراً بإنشاء ميكانيكي للقطع الزائد، وصولاً إلى دراسة للخاصة الانكسارية لهذا المنحني. وبفضل مبدأ العودة المتطابقة، ينهي ابن سهل سريعاً دراسة العدسة الزائدية محدبة الوجهين.

يهدف ابن سهل، بادىء ذي بدء، إلى إنشاء عدسة تحدث الإشعال على مسافة معينة بواسطة أشعة متوازية. ويكون لمادتها قرينة الانكسار للبلور نفسها الذي دُرس سابقاً.

لتكن، على خط مستقيم، النقاط A، B، K وL مُشكِّلة لقسمة مشابهة

= انظر ايضاً شهادة: Isaac Vossius, *De Lucis natura et proprietate* (Amstelodami: Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios, 1662), pp. 36-38.

انظر اخيراً بخصوص مخطوطة سنيلليوس الضائعة: C. de Waard, «Le Manuscript perdu de Snellius sur la réfraction,» *Janus*, no. 39 (1935).

للقسمة CJIH، بما يعني: $\frac{AK}{AB} = \frac{CI}{CJ}$ و $BL = BK$.

لدينا إذاً: $\frac{AK}{AI} = \frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}$.

ولتكن النقطتان M على AB حيث $AM = BK$، و N على المستقيم العمودي من B على AB بحيث إن $LM . BM = 4BL . BN$. نأخذ القطع الزائد ذا الرأس B والمحور BM والضلع القائم BN. ويتولد، نتيجة دوران القوس الزائدي BS حول المستقيم AB سطح زائدي؛ وترسم S دائرة مركزها O فنحصل على جسم دوراني محدد بالسطح الزائدي وبالدائرة (O, OS) (الشكل رقم (١٢) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنفترض أن جسماً كهذا قد صُنِّع من البلور ذي قرينة الانكسار n.

قضية: إن أشعة الشمس الموازية إلى OB والعابرة لهذا الجسم، تنكسر على السطح الزائدي لتتقارب في النقطة A.

وبالفعل إن كل شعاع موازٍ إلى OB يجتاز السطح (O, OS) من دون انكسار ليلاقي السطح الزائدي، إما في النقطة B، وإما في نقطة أخرى $T \neq B$.

أ ـ في حالة النقطة B، يبرهن ابن سهل بالخلف ما يلي:

ـ إن المستوي العمودي في B على OB هو مماس في B على المجسم الزائدي؛

ـ وحدانية المستوي المماس في B؛

ـ عدم تلاقي المستقيم AO للمجسم الزائدي خارج النقطة B.

فيستنتج أن الشعاع القادم باتجاه OB هو عمودي على المستوي المماس في B، فلا ينكسر ويصل إلى A.

ب ـ في حالة النقطة $T \neq B$ (الشكل رقم (١٣) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، يبرهن ابن سهل ما يلي:

ـ يلاقي المستوي BLT سطح العدسة وفق القطع الزائد VBW ذي المحور BM والبؤرتين A و L؛

ـ إن المنصف TZ للزاوية ATL هو مماس في T على القطع الزائد؛

ـ إن المستوي الحاوي على TZ والعمودي على المستوي BLT هو مماس في T على السطح الزائدي، وهو وحيد.

نعلم أن:

$$AT - LT = BM.$$

لتكن إذاً U' على AT بحيث إن $AU' = BM$؛ يكون حينها $TU' = TL$ وتمثل TZ وسيطة المقطع LU'، فتكون حينئذ LU' هذه عمودية على المستوي المماس.

ليكن XT الشعاع الساقط بشكل موازٍ على الخط AL. وتوجد الخطوط المستقيمة XT، TL، TZ و TA في المستوي ATL، الذي يشتمل أيضاً على الناظم في النقطة T على الجسم الزائدي؛ فينتمي الشعاع المنكسر إلى هذا المستوي أيضاً. وبما أن المستقيم XT يقطع LZ في النقطة B_a؛ فيكون:

$$\frac{TU'}{TB_a} = \frac{AU'}{AL} = \frac{AK}{AL};$$

ولكن طبقاً لما سبق إنشاؤه فإن:

$$\frac{AK}{AL} = \frac{CE}{CH} \text{ ، وبالتالي: } \frac{TU'}{TB_a} = \frac{CE}{CH}.$$

وهكذا يتشابه الشكلان TZB_aU' و $CGHE$؛ فيكون حينئذ $TU'A$ هو الشعاع المنكسر للشعاع الساقط XT، الذي يجتاز المستوي OS في B_b من دون أي انحراف، ليلاقي سطح الجسم الزائدي في النقطة T.

إن حزمة الأشعة المتوازية على AB والساقطة على الدائرة (O, OS) تدخل من دون انحراف في العدسة لتتحول إلى حزمة أشعة متقاربة في النقطة A.

ثم يعرض ابن سهل طريقته في رسم القطع الزائد رسماً متواصلاً(٣٠) فينطلق من القسمة (A, B, K, L) التي عرضها سابقاً ليحصل على:

$$\frac{AK}{AL} = \frac{1}{n},$$

---

(٣٠) اهتم رياضيو ذلك العصر بشكل خاص بإنشاء المنحنيات المخروطية. وهكذا فقد عمد ابراهيم ابن سنان إلى إنشاء القطع الزائد بالنقاط، انطلاقاً من الدائرة، في مذكرته: «في رسم القطوع الثلاثة» في: أبو اسحق ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحراني: **رسائل ابن السنان** (حيدرآباد ـ الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٩٤٨)، ص ١ ـ ١١، و**المسائل المختارة** (الكويت: دار نشر سعيدان، ١٩٨٣)، ص ٤١ ـ ٥٠.

كما أنشأ السجزي، معاصر ابن سهل، القطع الزائد القائم، في مذكرة هامة عن الخط المقارب لهذا المنحني، انظر: **Rushdi Rashid, «Al-Sijzī et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des coniques d'Apollonius,»** ***Archives internationales d'histoire des sciences*****, vol. 37, no. 119 (1987).**

كما كتب كل من القوهي والسجزي مقالة عن البركار التام حيث يتناولان الرسم المتواصل للقطع الزائد. انظر: **Woepcke, «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafâ,»**

كما نعلم أن الذين أتوا بعد ابن سهل، كابن الهيثم، تناولوا هذه المسألة بالدراسة.

حيث تكون n قرينة انكسار البلور المستعمل.

لتكن M نقطة على الدائرة (A,AK) بحيث تكون الزاوية AML منفرجة، و N نقطة على المستقيم AM بحيث إن $\measuredangle LMN = \measuredangle MLN$ ؛ فيكون $NM = NL$ و $NA - NL = AM = AK$؛ ويكون بذلك موضع N على القطع الزائد ذا الرأس B والبؤرتين A و L، وكعادته، لا يسمي ابن سهل القطع المخروطي باسمه في هذه المرحلة. فهو يريد إنشاء القوس BN، وهو قوس زائدي، وطريقته في ذلك مستوحاة مما سبق وقام به بالنسبة إلى القطعين المخروطيين الآخرين.

لتكن A في وسط مقطع OP عمودي على AB بحيث إن $OP \leqslant AB$ و $OP \leqslant KL$ (الشكل رقم (١٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) وعلى الخط الموازي إلى AB والممتد من O، نسقط عمودياً L و B في U و X على التوالي ونضع V و Q بحيث يكون $UV = OQ$ (طول كيفي)؛ ثم نضع مقطعاً آخر غير محدد $LN < UT$ ونرسم الدائرتين (A, AO) و (B, BX).

نضع U′ على العمودي في L على LN، بحيث يكون $LU' = LU$، ثم نرسم O′AI′ قطراً للدائرة (A) موازياً على LU′. وليكن $I'B_a$ عمودياً على AI′ بحيث يكون $I'B_a = OQ$؛ ولتكن النقاط B_e، B_c و B_d على العمودي في U′ على LU′، بحيث يكون $U'B_e = OQ$ و $U'B_c = LN$ و $U'B_d = UT$.

ثم نرفع من النقاط Q ، V ، B_a و B_e مقاطع متساوية وعمودية على المستوي ALM:

$$QR = VW = B_aB_b = B_eB_f$$

فنحصل إذاً على: $AL = OU = VQ = RW = I'U' = B_aB_e = B_bB_f$.

وتكون الدائرة (N) ذات المركز N والمساوية لِـ(A) مماسة في B_c على $U'B_c$ (إذ ن $NLU'B_c$ مستطيلاً فإن $NB_c = LU' = AI'$).

لنرسم PZ مماساً مشتركاً على الدائرتين (A) و (B)، كما نرسم المقطع B_gB_h اُ مشتركاً على (A) و (N)؛

فنجد: $PZ = AB$ و $AN = B_gB_h$ و $LN = U'B_c$ و $NS = B_cB_d$.

ولنبرهن المعادلتين التاليتين:

المعادلة (1): $B_gB_h + B_cB_d = PZ + XT$

بما أن: $B_gB_h + B_cB_d = AN + NS = AK + MN + NS$؛

وكذلك: $MN + NS = LS = UT = LB_i$ حيث B_i تمثل الإسقاط العمودي لِ T على AB. فنستخلص أن:

$$AN + NS = B_gB_h + B_cB_d = AK + LB_i$$

$$= AK + LB + BB_i = AB + BB_i = l,$$

وكما أن لكل نقطة من نقاط القطع الزائد:

$AN + NS = AB + BB_i$[٣١].

لكن $AB = PZ$ و $BB_i = XT$ وتصبح المعادلة (1) مثبتة.

من جهة أخرى، فإن $\widehat{B_g I'} = \widehat{B_hB_c}$ لأن $\measuredangle B_hNB_c = \measuredangle B_gAI'$، وكذلك نصف دائرة = $\widehat{O'PB_g} + \widehat{B_hB_c}$.

المعادلة (2):

$\widehat{O'B_g} + B_gB_h + \widehat{B_hB_c} + B_cB_d = PZ +$ نصف دائرة $+ XT = l + p$،

حيث p تمثل نصف محيط إحدى الدائرات.

نلاحظ أن الدائرتين (A) و(B) لا تتقاطعان، لأن $AB \geqslant OP$. كما نلاحظ من ناحية أخرى أن: $AN > AB$، وهذه ميزة خاصة بالقطع الزائد، يبرهنها ابن سهل بالخلف؛ فيحصل بالتالي على: $AN \geqslant OP$، ولا تتقاطع الدائرتان (A) و(N).

وينطلق ابن سهل من المعادلة (2) ليصمم جهازاً قادراً على رسم متواصل

---

(٣١) وبالعكس، لدينا:

$AN + NS = AB + BB_i \rightarrow AN + NS - LS = AB + BB_i - LB_i,$

فنحصل إذاً على: $AN - NL = AB - BL$.

للقوس الزائدي BN. يتألف هذا الجهاز من قسمين كل منهما متماسك: يدور القسم الأول منه حول النقطة الثابتة A. وهو يتألف من نصف دائرة يحدها القطر OP، ومن المقطعين OQ و RQ. وهذا الأخير عمودي على المستوي LAO. أما القسم الثاني فيدور حول النقطة الثابتة L وهو مؤلف من كوس صلب LUT، ومن مقطع VW عمودي على المستوي LUT؛ VW = QR و V موجودة على UT، بحيث يكون UV = OQ. ويتصل هذان القسمان في ما بينهما بقضيب RW، يلعب دور الساعد[٣٢]، فيؤدي دوران القسم الثاني حول L (الشكل رقم (١٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) إلى دوران القسم الأول بزاوية مساوية حول A.

بعد ذلك يتناول ابن سهل جزءاً متحركاً يتألف من الدائرة (B) التي تلعب دور البكرة، ومن حزام مثبت في P و T يلتف حول الدائرة (B) ويكون طول دورته PZXT ثابتاً يساوي (l + p) بموجب المعادلة (2).

فإذا دفعنا الدائرة (B) شرط أن يبقى الحزام مشدوداً، فإن (B) تدفع بدورها الكوس الصلب TUL، ليدور هذا الأخير حول النقطة الثابتة L ساحباً كل الجهاز المتماسك، بينما يبقى القضيب RW موازياً إلى AL. وعندما تتطابق B مع N، يأخذ الكوس LUT وضع $LU'B_d$، وتأتي P إلى O'، ليأخذ الحزام بذلك وضع $O'PB_gB_hB_cB_d$ (الشكل رقم (١٤) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)؛ وهكذا يرسم مركز البكرة B في هذا الانتقال القوس BN.

بما أن M هي نقطة التقاء المستقيم AN بالدائرة (A, AK)، فإن NM < NK وبالتالي فإن NK < NL. وهكذا، ففي المثلثين NBL و NBK تكون $\measuredangle LBN < \measuredangle KBN$، والزاوية LBN هي بالتالي حادة. أما موقع العمود الساقط B_j من النقطة N على AB فهو إذاً على نصف المستقيم BL. يبرهن ابن سهل في ما بعد بالخلف أن المستقيم NB_j لا يلتقي القوس BN إلا في النقطة N[٣٣]. وبدوران الشكل المحدد بالقوس BN والمقطعين BB_j و NB_j، حول المستقيم BB_j، يتولد جسم يُفترض أن يُصنع من البلور المدروس سابقاً.

---

(٣٢) الساعد Bielle هو قضيب يستعمل لتحويل الحركة المتناوبة إلى حركة رحوية (المترجم).

(٣٣) البرهان بالخلف يرجع الى الشكل رقم (١٥) من النص الأول، (انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وما إن ينتهي من الرسم التواصلي للمنحني المميز بالخاصة (2) ـ وهو قطع زائد ـ حتى ينكبّ ابن سهل على دراسة الخاصة الانكسارية من دون الالتفات لبرهنة كونه قطعاً زائداً. فيبرهن القضية التالية:

قضية: «إن أشعة الشمس الموازية لِـBB_j والساقطة على الجانب (B_j) تعبر هذا الجانب من دون انحراف، لتسقط على السطح الزائدي (B)، فتنكسر عنده باتجاه النقطة A».

لبرهنة هذه القضية يأخذ ابن سهل على السطح الزائدي نقطة B على المحور، ومن ثم نقطة أخرى خارجه، ويدرس في كلتا الحالتين المستوي المماس ومسار شعاع الضوء.

لنبدأ بالنقطة B: القوس NBB_i' في المستوي BLN وهو قوس زائدي رأسه B (الشكل رقم (١٦) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وليكن BB_o' عمودياً على BL؛ يبرهن ابن سهل بالخلف أن BB_o' هو مماس في B على القوس NBB_i' وأنه المماس الوحيد في هذه النقطة. ثم ينتقل إلى المستوي العمودي على المستوي BLN، الحاوي على المستقيم BB_o'، فيبرهن أنه مماس في النقطة B على السطح (B) وإنه المستوي المماس الوحيد في هذه النقطة.

وأخيراً يبرهن ابن سهل ـ بالخلف ـ أن المستقيم AL لا يلتقي مع السطح (B) إلا في النقطة B فقط.

وهكذا فإن ضوء الشمس يمتد إذاً في البلور باتجاه B_jB، ومن ثم في الهواء باتجاه BA.

لننتقل الآن إلى النقطة C_g مختلفة عن B (الشكل رقم (١٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). يشكل الخط C_hBC_i التقاء المستوي BLC_g بالسطح (B). يبرهن ابن سهل بالخلف أن المنصف C_gC_j للزاوية LC_gA هو مماس في C_g لهذا الخط، وأنه المماس الوحيد (الشكل رقم (١٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

كما يبرهن أخيراً أن المستوي العمودي على المستوي ALC_g، والمأخوذ من المستقيم C_gC_i، هو مماس إلى السطح (B) في النقطة C_g.

لتكن حالياً C_l ملتقى AC_g مع الدائرة (A, AK)، يلتقي المستقيم LC_l مع

المماس في النقطة C_j، وهو بدوره عمودي في هذه النقطة على المستوي المماس (الشكل رقم (٢٠) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). إن الموازي المأخوذ من C_g على AL يقطع المستوي (B_j) في C_w، كما يقطع المستقيم LC_1 في النقطة C_v؛ عندها ينتج أن:

$$\frac{C_g C_1}{C_g C_v} = \frac{AC_1}{AL} = \frac{AK}{AL};$$

ولكن، استناداً على الافتراض:

$$\frac{AK}{AL} = \frac{CE}{CH},$$

نحصل على:

$$\frac{C_g C_1}{C_g C_v} = \frac{CE}{CH} = \frac{1}{n}.$$

ومن ناحية أخرى يبرهن ابن سهل بالخلف أن C_g هي نقطة التلاقي الوحيدة للسطح (B) مع المستقيمين C_wC_v و AC_g (الشكل رقم (٢١) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

وهكذا فإن الشعاع الشمسي الموازي لِـ AL، يسقط على المستوي (B_j) في C_w، ويدخل في الجسم لينتشر باتجاه C_wC_g؛ فينكسر في C_g على السطح (B) وينتشر في الهواء باتجاه C_gA. وهذه حالة كل شعاع شمسي يسقط على الجانب (B_j).

العدسة محدبة الوجهين

ينهي ابن سهل دراسته بإنشاء عدسة محددة بجزءين من مجسمين زائديين دورانيين حول المحور نفسه، مصنّعة من البلور نفسه للعدسة السابقة. ويستعمل هنا لهذا الانشاء النتيجة التي أثبتها خلال دراسته العدسة المستوية المحدبة مفترضاً مبدأ الرجوع العكسي للضوء (العودة المتطابقة). وتظهر العدسة محدبة الوجهين المنشأة هنا وكأنها التصاق عدستين مستويتين محدبتين.

وكالسابق، يأخذ ابن سهل على خط مستقيم قسمة A, K, B, L شبيهة بالقسمة C, I, J, H، ليقرنها بقوس BM من قطع زائد رأسه B وبؤرتاه A و L. ثم يأخذ قسمة أخرى N, O, S, P شبيهة بالقسمة C, I, J, H، فيقرنها بقطع زائدي رأسه النقطة S وبؤرتاه P و N (الشكل رقم (٢٢) من النص الأول، انظر ملحق

الأشكال الأجنبية). فنحصل على ما يلي:

$$\frac{CI}{CH} = \frac{NO}{NP} = \frac{AK}{AL} = \frac{1}{n},$$

و n هي قرينة انكسار البلور نسبةً للهواء.

إن المنصف MQ للزاوية AML هو مماس على المنحني BM في النقطة M.

لتكن R على AM بحيث MR = ML، (وبالتالي AR = AK)؛ ويلتقي عندئذ MQ مع LR في X بزاوية قائمة، فتكون LQX هي زاوية حادة.

وكذا الأمر مع المنصف UT للزاوية NUP، فهو مماس للمنحني SU، والزاوية PTU هي حادة. وهكذا فإن المستقيمين MQ و TU يتلاقيان ولتكن V نقطة التقائهما.

يلتقي المنحني BM مع الخطوط المستقيمة QB و QM و TV في نقطة واحدة فقط، هي بالتوالي B و M و W. ولا يلاقي المنحني SU المستقيم TV إلا في U؛ وهو يلاقي المنحني BW في النقطة Z.

لنثبّت المستقيم BS، ولندوّر حوله السطح المحدد بالقوسين BZ و ZS وبالمستقيم BS، فترسم النقطة Z الدائرة ZU′؛ ونحصل على الجسم BZSU′ ليُصنع حينذاك من البلور.

قضية: «إن الأشعة الضوئية المنبثقة من النقطة N، والساقطة على السطح ZSU′ تدخل العدسة وتلتقي السطح ZBU′ ومن ثم تنتشر لتتلاقى في النقطة A فتُشعلها».

يبدأ ابن سهل بدراسة حالة النقطة S. إن الخط المستقيم NS يلتقي سطح الجسم المضيء في النقطة I′. فإذ بالشعاع I′S، المنتشر في الهواء، يدخل هذا الجسم في النقطة S، وينتشر باتجاه SB، ليخرج من النقطة B وينتشر باتجاه BA.

ثم يواجه حالة أية نقطة O′ مختلفة عن S. إن المستوي BSO′ يقطع سطح الجسم باتجاه $SO'B_a$ و B_aB_cB (إذ إن B_a هي وضعية للنقطة Z، كما ان القوس $SO'B_a$ هو وضعية للقوس SZ، أما القوس B_aB_cB فهو وضعية للقوس ZB)؛ ولكن على افتراض أن $O'B_c$ موازٍ لـ BS، وليكن B_d ملتقى المستقيم NO′ مع سطح الجسم المضيء. وهكذا فإن الضوء المنبثق من النقطة B_d سينتشر في الهواء

باتجاه B_dO'، فيخترق البلور في النقطة O'، وينتشر باتجاه $O'B_c$ ليعود ويخرج من B_c، ثم يعود لينتشر باتجاه B_cA.

إذاً فإن حزمة أشعة صادرة عن منبع ضوئي N تنكسر أولاً على الجانب S وتتحول إلى حزمة أشعة متوازية (أسطوانية) لتسقط بدورها على الجانب B حيث تنكسر ثانية وتتحول إلى حزمة أشعة تتقارب في النقطة A.

* * *

وهكذا فإن دراسة المرايا المحرقة هي التي قادت ابن سهل ليقوم بأولى الأبحاث حول الانكساريات. فانطلاقاً من التساؤل عن الإشعال وعلى مسافة معينة بواسطة أشعة متوازية، أو منبثقة من منبع ضوئي موجود بدوره على مسافة متناهية، لا عن طريق الانعكاس فحسب بل وبواسطة الانكسار كذلك، إذ به ينساق انسياقاً طبيعياً إلى الخوض في البحث المتعلق بالانكساريات.

لكن قوة تملّكه نظرية القطوع المخروطية، والتي تشهد بها «دراسته» إضافة إلى أعمال سنحللها لاحقاً، جعلت ممكناً قيامه بأبحاثه حول انعكاس الضوء وأدت إلى ولادة هذا الفصل في العلوم.

وكما في البحث في المرايا المحرقة، ننطلق هنا من تطبيق البنى الهندسية، وخصوصاً تلك التي تقدمها نظرية القطوع المخروطية، على بعض الظواهر الضوئية للتوصل إلى الهدف التطبيقي المنشود ألا وهو: الاشعال انطلاقاً من منبع ضوئي، بعيداً كان أم قريباً.

وفي هذا النوع من المعرفة المرتبطة بإنشاء النماذج لا يكون الاهتمام مركّزاً على صياغة مفهومية للقواعد المثالية للظواهر والقوانين. فهو بالأحرى بحث عما يتضمنه من عناصر ضرورية للإجابة عن التساؤل التطبيقي. وفي هذا السياق، فإن الموضوع الجديد المتعلق بالانكساريات لا يختلف عما سبقه من دراسة للمرايا المحرقة إلا بدرجة تعقيد العناصر المستعملة ودقة البنى الرياضية المطبّقة.

وهذا التشابه المعرفي بين البحث الانعكاسي في المرايا المحرقة، والانكساري في العدسات، يعيدنا إلى التأكيد أن الثاني هو امتداد للأول، مع فارق في خصائص استعمال الطرق المتعلقة بالنماذج لكلا الموضوعين.

فليس من المستغرب إذاً هذا التشابه في أسلوب المعرفة: أسلوب يرتكز على

أساس هندسي في كلتا الحالتين.

فالرياضي لا يجد نفسه ملزماً بانتقاء مذهب معين حول طبيعة الضوء مثلاً، أو حول أسباب الانعكاس أو الانكسار. وهذا هو واقع ابن سهل على ما يتبين لنا من خلال ما وصلنا منه من مخطوطات: **ينحصر اهتمامه الأوحد في عملية الإشعال، فإذ بدراسته محض هندسية.** فالتجربة على الرغم من وجودها الطبيعي لا تشكل مطلقاً جزءاً من البرهان نفسه. فلا يتخطى ابن سهل بذلك حدود بناء الأنموذج وإنشائه اللازمين لصنع العدسة، وبالتالي لتحقيق مراده بالإشعال. فإذ به يسهم في تحسين الدراسة الهندسية وتطويرها، تاركاً للاستعمال اللاحق تفحص القيمة التطبيقية لهذا الأنموذج المستحدث ومدى فعاليته...

يوضح هذا التحليل المقتضب، فحوى اكتشاف ابن سهل وبداية علم الانكساريات، إذ إننا الآن بتنا قادرين على فهم هذا الاهتمام المتجدد بدراسة الانكسار: إنها المرة الأولى، منذ كتاب **المناظر** لبطليموس، التي نواكب فيها تقدماً ملموساً ومهماً في هذا المضمار.

فابن سهل، كقارىء للمؤلف الاسكندري المذكور ومحلل له في الآن معاً، كان يعلم أن الشعاعين الساقط والمنكسر يقعان في مستوٍ واحد مع الناظم، كل واحد في جهة منه. كما كان يعلم مبدأ الرجوع العكسي (العودة المتطابقة) للضوء. ويضيف إلى كل هذا قانون سنيلليوس، الذي توصل إلى اكتشافه بنفسه.

فلقد أدخل ابن سهل، وكما بيّنا سابقاً، نسبة الشعاع المنكسر إلى المسافة ما بين الصورة ونقطة السقوط (CE/CH طوال دراسته)، كنسبة ثابتة تحدد وسطاً ما بالنسبة إلى الهواء.

لكن ابن سهل لم ينظر بالمقابل، عند دراسته العدسات، إلا إلى نوع واحد من الأشعة، ألا وهي الموازية للمحور في حالة العدسة المستوية المحدبة، أو المنطلقة من بؤرة أحد الجانبين الزائدين في حالة العدسة محدبة الوجهين؛ ليحصل بذلك وفي كلتا الحالتين على تجمع الضوء المنكسر في نقطة واحدة من المحور.

من جهة أخرى، لا يولي ابن سهل أي اهتمام بصياغة ما يرتكز ضمناً عليه من قوانين وقواعد فيزيائية. فغياب هذه الصياغة، وإن كان لا يسمح مطلقاً بالشك في إحاطة ابن سهل بها، ليس عرضياً: إنه نابع، كما يبدو لنا، من غياب التساؤل حول الأسباب الفيزيائية لعملية الانكسار؛ فنصوص ابن سهل لا تظهر أية

محاولة لتفسير أشكال انتشار الضوء. ويختلف الأمر تماماً عندما يعالج المسائل المتعلقة بصورة جسم ما من خلال العدسة، إذ لا يمكننا عندئذ تجنّب الصعوبات المتعلقة بتسديد النظر أو بالزيغ البصري. فهذه المسائل التي لم يتعرض لها ابن سهل في «رسالته»، ستبرز لتأخذ عند خلفه ابن الهيثم حيّزاً مهماً، فتقوده إلى تحديد جديد للعلاقات بين شروط الابصار، وشروط انتشار الضوء.

يثير اكتشاف «مقالة» ابن سهل هذه جملة تساؤلات حول العلاقات التي قامت بين ابن الهيثم وسلفه، إذ من المستغرب حقاً أن تبقى مساهمة كهذه، وهي فعالة في تاريخ البصريات ورائعة في زمانها من دون وريث. كما قد لا يقل غرابة إن أتى نتاج بثورية نتاج ابن الهيثم من دون أن تمهد له أعمال عظيمة سابقة له.

يبقى علينا إذاً التساؤل عن مصير هذه المعرفة في تاريخ علم الانكساريات في مرحلة ما بعد ابن سهل، أي في انجازات ابن الهيثم في هذا المجال...

الفصل الثاني

الأبحاث الانكسارية

عند ابن الهيثم والفارسي

تفرض أعمال ابن سهل البصرية، وبصورة خاصة رسالته **الحراقات** إعادة سبك لمعرفتنا بعلم الانكساريات عشية مساهمة ابن الهيثم(١) الرئيسة. إذ لم يعد جائزاً تقديم هذا الإنجاز كامتداد لكتاب **المناظر** لبطليموس وحده وبشكلٍ ما في تعارض معه، إذ يرسم القادم الجديد هيكلاً جديداً للإطار الذي من دونه يبدو تراث ابن الهيثم معزولاً في التاريخ. وباستطاعتنا منذ الآن، إدراك نتيجة لهذا الوضع الجديد، وطرح تساؤل كان متعذراً طرحه سابقاً. ففي المقام الأول تكشف لنا معرفتنا بأعمال ابن سهل مواضيع بحث درسها ابن الهيثم ولكنها غابت عن أذهان المؤرخين الذين لم يلقوا بنظرهم إلى دراساته حول الكواسر والعدسات إيماناً منهم بانتماء دراسات كهذه إلى عصر بعيد لاحق.

أما السؤال الذي يطرح نفسه حالياً، فإنه يتعلق بقانون سنيلليوس: إذ على الرغم من اكتشاف ابن سهل له، لم يأخذ به ابن الهيثم، مفضلاً العودة إلى النِّسَب بين الزوايا. فلماذا اختار هذا المجدد موقفاً محافظاً حيال هذه النقطة؟

هذان الموضوعان سيكونان شغلنا الرئيسي في هذا الفصل.

من المعروف أن **المقالة السابعة** من كتاب **المناظر** لابن الهيثم مخصصة

---

(١) بشأن حياة ابن الهيثم وأعماله البصرية، انظر: E. Wiedemann «Ibn al-Haytham, ein Arabischer Gelehrter,» *Festschrift für J. Rosenthal* (Leipzig) (1906);
مصطفى نظيف، **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢-١٩٤٣)؛ Matthias Schramm, *Ibn al - Haythams Weg zur Physik,* Bœthius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd.1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), and A.I. Sabra, «Ibn al-Haytham,» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1972).

للانكسار. ولا يمكن القيام بدراسة دقيقة كاملة للانكساريات عند ابن الهيثم من دون إخضاع هذه المقالة لفحص مفصّل يملأ مجلداً كاملاً. وقد قام مصطفى نظيف[٢] بالجزء الأكبر منه. غير أن مشروعنا هنا أقل شمولية، إذ إننا ننوي التطرق إلى أكثر أبحاث ابن الهيثم الانكسارية تقدماً، أي تلك التي هي في المقالة السابعة هذه أو في غيرها، وقد خصصها المؤلف للكواسر والعدسات. لذلك سنكتفي من مجمل دراسته في الانكسار، بعرض مختصر جداً لأكثر الاستنتاجات أهمية، بغية الإحاطة بها؛ فلنذكّر أولاً بها.

بادىء ذي بدء، يبرهن ابن الهيثم في المقالة السابعة هذه، بوجود الشعاعين الساقط والمنكسر، والناظم في نقطة الانكسار، في المستوي نفسه. كما يبرهن بأن الشعاع المنكسر يقترب من الناظم إذا نفذ الضوء من وسط أقل كمدةً إلى وسط أكثر كمدةً، والعكس صحيح.

وكما رأينا سابقاً، فقد صيغ هذا القانون، عند ابن سهل وعند بطليموس كذلك على نحو معين. ولكن فجوة في الأسلوب تنشأ ما بين ابن سهل وابن الهيثم، فجوة نعود إليها لاحقاً: فلكونه هندسياً فقط، يكتفي الأول بالصياغة النظرية للقانون وبتطبيقاته، بينما يعمل الثاني على التحقق منه بالتجربة؛ وفي حين يتابع الهندسي فيصل إلى قانون سنيلليوس، يكتفي الفيزيائي بالنسب بين زوايا السقوط وزوايا الانحراف، ليصوغ لها القواعد ويمحّصها بالتجربة. يحدث كل هذا وكأن الضرورة التجريبية لذلك العصر تستلزم تقهقراً نظرياً، وسنعود إلى هذه الملاحظة لاحقاً. أما الآن فنذكّر بهذه القواعد التي أوردها ابن الهيثم:

١ ـ تتغير زوايا الانحراف d بشكل مباشر مع زوايا السقوط i: فإذا كانت $i' > i$ في وسط n_1؛ يكون $d' > d$ في الوسط n_2.

٢ ـ إذا زادت زاوية السقوط بمقدار ما، تزيد زاوية الانحراف بمقدار أقل: إذا كان $i' > i$ و $d' > d$، يكون معنا $d' - d < i' - i$.

٣ ـ تزيد زاوية الانكسار بزيادة زاوية السقوط: فإذا كانت $i' > i$، نحصل على $r' > r$.

---

(٢) نظيف، المصدر نفسه، ص ٦٨٢ ـ ٨٥٦. وانظر ايضاً بشكل خاص مقدمة الجزء الثاني من:
Rushdi Rashid, ***Mathématiques infinitésimales aux IX-XI^{ème} siècles.***

٤ ـ إذا نفذ الضوء من وسط أقل كمدةً إلى وسط أكثر كمدةً، $n_1 < n_2$، يكون معنا $d < i/2$؛ وفي الانتقال المعاكس، يكون معنا $d < (i + d)/2$ ونحصل على $2i > r$.

٥ ـ يستعيد ابن الهيثم القواعد التي نصّها ابن سهل في رسالته **البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء** ويؤكد أنه، إذا دخل الضوء انطلاقاً من وسط n_1، بحسب زاوية السقوط نفسها، إلى وسطين مختلفين n_2 و n_3، عندها تختلف زاوية الانحراف d لكل من هذين الوسطين، بحسب اختلاف الكمدة. فتكون مثلاً $d_3 > d_2$ إذا كانت n_3 أشد كمدةً من n_2، أو إذا كانت n_1 أشد كمدةً من n_2 التي هي أشد كمدةً من n_3.

خلافاً لما اعتقده المؤلف عند صياغتها، ليست جميع هذه القواعد الكمية صحيحة بوجه عام[٣]. فهذا هو شأن الحالتين الثانية والرابعة. يبقى أن نذكر أنها جميعاً تصمد أمام الفحص التجريبي ضمن حدود الظروف التجريبية التي استخدمها ابن الهيثم في الأوساط الثلاثة، الهواء والماء والزجاج، وبزوايا سقوط لا تتعدى ٨٠°.

٦ـ يصوغ ابن الهيثم أخيراً مبدأ الرجوع المعاكس (العودة المتطابقة) الذي عرفه أسلافه وطبقوه[٤].

هكذا يمكن نص قواعد الانكسار كما استعملها ابن الهيثم. فلنأتِ الآن إلى دراساته عن الكواسر والعدسات.

---

(٣) Rushdi Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique,» *Revue d'histoire des sciences*, no. 21 (1968), pp. 202-204.

إقرأ على صفحة ٢٠٣، ٠,٦٤٨ بدلاً من ٦,٤٨، وعلى ص ٢٠٤، sin r بدلاً من sin 2.

(٤) وبالفعل وجدنا هذا المبدأ عند ابن سهل وعند بطليموس قبله، انظر: Claudius Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, éd. par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956), pp. 242-243, et Albert Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales,» *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences*, vol. 52, no. 2 (1957), p. 158.

أما بالنسبة الى ابن سهل فإنه يستعمل في أبحاثه، كدراسته في العدسة محدّبة الوجهين مثلاً، هذا المبدأ الموجود في المقالة الخامسة من كتاب المناظر لبطليموس والذي تفحصه بنفسه.

أولاً: الكاسر الكروي

يعالج ابن الهيثم الكاسر الكروي في **المقالة السابعة** من مؤلفه **كتاب المناظر**. ونلاحظ أولاً أن هذه الدراسة تندمج في الفصل المخصص لمسألة الصورة، وليست بالتالي مستقلة هنا عن مسألة الرؤية. يميز ابن الهيثم حالتين، بحسب موضع المنبع، وهو نقطة ضوئية على مسافة متناهية، تكون إما من الجهة المقعّرة أو من الجهة المحدبة لسطح الكاسر الكروي.

لنتفحّص هذين الوضعين تباعاً، بدءاً بالحالة التي يأتي فيها الضوء المنكسر من نقطة B موجودة في الوسط الأكثر كمدةً، نحو نقطة A، موجودة في الوسط الأقل كمدةً، ويكون تحدّب الكرة لجهة A.

لتكن G مركز الكرة. يذكر ابن الهيثم أن انكسار شعاع منطلق من B وينكسر نحو A، يحتم وجود النقاط A، B و G في مستوٍ متعامد مع السطح الكروي. فإذا كانت النقاط A، B و G موجودة على الخط المستقيم نفسه، فكل مستوٍ يمر في AB يفي بشروط المسألة؛ أما إذا كانت غير ذلك، فإنها تحدد مستوياً قطرياً، وبالتالي متعامداً مع السطح الكروي.

يتفحّص ابن الهيثم، تباعاً، حالتين تبعاً لانتماء النقطتين A و B إلى القطر نفسه أو عدم انتمائهما له. لنفترض أولاً أن A و B هما على القطر CD نفسه. يبرهن حينذاك ابن الهيثم أن BC وحده ينفذ إلى A من دون أن ينكسر؛ وعندما تكون B على [C, D]، فإنها لا ترى إلا من النقطة C باتجاه BCA. ولإثبات هذه النتيجة، يعرض الحالات التالية:

إذا كانت B = G، فكل شعاع منطلق من B هو عمودي على الكرة ولا ينكسر؛ وشعاع BC وحده يمتد إلى العين A.

إذا انتمت B إلى]G, C[، ينكسر أي شعاع BE مبتعداً عن الناظم باتجاه EO ولا يمر في A (الشكل رقم (١) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

إذا انتمت B إلى]D, G[، عندها لا ينكسر BE نحو النقطة A. لبرهان هذه الحالة، يفترض ابن الهيثم أن BE ينكسر في E طبقاً لِـ EA؛ فتكون زاوية الانحراف KEA = d في هذه الحالة تكون زاوية خارجية للمثلث EBA، وتكون بالتالي

$\measuredangle KBG > \measuredangle KEA$. لكن $GE > GB$، أي ان: $\measuredangle BEG > \measuredangle EBG$، حيث إن: $\measuredangle BEG > \measuredangle KEA$؛ وهذا يعني أن $d>i$؛ حيث إن: $\measuredangle IEA = r = d + i$؛ $2i > i$؛ وهذه النتيجة هي، بنظر ابن الهيثم، مستحيلة، إذ برأيه أن $d < i$ كما أشار سابقاً. نذكر مجدداً أن هذه النتيجة ليست عامة، ولكنها صحيحة بالنسبة إلى وسطي ابن الهيثم الهواء- الزجاج، حيث $n = 3/2$.

لنأتِ الآن إلى الحالة الثانية عندما لا تكون A و B على القطر نفسه. يأخذ ابن الهيثم B داخل الكرة (الشكل رقم (٢) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). في هذه الحالة، يكون المستوي DAB قطرياً؛ إذا انكسر شعاع منطلق من B فاتجه نحو A، يكون بالضرورة في هذا المستوي.

يعمل ابن الهيثم على برهان أنه إذا انكسر شعاع BE واتجه نحو A يكون وحيداً. قبل أن نعلق على هذا التأكيد لنُعد برهان ابن الهيثم.

لنفترض وجود شعاع آخر BM ينكسر في M مختلفة عن E ويتجه نحو A. يقطع الشعاع GE الشعاع BM في S. لتكن H و N على امتدادي BE و BM على التوالي؛ ويكون معنا إذاً:

$\measuredangle BEG = \measuredangle HEI = i,\ \measuredangle HEA = d,\ \measuredangle GEA = \pi - r,\ \measuredangle BEA = \pi - d.$

$\measuredangle BMG = \measuredangle NML = i_1,\quad \measuredangle NMA = d_1,\quad \measuredangle GMA = \pi - r_1,$
$\measuredangle BMA = \pi - d_1.$

لنأخذ المثلثين BEA و BMA،

إذا $i = i_1$، عندئذ $d = d_1$، وبالتالي $\measuredangle BMA = \measuredangle BEA$، وهذا مستحيل؛

وإذا $i_1 > i$، عندئذ $d < d_1$، وبالتالي $\measuredangle BEA > \measuredangle BMA$، وهذا مستحيل[٥]؛

---

(٥) يفترض البرهان بأن تكون النقطتان E و M من الجهة نفسها بالنسبة الى المستقيم BA؛ يقطع BM عندئذ EA في R:

$\measuredangle BEA = \measuredangle BRA - \measuredangle EBR$

$\measuredangle BMA = \measuredangle BRA + \measuredangle MAE$

فتكون إذاً: $\measuredangle BMA < \measuredangle BEA$

وإذا كانت $i>i_1$، عندئذٍ $\measuredangle NML > \measuredangle HEI$ أو $\measuredangle GMB > \measuredangle GEB$، ولذلك $\measuredangle MBE > \measuredangle MGE$، إذ لدينا في المثلثين BES و MGS:

$$\measuredangle MGE - \measuredangle MBE = \measuredangle GEB - \measuredangle GMB$$

أو $\measuredangle MBE + \measuredangle GEB = \measuredangle MGE + \measuredangle GMB$؛

لذلك: $\measuredangle MGE = \widehat{EM}$ و $\measuredangle MBE = 1/2\,(\widehat{EM} + \widehat{PO})$[٦].

فإذا كانت $\measuredangle MBE > \measuredangle MGE$، يصبح $\widehat{OP} + \widehat{EM} > \widehat{2EM}$، و $\measuredangle MGE - \measuredangle MBE = 1/2\,(\widehat{EM} - \widehat{PO}) < 1/2\,(\widehat{EM} + \widehat{PO})$.

ونحصل حينئذ على:

$\measuredangle MGE < \measuredangle MBE < \measuredangle MBE - \measuredangle MGE$ و $\measuredangle MBE < \measuredangle GMB - \measuredangle GEB$؛

إذاً يكون معنا: $\measuredangle MBE < \measuredangle NML - \measuredangle HEI$ أي $(i - i_1 < \measuredangle MBE)$،

لذلك $\measuredangle MBE < \measuredangle NMA - \measuredangle HEA$، لأن $(d - d_1 < i - i_1)$[٧]،

وبالتالي: $\measuredangle MBE < d - d_1 = (\pi - d) - (\pi - d_1) = \measuredangle AEB - \measuredangle AMB$،

وهذا أمر مستحيل لأن: $\measuredangle EBM + \measuredangle EMB = \measuredangle AEB - \measuredangle AMB$؛

ويخلص إلى أنه لا يوجد شعاع غير BE ينطلق من B وينكسر نحو A.

---

(٦) يفترض هنا النقطة B في داخل الدائرة. أثبت ابن الهيثم المبرهنات المتعلقة بالزوايا الداخلية والخارجية للدائرة. انظر المقالة السابعة من: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، كتاب المناظر (توبكابي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة السابعة: استانبول، فاتح، ٣٢٦١، ص ٧٥ظ - ٧٧ظ.

(٧) لقد برهنا أن هذه المتباينة غير مثبتة لجميع السقوطات. انظر: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique,» pp. 202-203.

تكون زاوية السقوط i إذاً لكل قرينة انكسار $n < 1$، بحيث: $i < \arcsin\sqrt{\frac{4n^2 - 1}{3}}$

هذا يعطي للحالة التي تهمنا هنا: $\left(n = \frac{2}{3}\right) i < \arcsin\sqrt{\frac{7}{27}}$

أي أنها مشروطة بـ: $i < i_0 \approx 30^\circ\ 36'\ 32''.$

والحال أن زاوية الحد التي تقابل الشعاع المنكسر والمماس للكرة هي: $i'_0 \approx \arcsin n.$

فيكون معنا في حال: $n = \frac{2}{3},\ i'_0 = 41^\circ\ 48'$

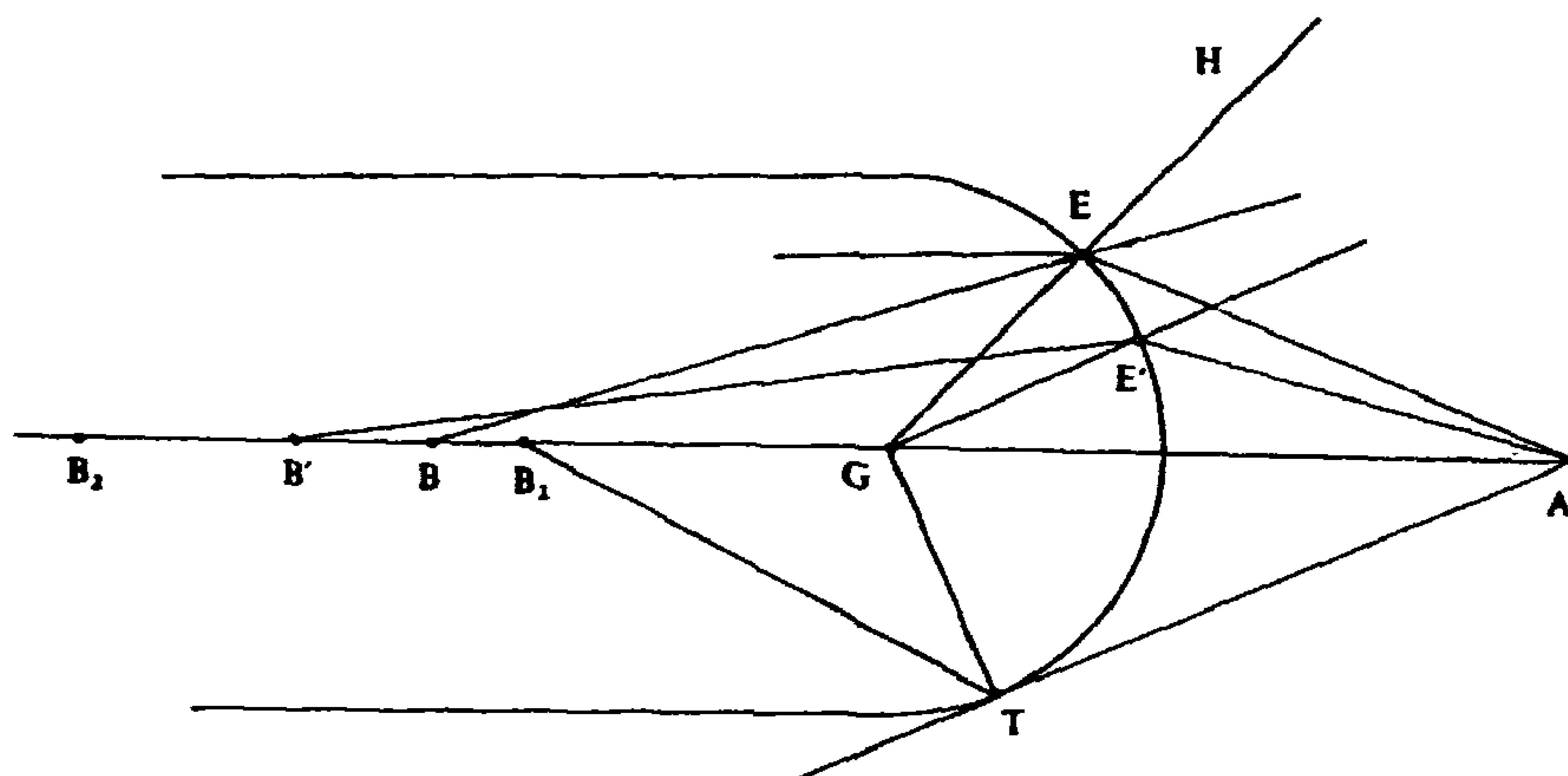
تفترض قاعدة ابن الهيثم: $i < 30^\circ\ 36'\ 32''.$

ولكنها لا تعتبر المجال: $30^\circ\ 36'\ 32'' < i < 41^\circ\ 48'.$

وهذه النتيجة ليست هي الأخرى صحيحة بوجه عام، بل تصحّ للنقاط الواقعة على مقطع $[B_1, B_2]$ من المستقيم AD[٨]. لنأخذ كابن الهيثم حالة الزجاج، $n > 1$؛ ولنفرض $GA = l$، α_1 زاوية شعاع مماس للكرة (الشكل رقم (٢ ـ ١)). لدينا $l > R$ ولتكن $\measuredangle GAE = \alpha$ زاوية الشعاع AE، لدينا $(0 < \alpha < \alpha_1)$ و$\sin \alpha_1 = R/l$. وترتبط الزاويتان α و i التي تساوي الزاوية AEH بالعلاقة:

$$\frac{l}{\sin i} = \frac{R}{\sin \alpha};$$

الشكل رقم (٢ ـ ١)



(٨) انظر: المصدر نفسه، ص ٨٠ ـ ٨١، والملاحظة الاضافية المقابلة.

في المثلث AEG معنا $\alpha < i$.

لنفترض: $GB = y$ و $\measuredangle EBG = \beta$ و$\measuredangle GEB = r$ و $\omega = i - \alpha$؛ أي لدينا في المثلث EGB:

$$\frac{y}{\sin r} = \frac{R}{\sin \beta},$$

ونحصل بذلك على:

$$y = \frac{R \sin i}{n \sin \beta} = \frac{R \sin i}{n \sin (i-r-\alpha)} = \frac{R \sin i}{n \sin (d-\alpha)} = \frac{R \sin i}{n \sin (\omega-r)}.$$

إذا مالت i نحو $\frac{\pi}{2}$، تميل α نحو $\alpha_1 = \arc \sin \frac{R}{l}$، وتميل ω نحو $\omega_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$ وتميل r نحو $r_1 = \arc \sin \frac{1}{n}$، وأخيراً تميل y نحو:

$$y_1 = \frac{R}{n \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - r_1\right)} = \frac{R}{n \cos (\alpha_1 + r_1)}.$$

أما إذا مالت i نحو الصفر، فيكون معنا $\alpha \cong \frac{Ri}{l}$، $r \cong \frac{i}{n}$، و $y \cong \frac{Ri}{n\left(i - \frac{i}{n} - i\frac{R}{l}\right)}$

وبالنتيجة تميل y نحو $y_2 = \frac{R}{n-1-n\frac{R}{l}}$.

يسعى ابن الهيثم في الواقع إلى تفحّص اتجاه تغيّر GB بالنسبة إلى ω، لدينا:

$$\frac{EB}{GB} = \frac{\sin \omega}{\sin r} \quad \text{و} \quad \frac{AE}{GA} = \frac{\sin \omega}{\sin i}$$

وبذلك تكون الكمية $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{EB}{GB} \cdot \frac{GA}{AE}$، ثابتة.

إذا زاد القوس $CE = \omega$، يزيد الطول AE، وبالتالي تنقص $\frac{GA}{AE}$ وتزيد الكمية $\frac{EB}{GB}$. ولكن:

$$EB^2 = R^2 + GB^2 + 2R.GB \cos \omega،$$

وهكذا فقيمة $\frac{EB^2}{GB^2}$ تزيد مع زيادة ω، ولكن، بما أن $\cos \omega$ ينقص حينها، فيزيد بالضرورة (R/GB)؛ وزيادة ω تستتبع بالتالي تناقص GB.

القيمتان القصويان للزاوية ω هما صفر وω_1 بحيث تكون $\omega_1 = \arc\cos R/l$، وتقابلهما القيمتان y_2 و y_1 اللتان تثبتان طرفي المجال $[B_1, B_2]$.

لنُشر إلى أن الدالة $y = f(\omega)$ هي دالة وحيدة التغير؛ لذا تقابل كل نقطة من المقطع $[B_1, B_2]$، نقطة وحيدة E بحيث ينكسر BE تبعاً لِ EA.

يبدو أن ابن الهيثم استعمل هذه الخاصة، بالذات، في دراسة الكاسر الكروي من دون أن يعين المجال $[B_1, B_2]$.

غير أننا نستطيع أن نبرهن أن مجموعة النقاط B على المستقيم CD، حيث يوجد شعاع وحيد BE قابل للانكسار نحو A، تشكل مقطعاً $[B_1, B_2]$ من هذا المستقيم. يقابل الطرف B_1 زاوية السقوط $i = 90°$، وفي هذه الحالة يكون المستقيم AE مماساً للكرة في T. ويقابل الطرف B_2 زاوية السقوط $i = 0$ ونحصل عليها عندما يميل القوس CE نحو الصفر. إذاً تنقص المسافة GB عندما تبتعد E عن C. فعندما ترسم E القوس CT من C إلى T، ترسم B المقطع $[B_2, B_1]$، من B_1 إلى B_2، مقتربة بالتالي من G. وبالعكس، تقابل كل نقطة من هذا المقطع، نقطة E وحيدة بحيث ينكسر BE نحو A(٩). ولكن لا يقابل النقطة B، الموجودة على AG أبعد من B_1، أية نقطة E. إذا انكسر الآن شعاعان BE و B'E' ليمرا في A، فإنهما يتقاطعان في M التي يمكن أن تكون داخل الكرة أو عليها أو في خارجها. يقترن بنقطة الالتقاء M هذه نقطتان متميزتان E و E' تعطيان انكساراً نحو A، مما يوضح أن استنتاج ابن الهيثم المتعلق بنقطة B داخل الكرة غير دقيق. ومن المدهش، من جهة أخرى أن دراسة ابن الهيثم هذه، وأكثر من ذلك الحلول التي حصل عليها في دراسته الكرة المحرقة، ولا سيما تلك التي تمسّ وضع نقطة الانكسار الثانية(١٠)، لم توح مطلقاً إليه بإعادة النظر في هذا الاستنتاج على الأقل في الكتابات التي وصلت إلينا.

من جهة أخرى، فإن استنتاج ابن الهيثم القائل بوجود نقطة وحيدة E مقابل كل نقطة B بحيث إن BE ينكسر نحو A ليس عاماً، فهو خلافاً لما يؤكده، لا يصح إلا للنقاط B المنتمية إلى المقطع $[B_1, B_2]$ من المستقيم AD. ويبدو بوضوح أن ابن

(٩) بالفعل يبرهن ابن الهيثم أنه إذا انكسر شعاع BE ماراً في A يكون هذا الشعاع وحيداً، ولكنه لا يبرهن في المقابل، أنه لكل نقطة محددة B، قرين مثل هذا الشعاع.

(١٠) انظر: Rashid, Ibid., pp. 75 - 76,

انظر كذلك: القضية ٥ من الكرة المحرقة.

الهيثم قد لمس هذه الصعوبة في دراسة لاحقة. فهو يعود إلى دراسة النقاط B من المستقيم AD التي تقابل أقواساً CE قريبة من الصفر، ليقول بأن النقطة الواحدة A تقترن بنقاط عديدة، مقترباً بذلك من مقولة الزيغ الكروي بالنسبة إلى النقطة A. ثم يؤكد فعلاً: «فيكون على خط د ب نقط كثيرة تمتد صورها إلى قوس ج هـ وتنعطف إلى نقطة آ»(١١).

بعد دراسة الكاسر مباشرة، تأتي دراسة الصورة التي يعطيها هذا الكاسر بحسب ظروف الحالة الأولى. ويبرهن ابن الهيثم عندئذ، أنه إذا انكسر الشعاع BE واتجه نحو A فلنقاط BE المختلفة صور مختلفة. ويمكن إيجاز ذلك كالتالي: إذا كان GB موازياً لِـEA، تكون صورة B في اللانهاية على EA، وإلا فيكون في نقاط مثل K أو U (الشكل رقم (٣) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ولنُشر أيضاً إلى أن بحثه الهندسي لنقطة التقاء الشعاع المنكسر EA بالشعاع GB وهو الناظم على الكرة، هو صحيح، على عكس النتائج الفيزيائية المستخلصة منه. ويرجع الخطأ كما يشرحه مصطفى نظيف إلى أن: «ابن الهيثم يعتبر موضع الخيال على العمود الواقع من النقطة المبصرة على السطح عند نقطة التقاء المنعكس إلى البصر أو المنعطف إليه بالعمود المذكور. وليس هذا صحيحاً إلا في الانعكاس عن السطوح المستوية. أما في الانعكاس عن غيرها من السطوح أو في الانعطاف، سواء عند السطوح المستوية أو غير المستوية، فلا يصح إلا إذا كانت نقاط السقوط قريبة جداً من مسقط العمود الخارج من مركز البصر، قائماً على السطح»(١٢). وقد وُجه الانتقاد نفسه لابن الهيثم قبل ستة قرون من قِبل كمال الدين الفارسي(١٣).

وعلى الرغم من عدم الدقة هذه، تبقى لهذه الدراسة أهمية خاصة، إذ إنها الأولى عن الكاسر الكروي، وقد تناولت انتشار الضوء داخل الكاسر بقدر ما تناولت الصورة وموضعها.

---

(١١) انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **كتاب المناظر**، **المقالة السابعة** (استانبول، سليمانية، فاتح، ٣٢١٦)، ص ٨٥ظ.

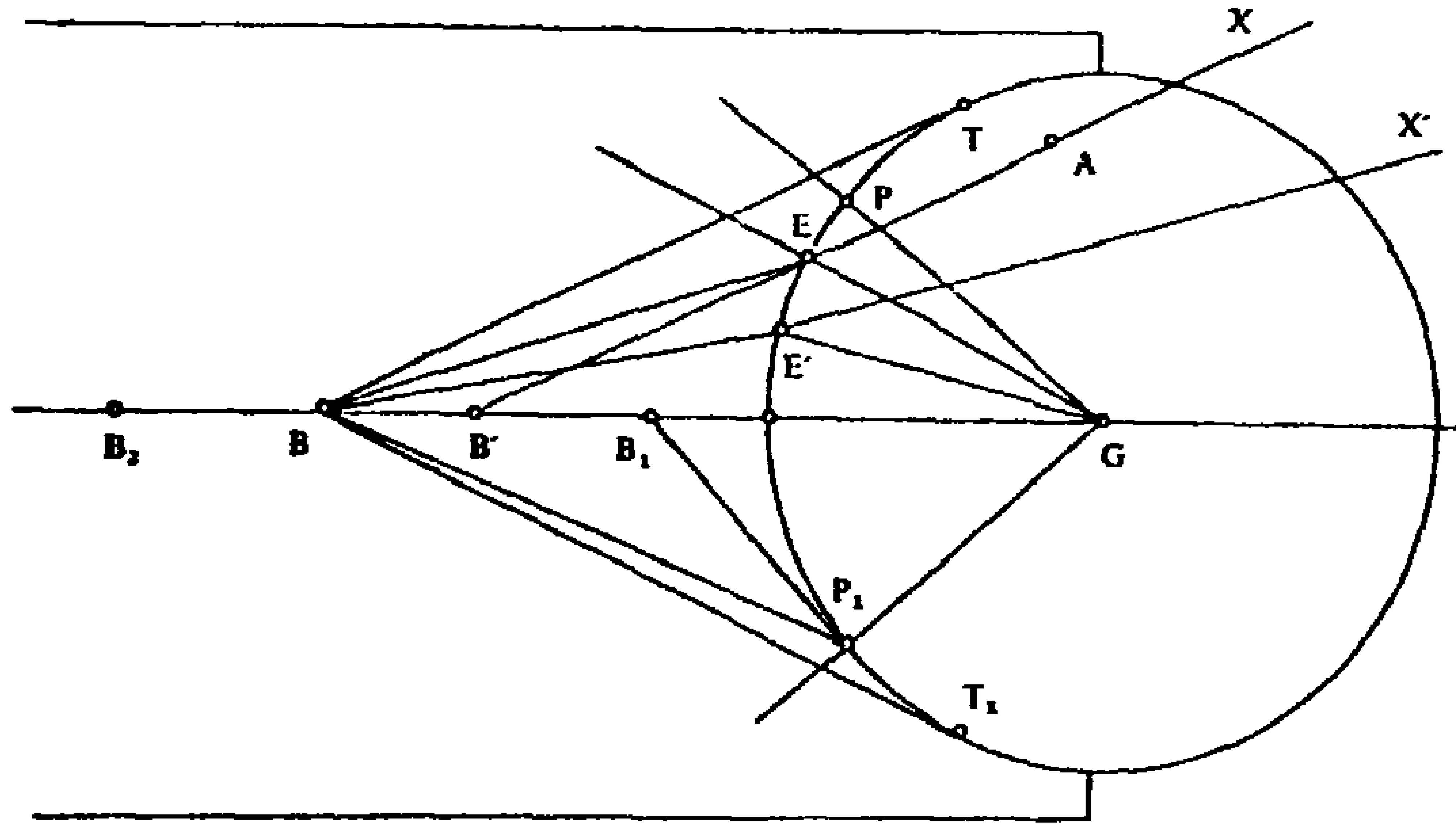
(١٢) نظيف، **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**، ص ٧٨١.

(١٣) يصف الفارسي، في معرض تعقيبه على **كتاب المناظر** لابن الهيثم، تجربة للبرهان بأن الصورة الفيزيائية لا تطابق الشروط الهندسية. انظر: كمال الدين الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر** (الهند: باتنا، خودا ـ بخش، ٢٤٥٥ و ٢٤٥٦؛ متحف مهراجا منسنغ جابور، وراذا، رامبور، ٣٦٨٧ و٦٤٤٤؛ ايران، اسطان قدس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران، سباسالار، ٥٥١ و ٥٥٢، وروسيا، كيبيشيف)، ج ٢، ص ١٧٢.

تناولت الحالة الثانية من دراسة الكاسر وجود المنبع الضوئي B في وسط كامد، والعين في وسط أقل كمدةً، والكرة محدبة من جهة المنبع (الشكل رقم(٥) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

معالجة ابن الهيثم لهذه الحالة تشابه معالجته للحالة السابقة؛ لذا سنكتفي بإيجازها. يأخذ ابن الهيثم، أولاً، B و A على القطر نفسه ويبرهن أن الشعاع المنتشر وفق هذا القطر هو الوحيد الذي يتجه نحو A من دون انكسار. ثم يعتبر الحالة حيث B و A ليستا على القطر نفسه (الشكلان رقما(٦) و(٧) من النص الخامس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)؛ لكن بما أن المنبع B هو في وسط أكثر كمدةً، فلزاوية السقوط حدّ أقصى، والشعاع BE لا ينكسر إلا إذا كانت $i < i_1$، حيث i_1 هي زاوية الحد: $\sin i_1 = 1/n$ (إذا كانت $n = 3/2$ أضحت $i_1 = 41° 48'$). ولا تتمكن من الانكسار إلا الأشعة الساقطة على القوس PDP_1. وهو قوس أصغر من القوس $\overline{TT_1}$ يحدده المماسان الممدودان من B.

الشكل رقم(٢ ـ ٢)



ما من شعاع ينكسر نحو القطر. كما نبرهن أن شعاعين EX و E'X' لا يتقاطعان أبداً داخل الكرة. فإذا كانت A داخل الكرة، أو على وجه أعم في الوسط الأشف، استحال وجود شعاعين منكسرين مارّين بـA، فإن مرَّ فشعاع واحد على الأكثر.

لذلك لا يوجد أكثر من نقطة واحدة E بحيث ينكسر الشعاع BE باتجاه EA.

هذه هي إذاً دراسات الكاسر الكروي التي نجدها في **كتاب المناظر** لابن الهيثم. ومن الممكن إضافة حالة تطرّق إليها بشكل غير مباشر في «رسالته» عن **الكرة المحرقة**، وهي حالة سقوط أشعة متوازية على وسط أكثر كمدةً. أما حالة

سقوط أشعة متوازية على وسط أقل كمدةً فهي لا تدخل في هذه الرسالة.

ثانياً: العدسة الكروية

بعد دراسة الكاسر الكروي يعرض ابن الهيثم لكرة البلّور الشفافة والمتجانسة، أو العدسة الكروية مهتماً بشكل خاص بصورة الجسم التي تعطيها هذه العدسة. غير أنه يكتفي بتفحص حالة واحدة، تكون فيها العين والجسم على القطر نفسه، أي انه بعبارة أخرى يدرس الصورة الناجمة من خلال عدسة كروية لجسم وُضع في موضع خاص على القطر الذي يمر بالعين. وسنرسم هنا الخطوط العامة لعرض ابن الهيثم(١٤).

يذكرنا مسعى ابن الهيثم بالمسعى الذي سلكه ابن سهل في دراسته عدسة محدبة الوجهين تُنشأ بدوران القطع الزائد. يأخذ ابن الهيثم كاسرين كلا على حدة، ويطبق النتائج التي حصل عليها قبلاً. فالكاسر ذو الرأس B يعطي الحالة الأولى التي سبق تفحصها؛ ينطلق إذاً من نتائجه في الزيغ الكروي، فيأخذ مقطعاً HL ويدرس انكسار الشعاعين HC و LI نحو A (الشكل رقم (١) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). إذاً ينطلق من كل نقطة من المقطع HL شعاع واحد فقط ينكسر في نقطة من القوس CI ويتجه نحو A. ونذكر هنا أن ابن الهيثم لم يبرهن في هذه الحالة، أن الشعاعين HC و LI هما متقاطعان.

يلتقي الشعاعان HC و LI بالكاسر ذي الرأس D على التوالي في M و N. فالشعاع IN في داخل الكرة ينشأ إذاً من شعاع NO أكثر بعداً عن الناظم EN، وينشأ الشعاع CM من شعاع MK. وينطلق إذاً من كل نقطة من المقطع KO شعاع يخضع لانكسارين، الأول على القوس MN، والثاني على القوس CI، ومن ثم يصل إلى النقطة A.

يولّد دوران كل من هذين القوسين حول AD حزاماً كروياً. وكل شعاع منطلق من نقطة من الجسم KO وساقط على الحزام الناجم من القوس MN، يخضع للانكسار، أولاً على هذا الحزام، ومن ثم على الحزام الناجم من القوس IC لينتهي بـA. إن الأشعة المنطلقة من K والساقطة على الدائرة التي ترسمها M، تنكسر

---

(١٤) نشير مع ذلك إلى ان ابن الهيثم قد خصص فصلاً كاملاً لدراسة صورة جسم مرئي بالانكسار على سطح كروي، جسم عمودي او غير عمودي على القطر الذي يمر بالعين. انظر: ابن الهيثم، **كتاب المناظر، المقالة السابعة**، ص ١١٧ر وما بعدها. انظر ايضاً: نظيف، المصدر نفسه، ص ٨١٢ وما بعدها.

بالفعل، أولاً نحو نقطة من الدائرة التي ترسمها C، ومن ثم تنكسر مرة ثانية نحو النقطة A. نحصل على نتيجة مشابهة مع نقط KO، فصورة المقطع KO هي إذاً النقطة A. وترى العين، إذا كانت في A، المقطع KO على شكل حلقة، لأن الأشعة النافذة إلى العين هي بين المخروط المتولّد من المستقيم AC والمخروط المتولد من المستقيم AI (الشكل رقم (٢) من النص السادس، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ثم يذكر ابن الهيثم التجربة التالية: لنأخذ كجسم كرة من الشمع، صغيرة جداً ومطلية بالأسود؛ وكعدسة كرة من الزجاج أو البلّور تكون كرويتها أفضل ما يمكن؛ ونضع العين على مستقيم مركزَي هاتين الكرتين. يرى الناظر إلى الكرة في وضع معين حلقة سوداء. وإذا اقتضى الأمر يقرّب أو يبعّد الكرة كي يحصل على هذا الوضع.

يتفحّص ابن الهيثم بعد ذلك ما ينتج إذا أُبدلت الكرة الشفافة بأسطوانة دليلتها دائرية BCD، وراسماتها عمودية على المستوي BCD. فلا ترى العين حينذاك المقطع KO على شكل حلقة، بل على شكل مقطعين منفصلين.

ولنلاحظ هنا أن ابن الهيثم، في دراسته العدسة الكروية، يستعمل الزيغ الكروي لنقطة على مسافة متناهية في حالة الكاسر، كي يدرس صورة مقطع هو جزء من المقطع الذي يحدده الزيغ الكروي.

ثالثاً: الكرة المحرقة

بعد أبحاثه في كتاب المناظر عن الكاسر والعدسة الكروية يعود ابن الهيثم إلى الكرة المحرقة في رسالة قام الفارسي (المتوفى ٧١٨هـ/ ١٣١٩م) بالتعليق عليها، وكان تعليقه هذا هو المصدر الوحيد لتعرّف مؤرخي البصريات العصريين عليها[١٥]. ولحسن الحظ، غالباً ما ينقل الفارسي نقلاً حرفياً أفكار ابن الهيثم، ليعطي بعده تفسيره الخاص، حيث يعمل، كما سنرى لاحقاً، على دفع البحث الانكساري نحو مزيد من الدقة. فلم يكن عمل الفارسي مقتصراً على التعليق

(١٥) E. Wiedemann, «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitam und Kamāl al-Dīn al-Fārisī,» *Sitzungsberichte der Physikalische - Medizinischen Sozietät in Erlangen*, Bd. 13, (1910), and Matthias Schramm, «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages,» *History of Science*, vol. 4 (1965).

بالمعنى المألوف للكلمة، بل نراه يتصرف في مجمل مناقشته أعمال ابن الهيثم كأفضل من فهم طريقة العالم، وعرف كيفية استعمالها ليدفع قدماً إلى الأمام بعض فصول البصريات: كقوس قزح والهالة مثلاً[١٦].

ويتفق الجميع على اعتبار رسالة ابن الهيثم هذه كإحدى قمم البحث البصري الكلاسيكي. وهي تهمنا هنا لأكثر من غرض. فهو يستعيد فيها، وبدقة أكبر، بعض نتائجه السابقة للعدسة الكروية. كما يعود إلى مسألة الإحراق بواسطة العدسة، وهو ما يسمح لنا بمتابعة تطور فكر ابن الهيثم حول العدسة الكروية، وذلك بتفحّصنا كيفية عودته إلى مسألة الإحراق بالانكسار، وهي المسألة التي سبق لابن سهل أن طرحها. يبدأ ابن الهيثم في هذه الرسالة بإدخال مقدمات عدة، اثنتين منها غاية في الأهمية.

مقدمة أولى: إن زاوية الانحراف في الزجاج أصغر من نصف زاوية السقوط وأكبر من ربعها.

هذه القضية مستقاة، كما يذكر ابن الهيثم، من المقالة الخامسة من كتاب **المناظر** لبطليموس. فمع القرينة $n = 3/2$ تكون زاوية الانحراف: $i/4 < d < i/2$.

وفي حين أن الجزء الأول من هذه المتباينة صحيح لجميع زوايا السقوط، فليس الجزء الثاني صحيحاً دائماً[١٧].

---

(١٦) Rushdi Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham,» *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 6, no. 4 (1970).

(١٧) معنا: $d + r = i$ و $\sin i = n \sin r$

نستنتج: $d < \frac{i}{2} \Leftrightarrow r > \frac{i}{2} \Leftrightarrow \sin r > \sin \frac{i}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{n} \sin i > \sin \frac{i}{2}$

لذلك: $2 \cos \frac{i}{2} > n$ أو $\frac{2}{n} \cos \frac{i}{2} > 1$

نعلم أن: $0 < 1 < \frac{\pi}{2}$ لذلك $\sqrt{2} < 2 \cos \frac{i}{2} < 2$.

إذا $n \leqslant \sqrt{2}$، تكون المتباينة $d < \frac{i}{2}$ صحيحة لكل $i \in]0, \frac{\pi}{2}[$،

إذا $\sqrt{2} < n < 2$، تكون المتباينة $d < \frac{i}{2}$ صحيحة لكل $0 < i < i_0$، حيث i_0 توافق $\cos \frac{i_0}{2} = \frac{n}{2}$

إذا $n > 2$، فلا يصح $d < \frac{i}{2}$ مهما كانت قيمة زاوية السقوط i.

مقدمة ثانية: ليكن α و β قوسين من دائرة، بحيث $\beta < \alpha$:

$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ و $\beta = \beta_1 + \beta_2$ حيث: $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = k < 1$، ومعنا $\alpha_1 < \frac{\pi}{2}$ (لذلك $\alpha_2 < \frac{\pi}{2}$ و $\beta_2 < \beta_1 < \frac{\pi}{2}$)،

عندئذ:
$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} > \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \qquad (1)$$

لننظر كيف يصوغ ابن الهيثم نفسه هذه المقدمة:

«كل دائرة يخرج فيها وتران متوازيان يفصلان من الدائرة قوسين تكون أعظمهما ليست بأعظم من نصف دائرة، ونفرض على أصغر القوسين نقطة كيفما اتفق، ويخرج من النقطة عمود على الوترين، فإن نسبة جميع العمود إلى ما ينفصل منه في القوس الصغرى أعظم من نسبة ما ينفصل من القوس العظمى إلى ما ينفصل من القوس الصغرى، وإن نسبة ما ينفصل من القوس العظمى إلى ما ينفصل منها بين الوترين أعظم من نسبة العمود إلى ما ينفصل منه في ما بين الوترين»[١٨].

انطلاقاً من هاتين المقدمتين ومن قواعد الانكسار، يدرس ابن الهيثم انتشار حزمة من الأشعة المتوازية الساقطة على كرة من الزجاج أو من البلور. فلننظر إلى طريقة عمله.

يبرهن ابن الهيثم، في قضية أولى أن جميع الأشعة المتوازية والساقطة بالزاوية i نفسها على كرة شفافة، تتقارب بعد انكسارين في النقطة نفسها على القطر الموازي لمنحى هذه الأشعة. هذه النقطة هي البؤرة الخاصة بزاوية السقوط هذه. وعليه يتفحّص شعاعاً موازياً للقطر AC، يسقط في M على الكرة ويلتقي بعد انكساره الأول بالكرة في B وبالمستقيم AC في K، لينكسر بعدها ثانية في B، فيلاقي المستقيم AC في S التي هي البؤرة الخاصة بالسقوط i والتي تنتمي إلى المقطع [CK] حيث K هي نقطة تلاقي BM مع AD (الشكل رقم (١) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ونسجل هنا أن ابن الهيثم، في رسالته هذه كما في كتاباته الأخرى، لم يدرس في الكاسر الكروي حالة الأشعة المتوازية.

---

(١٨) انظر الملاحظات الاضافية على النص السابع: «الكرة المحرقة» في آخر الكتاب.

ويبرهن في قضية ثانية أن الانحراف الكلي يساوي ضعف أحد الانحرافين: $D = 2d$. ومرد ذلك أن الزاوية GSD التي تقابل الانحراف الكلي هي كالتالي:

$$\measuredangle\ BSD = \measuredangle\ BON = \measuredangle\ 2\ OMB = 2d.$$

انطلاقاً من المقدمتين السابقتين، يبين ابن الهيثم، بالخلف، بأن الحصول على نقطة S من القطر محددة وراء C، لا يتم إلا انطلاقاً من نقطة واحدة M، أي أن S تقابل زاوية سقوط واحدة.

يبين في قضية ثالثة أن نقطتين منفصلتين S و 'S تقابلان زاويتي سقوط مختلفتين i و 'i (الشكل رقم (٣) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ثم يتوصل، في قضية رابعة، إلى النتيجة التالية:

إذا كانت $i' > i$، تكون النقطتان 'S و S بحيث $CS' < CS$؛ فمع زيادة i تصغر المسافة CS. وبالتالي، تقابل كل نقطة S معينة زاوية سقوط واحدة (الشكل رقم (٤) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

يأخذ ابن الهيثم، بعد هذا في تحديد طرفي المقطع الذي تقع عليه النقط S. فيدرس، لهذا الغرض، مواضع النقطة B ـ نقطة الانكسار الثاني ـ عندما تتغير زاوية السقوط. إنها، بحسب معلوماتنا، الدراسة المتأنية الأولى في مجال الزيغ الكروي لأشعة متوازية ساقطة على كرة والتي تتعرض لانكسارين.

يلجأ ابن الهيثم، في هذه الدراسة، إلى معطيات كتاب **المناظر** لبطليموس ولا سيما $i = 40°$ و $i = 50°$؛ ويستنتج بأن الشعاعين المنكسرين ـ BK للزاوية الأولى و B'K للثانية ـ يسقطان في النقطة K نفسها، بحيث يكون القوس $CK = 10°$. ثم ينكسر الشعاع BK نحو النقطة N بحيث تكون النقاط N، K و L على خط مستقيم (الشكل رقم (٥) من النص السابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لا يحدّد ابن الهيثم موضع النقطة 'N المقرونة بـ$40° = i$؛ بل يكتفي بإثبات N مختلفة عن 'N. ثم يبرهن:

ـ يقابل كل نقطة O ذات قوس $AO > 50°$، $(i > 50°)$، شعاع منكسر U - OU بين K و C ـ ونقطة S بين N و C حيث $CS < CN$؛

ـ ويقابل كل نقطة F قوسها $AF < 40°$ شعاع منكسر J - FJ بين K و C - ونقطة S وراء 'N حيث $CS > CN'$.

ـمعنا دائماً $CS < CV$ (= R).

وهكذا نستنتج إنه عندما تزيد الزاوية من صفر إلى ٩٠°، تنتقل S على المقطع VC من V إلى C.

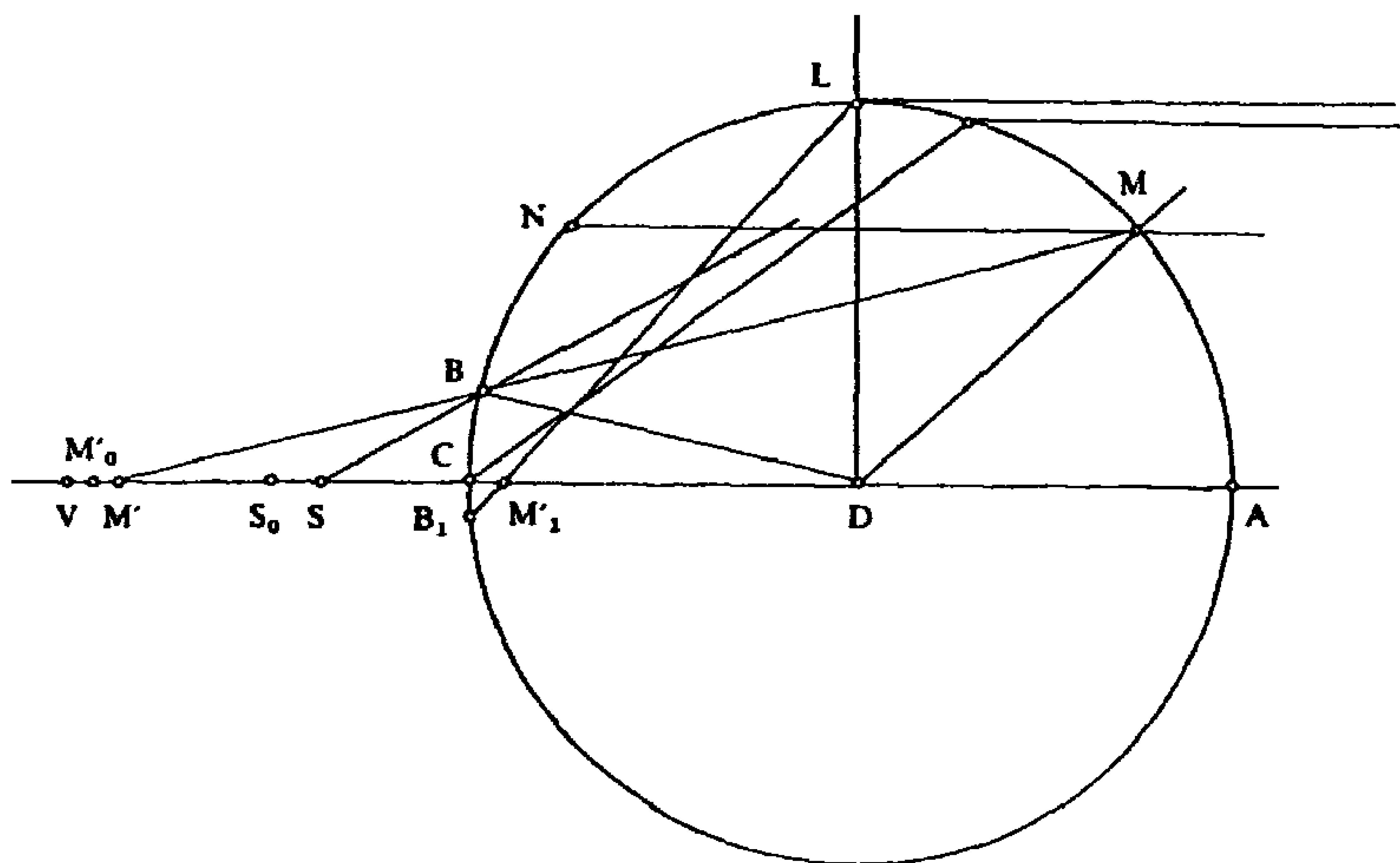
نلاحظ أن ابن الهيثم لم يهتم بالأشعة ذات $40° < i < 50°$ (وتكون معها S منتمية إلى [N, N'])، بل اكتفى بالإشارة إلى أن N' مختلفة عن N من دون أن يعير ذلك أي اعتبار.

ثم يحسب CN ويجد أن $CN \cong 1/5\ R$؛ ولا يحسب CN'. ويكتب عندئذ: «فتكون الشعاعات التي تنعطف إلى خط س ج أكثر بكثير من الشعاعات التي تنعطف إلى خط س ث». يجب تصحيح النص وقراءة ن ث و ج ن، إذ تنكسر على ن ث الأشعة ذات المنحى بين $0° < i < 40°$، أما الأشعة ذات المنحى $40° < i < 90°$ فتنكسر على CN'.

إذا أخذنا S_0 وسط CV تكون الأشعة المنكسرة على CS' أكثر عدداً من تلك المنكسرة على S_0V، ويكون بالتالي الإحراق أفضل على CS_0 الذي يساوي ربع القطر.

لنستعد الآن بلغة حديثة دراسة ابن الهيثم للقوس CB عندما ترسم النقطة M القوس AL، كي نتمكن من الحكم على نتائجه.

الشكل رقم (٢ ـ ٣)



لنعتبر القوس $AM = i$، $0 < i < \frac{\pi}{2}$؛ يكون معنا:

$$\text{arc } BC = i - 2d = 2r - i = \phi(i);$$

نحصل، من جهة أخرى، من القانون $n \sin r = \sin i$ على $\frac{dr}{di} = \frac{\cos i}{n \cos r}$،

وبالتالي: $\frac{d\phi}{di} = \frac{2 \cos i}{n \cos r} - 1$

ويكون معنا بذلك:

$$\frac{d\phi}{di} = 0 \Leftrightarrow 2\cos i = n \cos r \Leftrightarrow 4\cos^2 i = n^2 \cos^2 r \Leftrightarrow 4(1-\sin^2 i) = n^2 - \sin^2 i \Leftrightarrow \sin^2 i = \frac{4-n^2}{3}.$$

لنفترض أن $n = \frac{3}{2}$، نحصل على $\sin^2 i = \frac{7}{12}$ و $\sin i \cong 0{,}76376$، لذلك $\frac{d\phi}{di} = 0$ لأن $i = i_0 \cong 49° 48' \cong 50°$.

نبرهن أيضاً أن $\frac{d\phi}{di} > 0$ للزوايا $i < i_0$، وأن الدالة ϕ تبلغ قيمة عظمى في $i = i_0 \cong 49° 48'$؛ نجد عندئذ $r_0 \cong 30°42'$ وأيضاً $2r_0 - i_0 = \widehat{CB_0} \cong 11°$ $36'$.

وكذلك في حال $i = 50°$، و $r = 30°43'$، نحصل على:

$$2r - i = 11°26' = \widehat{CK}$$

وفي حال $i = 40°$، و $r = 25° 22'$، نحصل على:

$$2r - i = 10° 44' = \widehat{CK'}$$

غير أن هاتين النتيجتين تختلفان اختلافاً ملموساً عن نتيجتي ابن الهيثم السابق ذكرهما $\widehat{CK} = \widehat{CK'} = 10°$.

لنأت الآن إلى دراسة حدود $\widehat{CB}$. نصادف الحالات التالية:

١ - في حال i قريبة من الصفر يكون $r \cong i/n$، وعليه: $\widehat{CB} \cong i(2/n - 1)$، وبالنتيجة إذا أخذنا $n = 3/2$ يكون معنا $\widehat{CB} \cong i/3$. إذا اقتربت i من الصفر إيجاباً، تقترب $\widehat{CB}$ من الصفر إيجاباً، وتكون B عندئذ قريبة من C ولكن فوقها.

٢ - إذا مالت i إلى $\frac{\pi}{2}$، تميل $\sin i$ إلى 1، وتميل r إلى r_1 حيث $\sin r_1 = 1/n$، وبالنتيجة في حال $n = 3/2$، يكون $\sin r = 2/3$ و $r \cong 41°48'$؛ و $\widehat{CB}$ يميل إلى $\widehat{CB_1}$

حيث $\widehat{CB_1} \cong 83° 36' - 90° \cong -6° 24'$؛ إذاً $\widehat{CB_1} < 0$ و B_1 هي تحت النقطة C.

نلاحظ كذلك أن $\widehat{CB} = 0$ عندما تكون $2r = i$؛ حيث إن:

$$2r = i \Leftrightarrow \sin 2r = \sin i \Leftrightarrow \frac{2}{n} \sin i \cos r = \sin i,$$

لذلك: $\sin i = 0$ أو $\cos r = n/2 = 0{,}75$ تعادل $i = 0$ أو $r = r_1 \cong 41°$ 40′.

تقابل الزاويتان $r = r_1 \cong 41° 40'$ و $i_1 = 2r_1 = 83° 20'$، في حال $83° 20' < i < 90°$؛ يكون القوس $\widehat{CB}$ سلبياً وينقص من الصفر إلى $-6° 24'$.

تقع إذاً الأشعة المنكسرة MB، والمقابلة لزوايا السقوط $83°20' < i \leqslant 90°$، في نقطة من القوس CB_1، إنها تنكسر مبتعدة عن الناظم فلا تعطي أية نقطة S.

وبهذا يبطل تأكيد ابن الهيثم بأن النقطة B في حال $i > 50°$، تكون بين K وC، لأن النقطة B، كما رأينا يمكن أن تأخذ موضعاً تحت C.

يبقى أن نناقش المواضع النهائية للنقطة S التي شغلت ابن الهيثم بشكل خاص. لقد رأينا عند دراسة الكاسر أن:

$$DM' = \frac{R \sin i}{n \sin d},$$

وأن DM' تنقص عندما تزيد i من صفر إلى ٩٠°. ففي حال $n = 3/2$، يكون $DM'_0 = \lim_{i \to 0} DM' = 2R$ و $DM'_1 = \lim_{i \to \pi/2} DM' = 2R/\sqrt{5} \cong 0{,}89R$؛ و M'_1 هي داخل الدائرة.

انطلاقاً من الملاحظة السابقة، وفي حال $i = i_1 \cong 83°20'$، تكون النقطة B في C وكذلك M'. إذاً في حال $i_1 < i < 90°$، تكون M' داخل الدائرة، على المقطع CM'_1.

لندرس الآن DS مع افتراض $0 < i < i_1$. تكون حينها M' خارج الدائرة، بين M'_0 و C. من جهة أخرى نحصل في المثلث BSD على:

$$DS = \frac{R \sin i}{\sin 2d},$$

لذلك $DS = DM'\frac{n}{2\cos d}$.

لنتفحص إذاً اتجاه تغير DS على $[0, i_1]$. فلنفرض لذلك:

$$f(i) = \frac{\sin i}{\sin 2d},$$

وعليه: $DS = R\, f(i)$؛

فيكون لدينا بعد إجراء الحساب:

$$(1)\ f'(i) = \frac{2 \sin i}{n \sin^2 2d}(n\cos r - \cos i)\left(\cos d . \cos i - \frac{\cos 2d}{\cos r}\right).$$

على $[0, i_1]$ معنا $\sin i > 0$ و $(n\cos r - \cos i) > 0$(١٩)؛ من جهة أخرى، من دراسة القوس CB نرى أن $\widehat{CB} > 0$ في هذا المجال؛ يكون إذاً $i > 2d$، وبالتالي $\cos 2d > \cos i$.

لكن $\frac{\cos 2d}{\cos r} > \cos 2d$ و $\cos i > \cos i \cos d$، لذلك $\frac{\cos 2d}{\cos r} > \cos i . \cos d$؛ فنستنتج أن $f'(i) < 0$ على المجال المذكور. من ناحية ثانية، في حال مالت i نحو صفر، تميل r و d نحو صفر؛ وعليه فإن:

$$\sin i \cong i,\ \ \sin r \cong r \cong i/n,\ \ \sin 2d \cong 2d \cong 2i\,(1 - 1/n),$$

لأن $d = i - r \cong i(1 - 1/n)$.

يصبح معنا:

$DS = \frac{R \sin i}{\sin 2d} \cong \frac{iR}{2d}$؛ فإذاً $DS \to DS_0 = \frac{Rn}{2(n-1)}$، وإذا اعتبرنا فإن:

$$n = \frac{3}{2},\ DS_0 = \frac{3R}{2}.$$

في الحالة $i = i_1$ تكون $i = 2r$ و $\cos r = n/2$؛ معنا $d = r$، وبالتالي: $i = 2d$؛ يصبح لدينا: $DS = DS_1 = R$.

إذا $i \to i_1$، عندئذ $DS \to DS_1 = R$، وتكون S_1 إذاً في C.

نستطيع من جهة أخرى إيجاد نهايات DS انطلاقاً من نهايات DM′، لأن:

$$DS = \frac{n . DM'}{2 \cos d}$$

(١٩) هذه المتباينة تقابل $n > 1$ وهذا صحيح في حالة الهواء ـ الزجاج.

وهذه خلاصة النتائج:

i	0	$i_0 = 49^\circ 48'$	$i_1 \approx 83^\circ 20'$	90°
$\widehat{CB}$	0	$11^\circ 36'$	0	$- 6^\circ 24'$
DM	2R		R	0,89R
DS	3/2R		R	le point S n'existe pas

خلافاً لما اعتقده ابن الهيثم، إن نهايتي S ليستا إذاً النقطتين C و V. فقد رأينا أن كِبَر i من الصفر حتى ٩٠°، يحوّل SD من $DS_0 = 3R/2$ إلى $DS_1 = R$، وتكون S_1 في C مع القرينة $n = 3/2$، وترسم S حينها المقطع S_0C ذا الطول R/2.

تبدي هذه المقارنة بجلاء أن ما تحويه دراسة ابن الهيثم من نتائج غير دقيقة لا يقلّل من أهمية الأسس المفهومية المطبقة على تفاصيل ظاهرة التركيز البؤري للضوء المنتشر بحسب مسارات موازية لقطر الكرة. ويعود ذلك على ما يبدو، إلى الطابع التقريبي للقيم العددية المحتفظ بها، وكذلك في استعماله نسب الزوايا عوضاً عن قانون سنيلليوس. غير أن الزيغ الكروي لهذا الصنف من الأشعة بات منذئذ معروفاً. وعلى الرغم من ريبته من القيم العددية فتش ابن الهيثم عن وصف كمي فعمل على تحديد مجال النقاط S، مكتفياً باستعمال قيمتي الانكسار المقابلتين لزاويتي السقوط ٤٠° و ٥٠°، اللتين اقتبسهما من كتاب **المناظر** لبطليموس. فضلاً عن ذلك، ينطوي عرض ابن الهيثم للانكسار، في مذكرته هذه حول الكرة المحرقة، كذلك في الفصل السابع من **كتاب المناظر** أو في مقالات أخرى، على بعض التناقض: ففي الوقت الذي يصرف فيه عناية كبرى على اختراع أجهزة تجريبية جدّ متقنة بالنسبة إلى عصره، قادرة على تحديد القيم العددية، فيقوم باستكشافها وتركيبها ووصفها، نراه غالباً ما يتجنب إعطاء هذه القيم. فإذا ما اضطر إلى ذلك، كالحالة هذه، فإنه يستعملها بإيجاز وبتحفظ.

وقد يرتبط هذا الموقف، الذي لاحظه شرام[٢٠]، بسببين على الأقل. يتعلق

(٢٠) Schramm, «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages,» p. 81.

الأول بنمط الممارسة العلمية نفسه: إذ يبدو أن الوصف الكمي لم يكن بعد معياراً إجبارياً. أما **الثاني** وهو مرتبط، من دون شك، بالأول، فيتعلق بمقدرة الأجهزة التجريبية التي لا تستطيع أن تعطي إلا قيماً تقريبية؛ وبهذه الصفة استخدم ابن الهيثم القيم العددية المقتبسة من كتاب **المناظر** لبطليموس. وسيعود الفارسي لاحقاً إلى هذا البحث الكمي ليفيه حقه وامتداده، دافعاً بذلك مشروع سلفه إلى التمام.

رابعاً: الكرة المحرقة ودراسة الفارسي الكمية

في تعليقه على **الكرة المحرقة** لابن الهيثم، يركز الفارسي بشكل خاص على الدراسة الكمية التي بدأها الأول. والنص الذي يخصصه لهذا الموضوع يعتبر عند المؤرخين أحد أكثر النصوص تأثيراً في تاريخ البصريات، إذ لا نجد فيه إحدى أكثر الدراسات البصرية توسعاً في تلك الحقبة فحسب، بل نجد فيه أيضاً بعض التمثيلات الدالية قبل تطور نظرية الدوال. يبتدىء هذا القسم بمقولات حول العلاقات بين زوايا السقوط والانحراف والانكسار، وحول فروقات من المنزلة الأولى. ويُتبعها المؤلف بجدول، يتفحّص فيه القيم العددية لهذه المقادير في حال زوايا السقوط الواقعة بين $0°59'$ و $89°59'$ من خمس درجات إلى خمس أخر مذكراً بأنه استعان، في هذا الحساب، بطريقة بارعة، على شاكلة طريقة «قوس الخلاف». وكانت معلوماتنا عن هذه الطريقة مقتصرة على اسمها، وكنا نحاول تحديدها انطلاقاً من القيم العددية المعطاة في هذا الجدول بالذات. وهكذا إلى أن اكتشفنا حاشية في إحدى مخطوطات «تعليق» الفارسي، وهي على الأرجح للمؤلف نفسه، تفسر هذه الطريقة الاستكمالية المستعارة، كما يوحي اسمها، من علم الفلك. وأضحى بإمكاننا اليوم، فهم «تعليق» الفارسي هذا، من دون اللجوء إلى أي تخمين.

رأينا ابن الهيثم وقد أثبت أن سقوط الشعاع IM بزاوية i و انكساره تبعاً لِـMB يعطي قوساً $CB = 2r - i = i - 2d$، وانطلاقاً من قيم بطليموس، يجد ابن الهيثم في حالتي $i = 40°$ و $i = 50°$ أن $\widehat{CK} = 10° = 2r - i$، فيحصل على النقطة K نفسها في كلتا الحالتين. غير أننا نحصل مع $n = 3/2$:

في حال:

$$i = 40°, 2r - i \cong 10°44',$$

وفي حال:

$$i = 50°, 2r - i \cong 11°26'.$$

وإذا فرضنا:

$$(1)\ \widehat{CB} = 2r - i = r - d = \phi\,(i),$$

نرى للدالة ϕ قيمة عظمى عند زاوية السقوط $i = i_0 = 49°48'$.

ما هي الأسباب التي دفعت ابن الهيثم لاعتماد النقطة K نفسها لزاويتي السقوط ٤٠° و٥٠°؟ أو يكون قد اعتمد قيم بطليموس العددية من دون إعادة لقياسها؟ أم أن الوسائل التجريبية التي بحوزته منعته من بلوغ دقة أكبر؟

لقد أشرنا أيضاً إلى أن ابن الهيثم لم يدرس موضع النقطة B في حالة i بين ٤٠° و ٥٠°، أي سلوك الدالة ϕ على هذا المجال. وفي هذه النقطة بالذات تدخّل الفارسي ليدقق في هذه التغيرات لكل من d و r وبالتالي للقوس CB.

يبدأ الفارسي بدراسة الفرق من المنزلة الأولى: $\Delta(2r - i) = \Delta r - \Delta d$ ليستنتج وجود زاوية «الفصل»، كما سماها ما بين ٤٠° و ٥٠°، بحيث:

إذا كانت $i < i + \Delta i < i_0$ يكون $\Delta r > \Delta d$ والفرق $\Delta r - \Delta d$ يتناقص ويميل إلى الصفر عندما تميل i إلى i_0.

وإذا أخذنا: $i_0 < i < i + \Delta i$ فيكون $\Delta r < \Delta d$ وتزيد $\Delta d - \Delta r$ مع زيادة i. يكون معنا إذاً:

$\Delta(r - d) = \Delta(2r - i) > 0$ في الحالة الأولى،

و $\Delta(r - d) < 0$ في الحالة الثانية.

وهذا ما يبيّن وجود قيمة عظمى عند القيمة i_0 لزاوية السقوط.

بعد صياغته لهذه النتائج، يجهّز الفارسي جدوله ويتفحّص قيم d، r، Δr و Δd تبعاً لتغيّر i ثم يقسّم الجدول إلى قسمين، حسبما تكون $i < i_0$ أو $i > i_0$. ونلاحظ فعلاً، أن نتائج الفارسي تتطابق مع نتائج بطليموس بالنسبة إلى قيم زوايا السقوط المأخوذة من ١٠° إلى ١٠° ابتداءً من ٤٠° إلى ٩٠°، وتغيب هذه المطابقة للزوايا التي هي دون ٤٠°. وللإحاطة بأسباب هذا التباين، لا بد من العودة إلى طريقة الفارسي المطبّقة في إنشاء هذا الجدول، والتي يصفها نفسه بـ«الدقيقة».

هدف الفارسي الواضح هو حساب d للزوايا i المتغيّرة من خمس درجات إلى خمس درجات، من الصفر وحتى ٩٠°، وبشكل أعمّ، للزوايا التي تتغير من درجة إلى درجة على هذا المجال نفسه. غير أنه أخضع هذا الحساب لإلزامين: **الأول** هو

الانطلاق من معطيات بطليموس لِ $i = 40°$ و $i = 50°$، تماماً كما فعل ابن الهيثم، والثاني هو تطبيق المتباينة $i/4 < d < i/2$ المدرجة عند هذا الأخير.

يعطينا هذان الإلزامان مجموعة أولى من القيم:

$$i \cong 0° \quad \frac{d}{i} \cong \frac{1}{4} = 0°\ 15'$$
$$i = 40° \quad \frac{d}{i} = \frac{3}{8} = 0°\ 22'\ 30''$$
$$i = 50° \quad \frac{d}{i} = \frac{2}{5} = 0°\ 24'$$
$$i \cong 90° \quad \frac{d}{i} \cong \frac{1}{2} = 0°\ 30'.$$

بعدها يقسّم الفارسي المجال [٠,٩٠°] إلى ١٨ مجالاً صغيراً، يوزعها على مجموعات ثلاث: ٨ مجالات من صفر إلى ٤٠°، مجالين من ٤٠° إلى ٥٠° و٨ مجالات من ٥٠° إلى ٩٠°. فيكون متوسط زيادة d/i على ١٨ مجالاً هو:

$$\Delta(d/i) = 1/4 : 18 = 0°\ 0'\ 50''$$

غير أنه في حال:

$$i \in [0°, 40°],\ \Delta\left(\frac{d}{i}\right) = 56''\ 15'''$$
$$i \in [40°, 50°],\ \Delta\left(\frac{d}{i}\right) = 45''$$
$$i \in [50°, 90°],\ \Delta\left(\frac{d}{i}\right) = 45''.$$

ولتجنّب حدوث قفزات كبيرة في تتالي الزيادات على مجالات ٥°، كان من الضروري إجراء تصحيح ما. لكن الفارسي عرف بأن كل تصحيح على $\Delta(d/i)$ بين ٤٠° و ٩٠° يغير قيمة d عندما تكون $i = 50°$ والتي هي إحدى المعطيات. لذلك قرّر الاحتفاظ بـ$\Delta(d/i)$ ثابتة على المجال $[40°, 90°]$، أي $\Delta(d/i) = \Delta_0 = 45''$، وإجراء تصحيح على $[0°, 40°]$ مقداره $\Delta(d/i) - \Delta_0 = 11''\ 15'''$ مما يعطي للمجالات الثمانية الفرق $1'\ 30''$. يفترض الفارسي أن $\Delta(d/i)$ تنقص بشكل منتظم بكمية $\Delta_2 = \Delta\ [\Delta(d/i)]$ في المجال الواحد، لتصل إلى $\Delta_0 = 45''$ في المجال التاسع. ونتيجة لذلك: $(1 + 2 + \dots + 8)\ \Delta_2 = 1'\ 30''$ أي: $36\ \Delta_2 = 1'\ 30''$ و $\Delta_2 = 2''\ 30'''$.

وهكذا يحصل الفارسي على زيادات مصحّحة على المجالات الثمانية الأُوَل. وانطلاقاً من هذه الزيادات المصححة ومن الزيادات الثابتة على المجالات العشرة

التالية يحسب النسب d/i، حيث i هي من أضعاف الزاوية ٥°؛ ليستنتج منها حساب قيم d المدرجة في الجدول. نشير إلى أن حساب d للزاويتين $i = 15°$ و $i = 35°$ يعطي على التوالي $d = 4° 31' 52'' 30'''$ و $d = 12° 39' 47'' 30'''$، ويرفعها الفارسي إلى القيمة الأعلى. وكما رأينا، تتمفصل طريقة الفارسي كالتالي:

فهو يفترض أن:

١ـ $\Delta\left(\frac{d}{i}\right)$ ثابتة على المجال $[40°, 90°]$.

٢ـ $\Delta\left(\Delta\left(\frac{d}{i}\right)\right)$ ثابتة على المجال $[0°, 40°]$.

ومن البديهي أن تقود هذه الطريقة إلى دالة لِـ $\frac{d}{i}$ بوصفها تابعاً لِـ i. وبالتالي:

١ ـ على المجال $[40°, 90°]$ يكون معنا، في حال كانت i من أضعاف 5°

$$\frac{d}{i} = \left(\frac{d}{i}\right)_{40} + k\,\Delta_0 \quad \text{حيث إن} \quad k = \frac{i - 40}{5}$$

$$\frac{d}{i} = 22'\,30'' + k.\,45'' = \frac{3}{8} + \frac{i - 4}{5}.\frac{1}{80}$$

$$\frac{d}{i} = \frac{i + 110}{400} \quad \text{و} \quad d = \frac{i^2 + 110\,i}{400}.$$

نتعرّف إذاً في هذه الحالة إلى القانون الذي أعطاه كپلر (Kepler)، والذي كان كامناً في لوائح بطليموس التي عاد إليها ڤيتليون[٢١] (Vitellion)، والذي يسمح بإعادة تركيب جدول قيم بطليموس بكاملها لقيم الزوايا i من ١٠° إلى ١٠°. كما يعطي قيم d للزوايا i التي تتغيّر من ٥° إلى ٥° في جدول الفارسي، ولكن على المجال [٤٠°، ٩٠°] فقط.

٢ ـ تكون $\Delta_2 = 2''\,30'''$، على المجال $[0°, 40°]$ ثابتة، وباعتبار $\Delta_{40}^{50} = 45''$ تصبح قيم Δ_{i-5}^{i} كالتالي:

$$\Delta_{i-5}^{i}\left(\frac{d}{i}\right) = 45'' + k\,.\,\Delta_2 \quad \text{حيث إن} \quad k = \frac{45 - i}{5} \quad \text{و} \quad \Delta_2 = 2''\,30''' = \frac{2{,}5}{3600}،$$

$$\Delta_{i-5}^{i}\left(\frac{d}{i}\right) = \frac{1}{80} + \frac{45 - i}{7200} = \frac{135 - i}{7200}.$$

(٢١) المصدر نفسه، ص ٧٥ وما بعدها.

ويكون معنا بالتالي إذا كانت i من أضعاف $5°$:

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \Delta_0^5 + \Delta_5^{10} + ... + \Delta_{i-5}^{i}.$$

لنفترض أن $i = 5x$ حيث $x \in \{1,2,...,8\}$؛

ويذلك نحصل على: $\Delta_{i-5}^{i} = \frac{135}{7200} - \frac{5x}{7200}$ ،

ونستنتج إذاً:

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \frac{135x}{7200} - \frac{5}{7200}(1 + 2 + ... + x)$$

$$\frac{d}{i} = \frac{1}{4} + \frac{135x}{7200} - \frac{1}{2}.\frac{5x(x+1)}{7200}$$

$$\frac{d}{i} = \frac{18000 + 265i - i^2}{72000}.$$

من الواضح إذاً أن طريقة الفارسي ترتكز على مقاربة الدالة $d/i = \phi(i)$ بدالة أفينية على المجال $[40°, 90°]$، وبدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية على المجال $[0°, 40°]$، وهو ما يسمح بالتعبير عن d بدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية في الحالة الأولى، ومن الدرجة الثالثة في الحالة الثانية. وتصبح عندئذ، عملية الحساب أكثر بساطة:

(١) في حال:

$$i \in [40°, 90°], \qquad \frac{d}{i} = ai + b, \qquad d = ai^2 + bi.$$

$i = 40°$، $d = 15°$ حيث إن $15 = 1600a + 40b$،

$i = 50°$، $d = 20°$ حيث إن $20 = 2500a + 50b$.

فنستنتج أن:

$$a = \frac{1}{400} \text{ و } b = \frac{11}{40}$$

وبالتالي:

$$d = \frac{110i + i^2}{400}.$$

(٢) في حال:

$$i \in [0°, 45°],$$

يمكننا إدراج المجال [40°, 45°] في الحالة الثانية أو في الحالة الأولى على السواء وفقاً لمنهج الفارسي من أجل تصحيح المجالات:

$$\frac{d}{i} = ai^2 + bi + c, \qquad d = ai^3 + bi^2 + ci;$$

في حال:

$i = 0°$ يكون $\frac{d}{i} = \frac{1}{4}$

$i = 40°$ يكون $\frac{d}{i} = \frac{1}{8}$

$i = 45°$ يكون $\frac{d}{i} = \frac{31}{80}$ (محسوبة على أساس: $\frac{d}{i} = \frac{110 + i}{400}$)

ومنه المنظومة:

$$\frac{3}{8} = 1600\,a + 40\,b + \frac{1}{4},$$

$$\frac{31}{80} = 2025\,a + 45\,b + \frac{1}{4},$$

والتي تكتب:

$$40\,a + b = \frac{1}{320},$$

$$45\,a + b = \frac{11}{3600};$$

ومنها نحصل على:

$a = -\frac{1}{20 \cdot 3600}$ و $b = \frac{53}{4 \cdot 3600}$،

وكذلك على: $d = \frac{-i^3 + 265\,i^2 + 18000\,i}{72000}$.

تسمح هذه المعادلات، كما وعد الفارسي، بحساب قيمة d التقريبية عندما تتغيّر i من درجة إلى درجة، أو إلى أية قيمة لزاوية السقوط i. كما أشار إلى إمكانية الحصول على هذه القيم باستعمال الاستكمال الخطي على كل واحد من المجالات

المؤلفة من $\Delta i = 5^\circ$ والمحددة في جدوله.

لنحسب، على سبيل المثال، d للزاوية $i = 12^\circ$ بهاتين الطريقتين:

إننا نحصل بواسطة المعادلة على:

$$d = \frac{-12^3 + 12^2 . 265 + 12 . 18000}{72000} = 3 + \frac{253}{500} = 3^\circ 30' 22''.$$

ونحصل بالاستكمال الخطي على:

$$d_{10} = 2^\circ 51' 15'' \ , \ d_{15} = 4^\circ 31' 53'' \ , \ \Delta d = 1^\circ 40' 38'',$$

$$\Delta_{12} = d_{10} + \frac{2}{5} \Delta d = 2^\circ 51' 15'' + 40' 14'' = 3^\circ 31' 29''.$$

تختلف هاتان النتيجتان، كما نلاحظ، بدقيقة واحدة تقريباً.

ونلاحظ أن الفارسي، خلافاً لما قد يظنه بعضهم[٢٢]، أنه لا يُدخل في عرضه الفروق من المنزلة الثانية للزوايا $40^\circ < i < 90^\circ$، أي Δ_2، والفروق من المنزلة الثالثة للزوايا $0^\circ < i < 40^\circ$، أي $\Delta_3 = \Delta(\Delta_2)$؛ إذ لا تستوجب الطريقة، التي أتينا على عرضها، إطلاقاً تدخل هذه القيم. إضافة إلى أنه من البديهي أن تقودنا دالتان من الدرجتين الثانية والثالثة، الأولى إلى Δ_2 ثابتة، والثانية إلى Δ_3 ثابتة أيضاً. ونجد لاحقاً من جهة أخرى، طريقة الاستكمال هذه نفسها بالمنزلة الثانية، تحت الاسم نفسه في «زيج الخاقاني» للكاشي، ويبدو أن أصلها يعود إلى القرن العاشر عند الخازن[٢٣].

يظهر التحليل السابق بدقة، ماهية طريقة الفارسي، من خلال إيضاح هدف مؤلفها. فهذا الفيزيائي، الذي كان من علماء الجبر ونظرية الأعداد كما أظهرت الدراسات الحديثة[٢٤]، كان يبحث عن خوارزمية تترجم الارتباط الدالي بين زوايا

---

(٢٢) اعطى Schramm هذا الاقتراح في: المصدر نفسه، ص ٨٢ ـ ٨٤.

(٢٣) انظر الملاحظات الاضافية في آخر الكتاب.

(٢٤) لقد أثبتنا وحللنا مساهمة الفارسي الرئيسية في نظرية الأعداد (١٩٨٢ ـ ١٩٨٤). كما أن م. موالدي، أثبت وحلّل رسالته المهمة في الجبر في: M. Mawaldi, «L'Algèbre de Kamāl al-Dīn al-Fārisī, analyse mathématique et étude historique,» (Thèse de doctorat non publiée, Paris III, 1988), 3 tomes.

السقوط وزوايا الانحراف، كي يستنتج بالتالي قيم الانحراف لأي سقوط كان بين وسطين محددين. يقسم الفارسي، كما رأينا، المجال [0°, 90°] إلى مجالين أصغرين، حيث يقارب الدالة $f(i) = d/i$ بدالة أفينية على [40°, 90°]، وبدالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية على المجال [0°, 40°]. ثم يصل بالتالي، بين الاستكمالين، فارضاً على الفرق الأول أن يكون نفسه في النقطة $i = 40°$، أو بعبارة أخرى يفرض على المنحنيين أن يكونا مماسين في هذه النقطة؛ فإذا فتشنا عن المشتقين بدل استعمال طريقة المؤلف في البحث عن الفروقات المتناهية للدالتين اللتين تؤلفان الخوارزمية، لوجدنا، على التوالي، ٣٧\١٤٤٠٠ و ٣٧\١٤٨٠٠؛ وفي هذا إثبات استدلالي لمقدار دقة حساب الفارسي.

وهكذا فإن طريقة كهذه لا تتطابق مع طريقة بطليموس، ولا مع طريقة عالم مخبري متملك من قانون سنيلليوس. وتتشابه من دون شك طريقتي الفارسي وبطليموس لكون كل منهما مستوحاة من علم الفلك؛ غير أن طريقة الفارسي، خلافاً لعلم الفلك القديم، لا تقتصر على تحويل متسلسلة من قيم عددية ناتجة من الملاحظة[٢٥] إلى متوالية حسابية؛ بل هي طريقة أدق رياضياً، ارتكزت في النهاية على ملاحظتين فقط لزاويتي السقوط ٤٠° و٥٠°، ومستعارتين من بطليموس عبر ابن الهيثم وعلى تقديرين لِـ d/i، هما 1/4 جوار الصفر و 1/2 في جوار ٩٠°. وبغية تحديد المنزلة الثانية للفرق على المجال [0°, 40°]، يستعمل الفارسي خوارزميته المتعلقة بالمجال [40°, 90°] ليحسب المنزلة الأولى للفرق على [0°, 40°]. وهكذا، فانطلاقاً من قيمتين تجريبيتين، يطبق خوارزميته ليحصل على كل القيم غير المقاسة التي يرى أن على الحساب التنبؤ، وبدقة كبيرة، بها. وهكذا فإن جدول الفارسي لا يهدف إلى تدوين نتائج الملاحظة، الخام أو المصححة، بل تكمن وظيفته في إعطاء نتائج يسمح الحساب الجبري بالحصول عليها انطلاقاً من قيمتين تجريبيتين. فالحساب الجبري ليس إذاً أداة بحث كمّي دقيق فحسب، بل إنه، بالنسبة إلى الفارسي، ذو قدرة استكشافية، في جزء هو أكثر أجزاء البصريات الهندسية فيزيائية.

غير أن هذه الطريقة تبقى محدودة أصلاً، إذ ترتبط الدالة الأفينية ـ وكذلك الدالة المتعددة الحدود من الدرجة الثانية ـ بشروط تجربة الانكسار في وسطي الهواء

(٢٥) بهذا المعنى فسّر A. Lejeune مسعى بطليموس. انظر: Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales,» p. 161.

والزجاج. وهكذا فالصعوبة لا تكمن مطلقاً في الأداة الرياضية، بل في إطار فكرة الفارسي: إنه يفكر بعبارات صنف خاص من المعطيات التجريبية، من دون البحث عما يميز هذا الصنف ذاتياً عن سواه.

لم يقم الفارسي بهذه الدراسة لمجرد ماهيتها، وبغية التعليق على نص ابن الهيثم فقط؛ بل إنها تندمج في مجموعة أكثر اتساعاً؛ فلقد استخدمها الفارسي في أبحاثه الرئيسة حول قوس قزح والهالة[٢٦]، حيث يسترجع مسألة الابصار من خلال كرة شفافة، ويُبدع في نظرية الألوان.

خامساً: ابن سهل وابن الهيثم وقانون سنيلليوس

لم يكن الحديث عن تطور علم الانكساريات العربي وتقدمه ممكناً قبل التعرف إلى رسالة ابن سهل لاقتصارنا حتى ذلك الحين على مؤلف واحد هو ابن الهيثم. والذي لم نعد نجهله الآن هو وجود سلف لهذا الأخير كان قد عرفه وكان لتراثه وزن كبير، وهو ما يسمح بطرح سؤال حول المسافة التي قطعها هذا العلم خلال نصف قرن من الزمن، إضافة إلى تثبيت نتيجة نهائية، وهي اعتبار نصف القرن هذا، من الآن وصاعداً، كفترة من الفترات التي دمغت بطابعها تاريخ علم البصريات، وبرزت كحقبة تجديد وتحول لهذا العلم، في حين بدا علم الانكساريات، بما حققه من تقدم، وقد اتسع مجاله وتغير اتجاهه.

لقد أثبتنا أن علم الانكساريات كان، بالنسبة إلى ابن سهل، في جوهره هندسةً للعدسات المحرقة. غير أن هذا التأكيد يتطلب بعض التخفيف، ذلك أن المهندس كان ملزماً بمراعاة مقتضيات المواد اللازمة لإنشاء هذه الآلات، عاملاً على إخضاع النتائج التي تنبأت بها هندسته للتجريب، مستعملاً حينها كلمة «اعتبار»[٢٧]، وقد نوّهنا بهذه العبارة وبأهميتها في منهجية ابن الهيثم، وبممارسته العلمية كذلك.

---

(٢٦) Wiedemann, «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitam und Kamāl al-Dīn al-Fārisī»; مصطفى نظيف، «كمال الدين الفارسي وبعض بحوثه في علم الدواء،» في: *Publications of the Egyptian Society for the History of Science*, no. 2 (1958), and Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham».

(٢٧) النص الأول، انظر الملاحظات الاضافية.

من المؤكد أن البحث في العدسات أحيا موضوع الانكسار، الذي يبدو أنه بقي على حاله منذ بطليموس[٢٨]. وإذ بعلم الانكساريات، عند ابن سهل، يظهر كجزء من حقل أوسع يحوي المرايا، إضافة إلى العدسات المحرقة. ويبدو هذا العلم، في نشأته كإنجاز عالم في الانعكاس تحول إلى استخدام الانكسار. غير أن الأمر لم يكن متعلقاً بعالم عادي يدرس الانعكاس، كعطارد أو أحمد بن عيسى[٢٩] مثلاً، بل بمهندس من الطراز الأول، أحاط بنظرية المخروطات، واهتم بالإنشاء الميكانيكي للمنحنيات أيضاً. وهكذا يظهر ابن سهل: مهندس يُثنى عليه بحِرَفي يصنع قوالب المرايا والعدسات، أو على الأقل، يصممها. فهو، كأسلافه الانعكاسيين، منذ ديوقليس على الأقل، وكخلفائه قد وضع أنموذجاً يُعرف اليوم بـ«الظاهرة التقنية» حيث يستثمر شيئاً ما من الأنموذج المصنع.

على مدى هذا البحث في الآلات المحرقة ـ يبقى المهندس المزوَّد بقوانين البصريات الهندسية ـ كالانتشار على خطوط مستقيمة والانعكاس والرجوع المعاكس (العودة المتطابقة) ـ متشبثاً قبل كل شيء بالخصائص البصرية للمخروطات ـ أي تلك التي تتصل بالتركيز البؤري للضوء. ويعمل، من ثم، مستعيناً بالمخروطات بشكل رئيسي، على تصميم آلات تحدث تركيزاً لهذا الضوء، ثم يخضع هذا التركيز، الذي لا وجود له في الطبيعة، لتحكم مزدوج هندسي وتقني: فنظرية المخروطات تنبىء به، وتُحدثه آلة عليها أن تحرق على مسافة حددت لها سلفاً. لكن الحصول على التركيز وفق الشروط المطلوبة، يتطلب مراعاة شرطين مسبقين؛ يتعلق **الأول**، وقد وعاه ابن سهل تماماً، باختيار المواد ـ بلّور صخري نقي ومتجانس مثلاً ـ فضلاً عن الأشكال الهندسية. أما **الثاني** فلم يدركه ابن سهل بوضوح شأنه شأن أسلافه، بل وخلفائه أيضاً، حتى القرن الثامن عشر؛ إذ يفترض أن يحدث الإشعال فور حصول التركيز.

نستطيع القول إن ابن سهل قد ابتكر إذاً مجال البحث هذا في الحرّاقات، فضلاً عن علم الانكساريات. لكنه، وقد أُجبر على التفكير بمخروطات أخرى غير

(٢٨) ما دمنا نجهل التاريخ الدقيق للترجمة العربية لـ مناظر بطليموس، يبقى كل تأكيد حول دراسة الانكسار نوعاً من الحدس المحتمل. لا نعرف، حتى الساعة، أي نص في البصريات قبل ابن سهل، تم فيه الرجوع إلى كتاب بطليموس الخامس.

(٢٩) انظر: **Rushdi Rashid,** ***Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents.***

المكافىء والناقص ـ كالقطع الزائد مثلاً ـ باعتباره منحنياً انكسارياً، قد انساق بشكل طبيعي إلى اكتشاف قانون سنيلليوس. ونفهم حينها أن الانكساريات، عندما رأت النور على يد ابن سهل، لم تعالج سوى انتشار الضوء، بعيداً عن مسائل الأبصار، بل ولنقل، من دون مبالاة بها. فالعين لم تحظ بموقع لها بين الآلات المحرقة، ولم يكن لموضوع الابصار موقع في علم الانكساريات. وقصداً اعتُمدت وجهة نظر موضوعية في تحليل الظاهرة الضوئية. فهذا الموضوع الغني بالمادة التقنية، كان، في الواقع، فقيراً جداً بالمحتوى الفيزيائي الذي تلاشى، ليقتصر على بعض الاعتبارات المتعلقة بالطاقة مثلاً. فابن سهل لم يحاول مطلقاً، على الأقل في كتاباته التي وصلتنا، تفسير سبب تغيير الأشعة لمساراتها وتجمعها عند تغيّر الوسط: لقد اكتفى بمعرفة كيف أن حزمة من الأشعة الموازية لمحور عدسة مستوية محدبة زائدية، تنقلب بالانكسار إلى حزمة متقاربة. ورداً على التساؤل عن أسباب الاشعال الناتج من تقارب الأشعة، يكتفي ابن سهل بتعريف الشعاع الضوئي من حيث فاعليته في الاحراق، مسلماً، كخلفائه من بعده على مدى زمن طويل، بتناسب التسخين مع عدد الأشعة المجتمعة.

مضى نصف قرن على ذلك، وإذ بعلم الانكساريات يوسّع مجاله ليصبح ذا مكانة مختلفة تماماً. فمع ابن الهيثم، غاب مفهوم الانكساريات كمجرد هندسة للعدسات. وباتت واضحة، بحسب كلمات المؤلف، ضرورة «تفاعل الرياضيات والفيزياء» لدرس الكواسر والعدسات، محرقة كانت أم لا. إن أهمية هذه الخطوة التي تمّ اجتيازها، تعادل صعوبة تفسيرها. فهي توحي منذ الآن، بأن المجال الذي وضعه ابن سهل من خلال دراسته الحرّاقات، لم يعمر طويلاً، وانتهى بعد خمسين سنة من ذلك على الأكثر، متلاشياً تحت ضربات أول فيزيائي. إذ من البديهي أن الأهداف العملية لا تكفي وحدها لتحديد مجال ما. ولكن، ما هو بشكل دقيق، التحول الذي أجراه ابن الهيثم؟

لقد تابع ابن الهيثم، على أثر ابن سهل، البحث في المرايا والآلات المحرقة. ولم يكن ذلك مجرد بحث تمهيدي لـ **كتاب المناظر** على الاطلاق، إذ إنه كتب دراسة للكرة المحرقة بعد هذا الكتاب. وهكذا ابتدأ بالكتابة عن المرايا المحرقة المكافئية التي سبق وأشرنا إلى تأثير ابن سهل فيها على الرغم من كون دراسة ابن الهيثم أكثر تفصيلاً.

لقد قام ابن الهيثم، بشكل عام، بالتوقف على الحالات التي لم يعالجها ابن

سهل، أو بتوسيع البحث في ما درسه سلفه. فدراسة المرآة الكروية المحرقة تجاوزت بعيداً كل ما سبقها من أبحاث، من ديوقليس إلى الكندي، مبرزاً فيها ظاهرة الزيغ الكروي. أما معالجته الكرة المحرقة، فإنها تشبه ما درسه سلفه من عدسة محدبة الوجهين، وزائدية، لكنها أكثر صعوبة بحيث يثير فيها ظاهرة الزيغ الكروي[٣٠].

إن ابن الهيثم قد سار من دون ريب، على خطى ابن سهل متوغلاً دوماً أبعد منه، لكنه افترق عنه بوضوح في نقطتين: **أولاهما**، أنه خلافاً لابن سهل لا يستعمل نسب المقاطع التي يعطيها قانون سنيلليوس، بل يحسب أطوال المقاطع منطلقاً من القيم العددية للزوايا كما وردت عند بطليموس في حالة الهواء والزجاج. **وثانيتهما** تميّزه باختيار السطوح الكروية المقعّرة، مكتشفاً بذلك خاصة فيزيائية مهمة، وهي الزيغ البصري.

ويكثف ابن الهيثم البحث في الانكسار سائراً على خطى ابن سهل. لكنه، عوضاً من تعميق الفكرة التي طرحها ابن سهل، بأن يأخذ قانون سنيلليوس ليهذب صياغته مثلاً، يرجع ابن الهيثم إلى نسب الزوايا، ليزيد القواعد الكمية للانكسار، ويدقّق فيها كالنسبة بين زوايا السقوط والانحراف أو الانكسار، ... الخ. وقبل إيضاح، أو محاولة إيضاح، ما يجب أن نسميه حقاً خطوة إلى الوراء، علينا أولاً تقدير المسافة التي قطعها ابن الهيثم. فبحثه لم يعد مقتصراً على المرايا والعدسات، بل تعداها إلى البصريات أيضاً. يضاف إلى هذا، إصلاحه لهذا العلم فاصلاً بوضوح، وللمرة الأولى في تاريخه، بين شروط انتشار الضوء، وشروط رؤية الأشياء. لقد شرحنا هذا الإصلاح في موضع آخر[٣١]. فلنكتف بذكر أنه أوصل ابن الهيثم، من ناحية، إلى إعطاء مرتكز فيزيائي لقواعد الانتشار (المقصود مقارنة رياضية المضمون بين أنموذج ميكانيكي تمثله حركة كرة صلبة ترمى على

(٣٠) كما رأينا بالفعل، يبرز ابن الهيثم، في دراسته **الكرة المحرقة** بشكل جلي جداً الزيغ الكروي لحزمة من الأشعة المتوازية. نشير إلى أن ابن الهيثم لم يتفحص، في الفصول المخصصة للكواسر الداخلة في المقالة السابعة من **كتاب المناظر**، حالة حزمة من الأشعة المتوازية والساقطة على كاسر كروي، لكنه يتفحص هذه الحالة في **الكرة المحرقة**، ويبرز الزيغ الكروي في حالة الكاسر.

(٣١) Rushdi Rashid: «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'alhazen,» dans: *Roemer et la vitesse de la lumière* (Paris: Ed. R. Taton, 1978), et «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham.»

حاجز وبين حركة الضوء)، ومن ناحية أخرى، إلى العمل حيثما كان هندسياً، وبالملاحظة والتجربة. لقد فقدت البصريات المعنى الذي كانت تعرف به سابقاً[٣٢]، فباتت تشمل قسمين: نظرية الابصار مقرونة بالفيزيولوجيا وعلم النفس، ونظرية الضوء وطرق انتشاره، . . . الخ. ومن الممكن من دون شك، ملاحظة بقايا من البصريات القديمة في المصطلح، أو أيضاً في ما أبرزه مصطفى نظيف، لطرح المسألة، من دون حاجة حقيقية بالنسبة إلى المبصر[٣٣]. ولكن، يجب ألا ننخدع ببقايا الأشكال القديمة هذه، إذ لم يعد لها الوقع نفسه، ولا المعنى نفسه. لقد عكس تنظيم **كتاب المناظر** الوضع الجديد. ففيه فصول مخصّصة بأكملها للانتشار، كالفصول الثلاثة الأولى من الكتاب، الأول والقسم الأعظم من الكتابين الرابع والسابع؛ وفي فصول أخرى يبحث في الإبصار وما يتعلق به من مسائل. ومن نتائج هذا الإصلاح، يجب الإشارة إلى بروز مسائل جديدة، لم تطرح مطلقاً في السابق. ففي هذا السياق، لم تعد الكواسر والعدسات تُدرس كمجرد حرّاقات، بل كأجهزة بصرية أيضاً. وأصبح من الواجب، في هذه الظروف، الانكباب على مسائل تكوّن الصور وتحديد أمكنتها باستخدام الوسائل الجديدة؛ وهذا ما لم يغفل ابن الهيثم عن القيام به.

وهكذا فعلم الانكساريات يتخلل عمل ابن الهيثم بأكمله من أوله إلى آخره، وبحثه في الكواسر والعدسات، الموجود في القسم السابع من **كتاب المناظر**، بات، بفضل معرفتنا بابن سهل، يحاط بكل أهميته، فينال مكانته اللائقة إلى جانب معالجته للكرة المحرقة.

يبقى السؤال مطروحاً حول قانون سنيلليوس لمعرفة سبب عدم اكتشاف ابن

---

(٣٢) أي كهندسة للأبصار، أو كما كتب حديثاً ج. سيمون، في: G.Simon, *Le Regard, l'être et l'apparence dans l'optique de l'antiquité* (Paris: Seuil, 1988), pp. 187 sqq.

(٣٣) نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية، ص ٧٦٣: «ومما تجدر الاشارة إليه هنا أن ابن الهيثم يسمي السطح الذي يحدث عنده الانعطاف بحسب هيئته إلى النقطة التي يرد إليها الضوء المنعطف لا بحسب هيئته بالنسبة الى النقطة المضيئة التي هي مصدر الضوء. ولعل ذلك من جراء انصراف عنايته في موضوعات الانعطاف ايضاً إلى الناحية الشخصية أكثر منه إلى الناحية الموضوعية، فالنقطة التي يرد اليها الضوء يتصورها دائماً مركزاً للبصر، فإن كان تحدب السطح مما يليها عدّه محدباً، وإن كان تقعّره مما يليها عدّه مقعّراً».

مناقشة نظيف هذه صحيحة، لكن موقف ابن الهيثم هذا لا يتعدى بقاء أثر من المعجم القديم. هذه العين المفترضة لا تتدخل اكثر من نقطة هندسية تصل الاشعة اليها. فابن الهيثم لم يعد مهندس الأبصار.

الهيثم له، وهو سؤال مشروع، لا يمكن تسويته كما فعل مصطفى نظيف[٣٤] ـ إذ يعزو ذلك إلى لجوء ابن الهيثم إلى زوايا الانحراف بدلاً من زوايا الانكسار ـ فقد أضحى الآن سؤالاً متعلقاً بمعرفة أسباب عدم استفادة ابن الهيثم من نتيجة ابن سهل.

وتبقى، بالتأكيد، هذه التساؤلات السلبية من أصعب الأسئلة بالنسبة إلى المؤرخ. فأجوبته دائماً غير مؤكدة، وهي، في أحسن الأحوال، تخمينات متفاوتة الاستحسان. وعلى الرغم من ذلك، طرحُنا لها هنا، منبعه رغبتنا في إبراز هذه المسائل وإحياء البحث فيها.

نذكّر أولاً بالحجج التي سبق وقدّمناها لتبيان معرفة ابن الهيثم برسالة ابن سهل. ترتكز المجموعة **الأولى** من هذه الحجج على الاهتمام الذي أولاه لكتاب ابن سهل **البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء**، عند دراسته الانكسار. وتظهر مجموعة **ثانية** اهتمامه الخاص برسالة ابن سهل «الحراقات»: إذ يتبع ابنُ الهيثم ابنَ سهل في تحليل المرآة المكافئية وفي دراسة العدسات، وهما بالتحديد، جزء من «الحراقات». أما المجموعة **الثالثة** من الحجج فترتكز على التقارب الجغرافي والزمني لهذين المؤلفين. في ضوء مجمل الملاحظات هذه، ليس مبالغاً تقبل كون ابن الهيثم قد قرأ جيداً أجزاء رسالة ابن سهل المخصصة للعدسات وللانكسار؛ فتجاهله قانون سنيلليوس الموجود في هذا النص، لا يرتبط إذاً بمجرد واقع ظرفي، بل هو تعبير لمفهومه عن البصريات وعن تطور هذا العلم.

لقد كان ابن الهيثم، خلافاً لابن سهل وكما بيّنا مراراً، مجرِّباً (معتبراً). بل إنه أول فيزيائي أعرفه، لا يكتفي بالتجربة بشكلها التقريبي، بل يجعل من «الاعتبار» جزءاً لا يتجزأ من البرهان الفيزيائي، يتداخل لإعطاء المعرفة البصرية قيمتها البرهانية. وترتدي هذه النقطة أهمية أساسية بعيدة عن موقف بطليموس، على الرغم من لجوء هذا الأخير أحياناً إلى التجربة. وفرض هذا المفهوم الجديد إلزامات متعددة أبرزها التالية: العمل في الانكسار بقوانين قابلة للتحقق بالتجربة،

(٣٤) نظيف، المصدر نفسه، ص ٧١٧، كتب ما معناه: «لم يعر ابن الهيثم اهتمامه إلى زاوية الانكسار، بل اهتم بزاوية الانعطاف، ونص العلاقة بين زاويتي السقوط والانعطاف، ونتيجة لذلك لم يكتشف القانون العام والذي يعطي في علاقة بسيطة هذه العلاقة التي تحكم جميع الحالات. لكننا نعلم ان ابن سهل، وكذلك سنيلليوس اهتمّا بزاوية الانحراف، من دون ان يمنعهما هذا من اكتشاف القانون».

وقادرة، من ناحية أخرى، على تفسير جميع نتائج التجارب. غير أن الخضوع لهذه الضرورات التقنية والمنطقية قد استتبع نتيجة مهمة تاريخياً على الرغم مما شكلته من تنازل من قبل المجدد لصالح التقليد، وعودة بالتالي، إذا صحّ القول، إلى بطليموس.

وضع بطليموس جهازاً لقياس زوايا الانكسار تبعاً لزوايا السقوط في الحالات الثلاث: هواء ـ ماء، هواء ـ زجاج وماء ـ زجاج. وسجّل نتائجه في جداول في المقالة الخامسة من كتاب **المناظر**(٣٥). يتألف كل جدول من هذه الجداول من عمودين؛ نجد في أولهما زوايا السقوط أضعاف ١٠° حتى ٨٠°، وفي الآخر زوايا الانكسار المقابلة. هذه المعطيات هي، بالنسبة إلى ابن الهيثم، تجارب ومعطيات عددية يجب أخذها في الحسبان. وقد قام ابن الهيثم **بابتكار آلة أكثر تعقيداً ومهارة من آلة سلفه**، لكنها ترتكز على المبدأ نفسه: قياس مقادير الزوايا. وعلى الرغم من إمكانيات هذه الآلة المتقدمة، اكتفى ابن الهيثم بإعادة تجارب بطليموس، وحفظ قيمها العددية. وعلى الرغم من كتابته بخصوص تجربة الانكسار في حالة هواء ـ ماء: «وإن أحب المختبر أن يعتبر الزوايا خمسة أجزاء بخمسة أجزاء فعل ذلك على مثل ما تقدّم شرحه، وإن أحب ان يعتبر ما هو أدنى من خمسة أجزاء فعل ذلك على الترتيب الذي ركبناه»(٣٦). أما هو فاستمر، قياساً على بطليموس، على الاكتفاء بأضعاف ١٠° حتى ٨٠° لزوايا السقوط، وعلى «هواء ـ ماء ـ زجاج» كأوساط. وقد منعه هذا المسلك من التوصل إلى اكتشاف لم يكن ليفوته لو أنه طبق اقتراحه وعمل بالزوايا من ٥° إلى ٥°: إنه ظاهرة زاوية الحد(٣٧).

وهكذا يكشف لنا ابن الهيثم المعتبر وداً مع بطليموس وإذ به «يسترجعه».

---

(٣٥) Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile,* pp. 227-234, et Lejeune, «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales,» pp. 153 sqq.

(٣٦) ابن الهيثم، **كتاب المناظر، المقالة السابعة** (استانبول، سليمانية، فاتح، ٣٢١٦)، ص ٣٨ظ.

(٣٧) نبرهن فعلاً ـ راجع الملاحظات الإضافية للنص السابع ـ أننا لو اعتبرنا قرينة الانكسار n هواء ـ زجاج مساوية لـ ٣\٢ تكون $\sqrt{2} < n < 2$ وإذا اعتبرنا $i > i_0$ حيث $\frac{n}{2} = \frac{i_0}{2}$ cos تكون عندئذ المتباينة $d > \frac{i}{2}$ غير صحيحة ولدينا $d < \frac{1}{2}$. لقد برهنا أن $i_0 \approx 83°$. نبرهن أن زاوية الانحراف تقترب من القيمة الحد $\frac{\pi}{2}$ كلما اقتربت i من $\frac{\pi}{2}$. انظر: نظيف، **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**، ص ٧٢٠ ـ ٧٢٣، و Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique,» p. 203.

فبهدف تطبيق الاعتبار على القوانين قام، بتأثير من سلفه، باستعمال جهاز لقياس الزوايا. كما أخذ في الحسبان قيم نتائج بطليموس العددية، وهي قيم للزوايا. وهكذا، ففي مقالته السابعة، وبعد التعريف بجهازه التجريبي، أعطى قوانين كميةً للانكسار تشكل بعضها تقدماً أصيلاً، على الرغم من صياغتها بلغة مقاسات الزوايا. فليس من المستغرب إذاً أن نرى أن مجال تطبيق بعض هذه القوانين الكمية لا يتعدى الأوضاع الاختبارية المدروسة دون غيرها.

لنأخذ مثلاً على ذلك، قانون ابن الهيثم الثاني القائل: «إذا كبرت زاوية السقوط كمية ما، تكبر زاوية الانحراف كمية أصغر»؛ ويصح هذا القانون عموماً مع $n > 1$ أما عندما تكون $n<1$ نبيّن بأنها تصح مع $n \leqslant \frac{1}{2}$، أما في حال $n > \frac{1}{2}$ فلا يصح إلا لزوايا السقوط $i < \sqrt{\frac{4n^2 - 1}{3}}$.

وهكذا فإن هذا القانون، الذي نصّه ابن الهيثم بشكل عام وشامل، ليس صحيحاً إلا للأوساط التي اعتبرها هو وبطليموس وللزوايا التي اختاراها.

نرى إذاً أن التساؤل الذي أثرناه بخصوص قانون سنيلليوس يعيدنا في الحقيقة إلى نمط بصريات العصر بالذات. فابن سهل الرياضي، غير المكترث بالاعتبار كضرب من ضروب البرهان، وغير المبالي بالقيم العددية، يدرس، في حال سطح زائدي، وسطين مختلفي الشفافية من دون أدنى تحديد إضافي، فيتوصل بذلك مباشرة إلى فكرة مقدار ثابت لقرينة الانكسار. وبالمقابل، فابن الهيثم، المأخوذ بجدّة مفهومه للبرهان في الفيزياء وبدور «الاعتبار»، يعود إلى مدرسة نسب الزوايا ليستخرج منها قوانين كمية لا يصح بعضها خارج أوضاع تجريبية جزئية. وشكل بطليموس ساتراً لابن الهيثم، حاجباً عنه أهمية نتيجة ابن سهل وجدّتها. لكن الرجوع إلى بطليموس دفع ابن الهيثم إلى متابعة البحث الكمي؛ إذ كان عليه، على الرغم من امتلاكه جداول سلفه، حساب قيم أخرى، كزوايا الانحراف وفروقات المنزلة الأولى، مزوداً ببصريات وبنظرية للبرهان جديدتين. هذا البحث المعتدل والمخفف عند ابن الهيثم، سيتخذ بعداً أكثر عمقاً عند الفارسي، الذي، على ما أعلم، لن يعود إلى اكتشاف قانون سنيلليوس.

الفصل الثالث

ابن سهل الرياضي

عرف تراث ابن سهل في حقل الرياضيات مصيراً أقل حظاً أيضاً منه في البصريات. فمن تراث يحوي خمسة عناوين على الأقل، لم يصلنا سوى اثنين، وهما عبارة عن كتيّب في المخروطات وتعليق على رسالة في هندسة الاسطرلاب كتبها القوهي معاصره. نزيد عليهما نصوص مسائل ثلاث، نسخها أحد معاصريه ناقلاً تركيباً لتحليل لابن سهل؛ وأخيراً مسألة حلّها ثم نقلها عنه السجزي. هذا كل ما نعرفه حتى الساعة من مخطوطات ابن سهل الرياضية؛ غير أن أهم رياضيّي ذلك العصر، كالقوهي مثلاً، نقلوا أنه ألّف مخطوطة في تربيع المكافىء، وأخرى يناقش فيها مسائل تختص بمركز الثقل[١]. كما نعلم أيضاً مقدار ما كان يكنّه له رياضيو ذلك العصر من احترام، كالقوهي والسجزي والشني، الذين غالباً ما كانوا يلجأون إليه عند عجزهم عن حل مسألة ما، كمقدمة أرخميدس مثلاً[٢]، وإليه كانوا يتجهون إلى تفسير الأفكار الجديدة الغامضة عليهم، كآراء القوهي حول الإسقاطات[٣]. وحتى نقّاده كانوا يجمعون على الاعتراف بتفوّقه الرياضي. فمن المستبعد إذاً أن يقتصر تراثه الرياضي على هذه المذكرات الخمس فقط، غير أن التعرف إلى مخطوطات أخرى يبقى رهناً بالبحث التاريخي القادم.

إن إثارة هذه العناوين، والتذكير ببعض وجوه الوسط الرياضي الذي تطوّر فيه ابن سهل كالقوهي والسجزي، يكفيان للدلالة على أن ابن سهل كان هندسياً. لكن ماذا تعني عبارة **هندسي من الطراز الأول** في النصف الثاني من القرن العاشر؟

---

(١) انظر الفصل الرابع، الهامش رقم (١٣).

(٢) انظر الفصل الرابع، الهامش رقم (١٨).

(٣) انظر مقدمة تعليقه على مقالة القوهي.

يعطينا وضع ابن سهل فرصة للإجابة عن هذا السؤال الذي بقي، على الرغم من غرابة ذلك، مهملاً عند المؤرخين.

اقتصرت أعمال قسم كبير من الهندسيين، ما بين القرنين التاسع والثاني عشر، على توسيع هندسة أسلافهم الهلّينستيين، ولا سيما إقليدس وأبولونيوس، معالجين المجال نفسه ومتّبعين النمط والأسلوب ذاتهما، وهو ما يسمح بتلقيبهم بـ«الرياضيين الهلّينستيين العرب». غير أن الوقوف على هذه الملاحظة يعرّض بُعداً أساسياً من هندسة ذلك العصر للطمس، وأخطاء الرؤية لا تعود حينئذ نادرة في تحرير أحد فصول هذه الهندسة. إن نظرة أقل شمولية وأكثر تمعّناً إلى علاقات الهندسة مع علوم أخرى، كالجبر وعلم الفلك، تُظهر في هذه اللوحة الهلّينستية، مجالين على الأقل لا يشملهما هذا الوصف. أكثرهما دراسة هو الهندسة الجبرية، وهي هنا أقلهما مدعاة لاهتمامنا. لقد عرضنا، في موضع آخر، الجدلية بين الجبر والهندسة وقد التزمتها، في القرن العاشر تحديداً، كوكبة من الرياضيين أمثال الخازن، وابن الليث، والقوهي...، وبرهنّا كيف إنها أفضت، مع الخيام، إلى تأسيس هذا العلم، ليتعمّق جذرياً مع شرف الدين الطوسي. أما المجال الثاني فيتركز على التحويلات الهندسية التي ما انفكت تسترعي انتباهنا في أعمال الهندسيين والجبريين. زد على ذلك دراسة الاسقاطات التي لم تُلحظ أهميتها إلا مؤخراً[٤]. إن عناوين مخطوطات ابن سهل لا تظهره كهندسي فحسب، بل، وبتحديد أكبر، كهندسي من المدرسة الأرخميدسية والأبولونية العربية، ومن أولئك الذين وضعوا فصولاً غير هلّينستية. في هذه المدرسة الأرخميدسية الأبولونية ـ التي سنعرض تاريخها في موضع آخر[٥] ـ اهتم الرياضيون، إثر أرخميدس، بتربيع

(٤) انظر خاصة الترجمة المعلّلة لنص البيروني من قبل سوتر، في: H. Suter, «Über die Projektion der Sternbilder und der Länder von al-Bīrūnī,» *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*, no. 4 (1922),

أعاد هذا العمل برغرين، انظر: J. L. Berggren, «Al Bīrūnī on Plane Maps of the Sphere,» *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 6, nos. 1-2 (1982).

انظر ايضاً: أكبر داناسرشت، **رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية** (طهران: [د. ن.]، ١٩٧٣)، و B. Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space,* Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences; vol. 12 (New York: Springer-Verlag, 1988), pp. 121 sqq.

(٥) انظر اعمال ابن الهيثم الرياضية.

الأشكال المنحنية وما يتعلق به من مسائل؛ كما درسوا مسائل مركز الثقل. وعلى مثال أبولونيوس، درسوا القطوع المخروطية، دراسة نظرية وبهدف التطبيق في آن معاً. ولم يقتصر هذا التطبيق على العلوم الأخرى، كالبصريات وعلم الفلك، بل استخدم لحل المسائل الهندسية كذلك، كتلك المتعلقة بالإنشاءات الهندسية. في هذه المدرسة وفي هذا الوسط ابتدأ تطبيق نظرية المخروطات لحل مسائل جبرية[٦].

إن ضياع دراسة ابن سهل في تربيع القطع المكافىء، وكذلك المذكرة التي يعالج فيها مسائل مركز الثقل، يحرمنا بالطبع من بعد مهم في تراثه الرياضي، ألا وهو البعد الأرخميدسي. وبالمقابل فإن أعماله في البصريات، ورسالته في القطوع المخروطية، وكذلك استرجاعنا لتحليله المسائل الهندسية الثلاث ـ ومنها مقدمة أرخميدس ـ انطلاقاً من تركيب أعطاه، على وجه شبه مؤكد، معاصره الشنّي، ستساعدنا على استخلاص بعض من سمات بحثه في المخروطات. وسنأخذ على التوالي الإنشاء الميكانيكي للمخروطات، ثم دراسته النظرية للقطوع المخروطية، لنعود أخيراً إلى تحليل المسائل الهندسية، مركزين على إسهام ابن سهل في مسألة مقدمة أرخميدس. لكن هذا الرياضي الهلّينستي العربي سيشارك أيضاً في تشكيل أحد الفصول الهندسية غير الهلّينستية، إذ وسّع، إثر القوهي، فصلاً حول طريقة الإسقاطات. ومن الغريب حقاً بقاء أعمال على هذه الدرجة من الأهمية، لابن سهل والقوهي، مجهولة لدى المؤرخين؛ لذا سنشير إلى مقدار إسهامها في تاريخ الهندسة الإسقاطية.

أولاً: الإنشاء الميكانيكي للقطوع المخروطية

رسم رياضيو مدرسة بغداد المخروطات بالنقاط، أو بواسطة طرق ميكانيكية. ففي أواسط القرن العاشر أنشأ ابراهيم بن سنان القطوع المخروطية بالنقاط[٧]، وأنشأ السجزي، وهو معاصر لابن سهل، القطع الزائد بالنقاط أيضاً. كما اهتم السجزي أيضاً، وكذلك القوهي، بالرسم المتواصل للمخروطات بواسطة آلة سمّاها «البركار التام». وعلى هذا النحو صُمِّمت آلات كآلة ابن سهل وآلة ابن الهيثم لاحقاً.

لكن ابن سهل كان من ضمن رياضيي مدرسة بغداد، وأولئك المرتبطين بحاشية البويهيين بصورة خاصة، وأكثرهم اهتماماً بالخصائص البصرية

(٦) انظر تاريخ هذه التطبيقات كما رواها الخيّام في مقالته عن الجبر.

(٧) انظر الفصل الأول، الهامش رقم (٣٠).

للمخروطات. ومعه لم يعد مفهوم بؤرة القطع المخروطي مرتبطاً بالانعكاس فقط، كما هي الحال في علم الانعكاس الهلينستي والعربي، بل أصبح منذ ذلك الحين مرتبطاً بالانكسار أيضاً. وتجدر الإشارة إلى الصدى المهم، المنسي غالباً، دراسة الآلات البصرية ـ المرايا والعدسات ـ على اهتمام الرياضيين بإنشاء المخروطات. وهكذا يرتبط البحث عن وسائل ميكانيكية لإنشاء القطوع المخروطية بالبحث البصري، كما استجاب في تلك الحقبة، صنع البركار التام لحاجات البحث الفلكي، وخصوصاً صناعة الاسطرلابات والساعات الشمسية (المزولات).

لنتوقف عند الآلات التي صمّمها ابن سهل، لنجتلي من وراء تعقيدها الظاهري، الفكرة التي عليها تقوم. ثم نذكّر باختصار بمبدأ البركار التام، من أجل توضيح صلات القربى القائمة بينه وبين آلات ابن سهل.

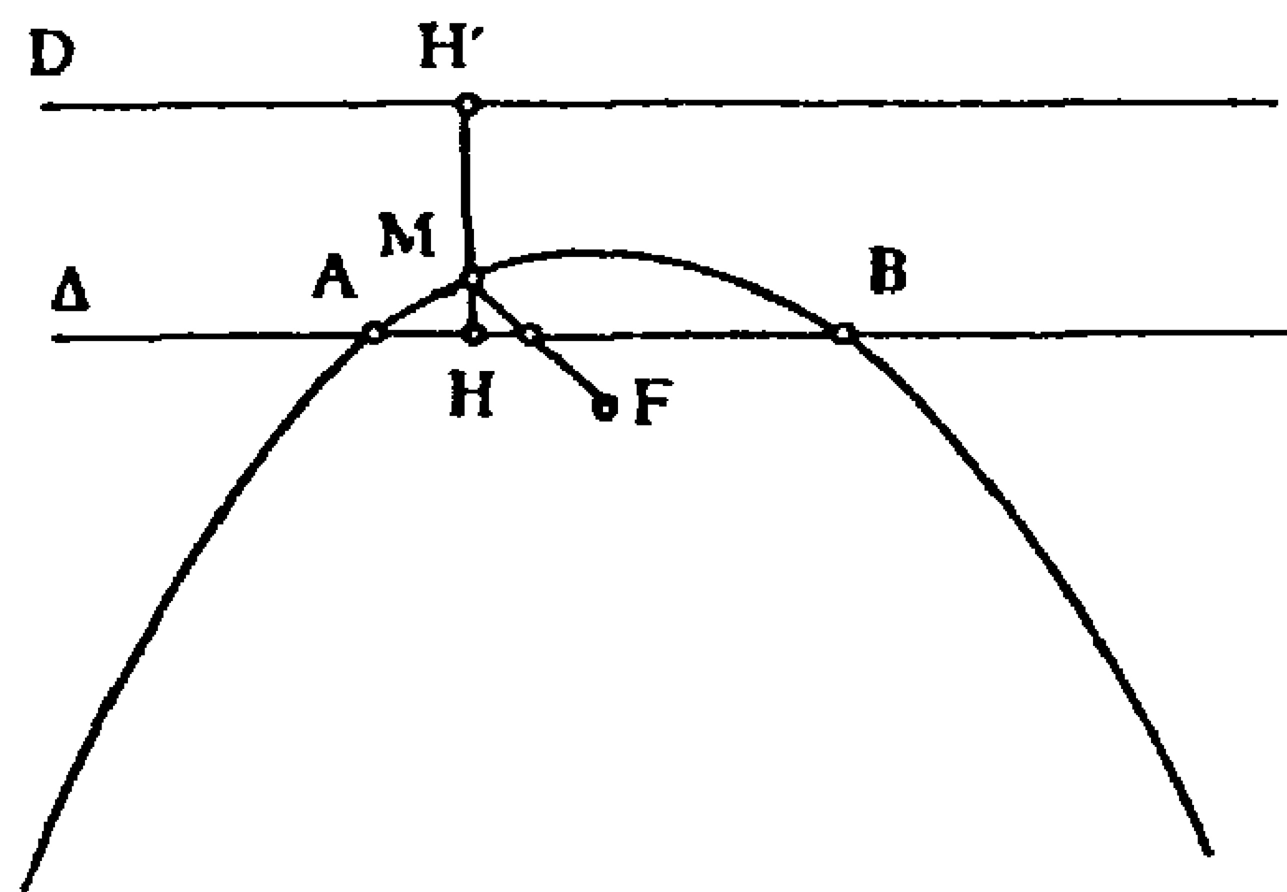
يتألف جهاز ابن سهل للرسم المتواصل للقطوع الثلاثة من قسم ثابت الشكل وقسم متبدّل يحافظ مع ذلك على طول ثابت. يتكون هذا الطول في الحالات الثلاث من شريط أو حزام يلتف حول دائرة متحركة تلعب دور البكرة، ومهمتها تجنب قطع الحزام وتسهيل حركة القسم المتحرك. فإذا زُوِّد مركز الدائرة بقلم، رسم هذا القلم قوس المنحني موضع الدراسة.

تدخل في حال كل من القطوع المخروطية الثلاثة التي سنعالجها تباعاً سمة خاصة بالبؤر:

١ ـ القطع المكافىء

لنأخذ مكافئاً بؤرته F، ومستقيماً Δ متعامداً مع المحور يخترق المكافىء في نقطتين A و B. لكل نقطة M من القوس AB ذات اسقاط H على Δ، نرى:

الشكل رقم (٣ ـ ١)



(١) $MF + MH = l$ و $AF = BF = l$؛

حيث l هي المسافة بين Δ والدليل D.

ونرى من جهة أخرى أن:

(٢) $MF = MH'$.

وكأسلافه، لا يسمي ابن سهل الدليل؛ غير أنه يفكر على أساس المعادلتين السابقتين وبالانتقال من واحدة إلى أخرى.

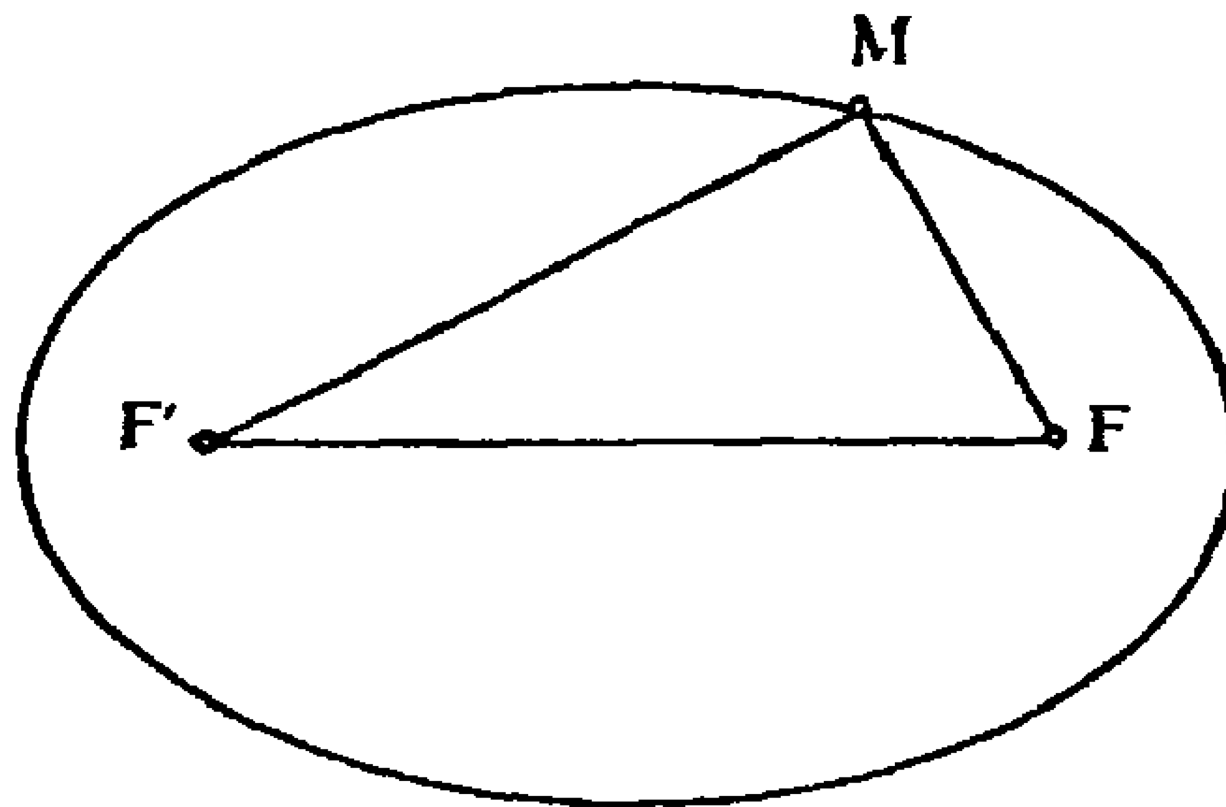
إذا نظرنا إلى الجهاز المصمم للرسم المتواصل للمكافىء، نلاحظ أنه يرتكز على المساواة الأولى. وهو لا يختلف إلا باستخدام البكرة عن الجهاز الذي يستعمل فيه كوس وحزام طوله l مربوط في F وفي رأسه زاوية الكوس القائمة H. إن قلماً مرتبطاً بالحزام M يرسم قوساً مكافئياً عند انزلاق الكوس على طول Δ: هكذا كان الجهاز الذي تصوره ابن سهل لرسم القطع المكافىء.

٢ ـ القطع الناقص أو الإهليلج

استعمل ابن سهل الخاصة المتعلقة بتعيين ملتقى النقاط M، التي يمثل مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين F و F′ مقداراً ثابتاً l، أي:

$$MF + MF' = l;$$

(الشكل رقم (٣ ـ ٢)



حيث F و F′ هما بؤرتا الإهليلج و l هو طول المحور الكبير. لا يختلف جهاز ابن سهل المقترح عن «طريقة البستاني» الشهيرة إلا باستعمال بكرات

ثلاث، اثنتان ثابتتان والثالثة متحركة.

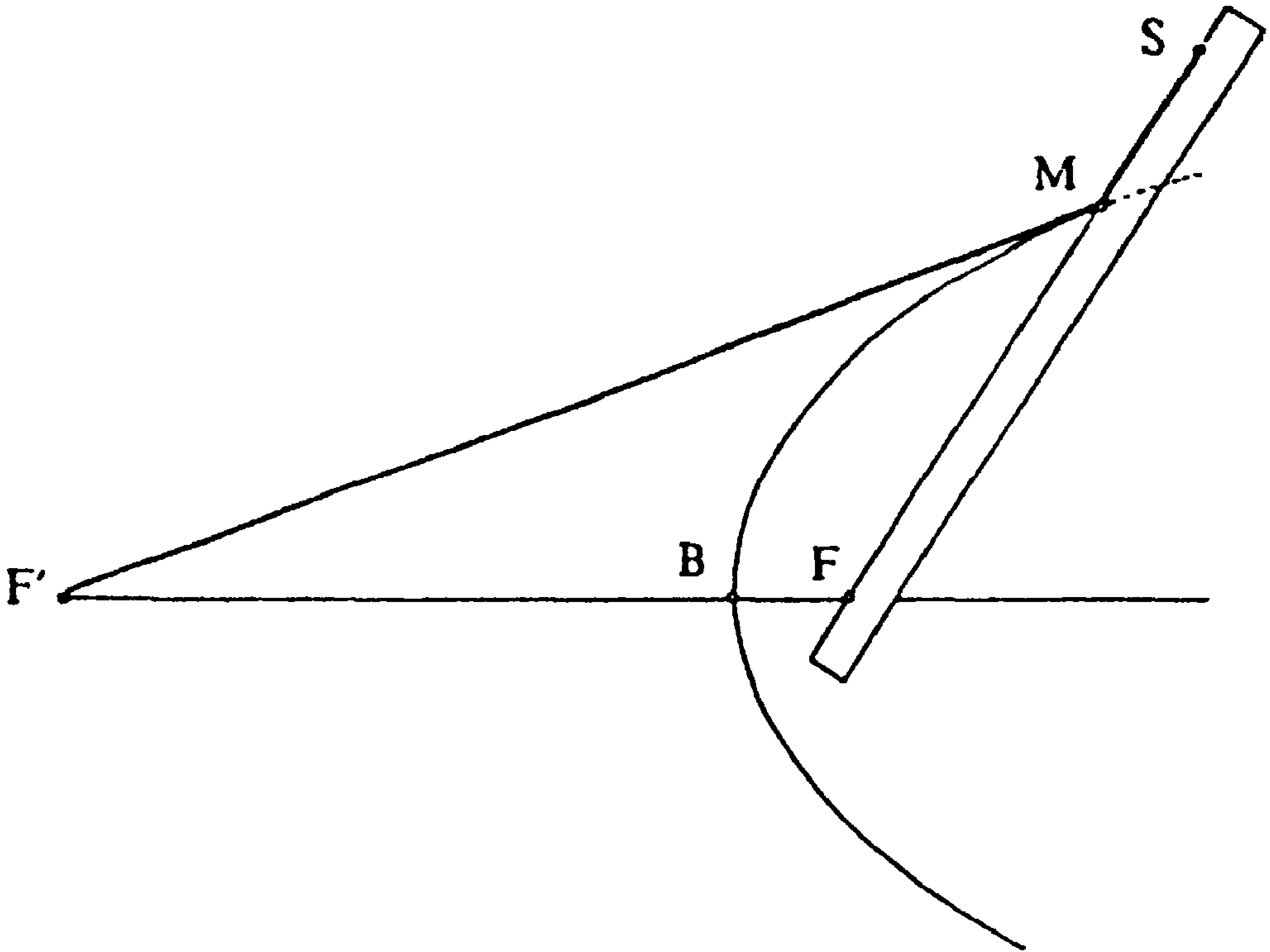
٣ ـ القطع الزائد

لنأخذ قطعاً زائداً ذا بؤرتين F و F′، طول محوره المعترض 2a. تتميز كل نقطة M من الفرع المحيط بالبؤرة F بالمعادلة التالية:

$$MF' - MF = 2a.$$

لتكن S نقطة على امتداد FM، معنا: $(SM + MF') - SF = 2a$.

الشكل رقم (٣ ـ ٣)



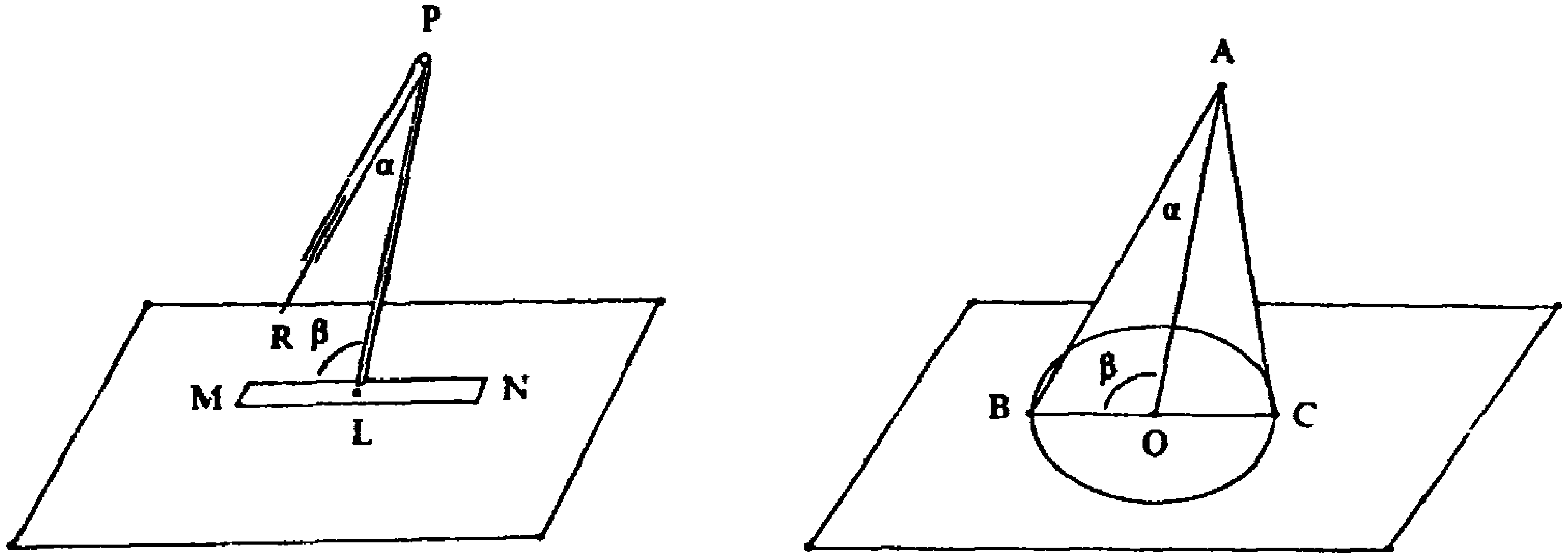
تسمح هاتان العلاقتان برسم متواصل لقوس زائدي بواسطة جهاز مؤلف من مسطرة تدور حول البؤرة F ومن حزام أحد طرفيه مثبّت في البؤرة F′، والطرف الآخر مثبّت في نقطة S على المسطرة. إذا كانت المسافة بين النقطتين F و S هي $FS = l$، نأخذ حزاماً طوله $l' = l + 2a$. نجعل الحزام مشدوداً بواسطة قلم

رصاص مرتكزاً في M على المسطرة، فيرسم رأس القلم القوس MB عند دوران المسطرة حول F.

لننتقل الآن إلى الجهاز الذي تصوَّره ابن سهل لرسم القطع الزائد، المستنبط بالتحديد من الفكرة التي أتينا على عرضها. إنه يستعمل بالفعل كرتين لهما الشعاع نفسه، مركز الأولى ثابت، ومركز الثانية متحرك، يرتكز عليهما شريط أو حزام، طوله ثابت.

ولم يكن بوسع ابن سهل تجاهل الأعمال المنجزة في عصره حول البركار التام، فقد ذكَّرنا بتعقيبه على **رسالة في الاسطرلاب** للقوهي الذي تناول البركار التام برسالة أخرى. تتألف آلة القوهي من ثلاثة أجزاء مفصلية الارتباط. الجزء الأول MN، والمعروف بقاعدة البركار، يقابل محور المخروط V. والجزء الثاني LP، والمسمى محور البركار، يقابل محور المخروط. أما الرأس RQP المسمى مسطاراً، فيستطيع الدوران حول المستقيم PL؛ ويسمح طوله المتغير بإبقاء رأس المسطار R بالبقاء على تماس مع المستوي II أثناء الدوران، وبذلك يرسم القطع المخروطي.

الشكل رقم (٣ ـ ٤)



يرسم البركار التام إذاً قطعاً مخروطياً، شريطة معرفتنا الضلع القائم، والقطر والزاوية ما بين هذا القطر والاتجاه المترافق. غير أن هذا الرسم يتطلب انشاءات أولية لتحديد زاويتي البركار التام α و β المتساويتين في حالة القطع المكافىء.

ويمكننا التكهن بأن ابن سهل طرح طريقته بغية تجنب هذه الانشاءات الأولية التي غالباً ما تكون معقدة وطويلة. ويبدو هذا التكهن معقولاً على الرغم من سكوت ابن سهل، كعادته، عن الكشف عن نواياه.

أما بصدد مستقبل طريقة ابن سهل لانشاء القطوع المخروطية، فتبدو لنا فرضية محتملة. فلقد نوّهنا بذكر خليفته ابن الهيثم، في مخطوطته عن المرآة المكافئية، لرسالة ألّفها هو في إنشاء القطوع المخروطية بـ«طريق الآلة» قائلاً: «أما كيف يستخرج القطع المكافىء وغيره من القطوع بطريق الآلة فقد ذكره جماعة من المهندسين وإن كانوا لم يستخرجوه على حقيقته، وقد بيّنا نحن في مقالة نذكر فيها استخراج جميع القطوع بطريق الآلة، كيف نستخرج أي قطع شئنا على حقيقته التي لا يمكن أن تخرج إلى إعادة أصح منها، كوجود لدائرة بالبركار»[٨]. موحياً بذلك أنه قد أسهم هو بالذات، بتحسين الطريقة. لكن المدهش حقاً أنه لم يدخل ابن سهل في طليعة «جماعة المهندسين» هذه.

ثانياً: القطوع المخروطية والقسمة التوافقية

تناولت أبحاث ابن سهل الهندسية أيضاً المخروطات بغضّ النظر عن تطبيقها، كما تشهد على ذلك مذكرته في **خواص القطوع المخروطية الثلاثة**. فهو يعالج، في هذه المذكرة، خصائص تتعلق جميعها بمفهوم القسمة التوافقية أو بمفهوم وسط المقطع الذي هو حالة خاصة منها.

وتتشابه هذه الخصائص التي درسها ابن سهل مع بعض تلك التي عالجها أبولونيوس، كالقضايا ٣٨ حتى ٤٠ من الكتاب الثالث من **المخروطات** مثلاً.

إن أهمية الخصائص التي درسها ابن سهل باتت اليوم واضحة للعيان. فمن دون أن يبتعد عن مدرسة أبولونيوس، وعوضاً من أن يميز القسمة التوافقية مثله بالمساواة بين نسبتين، يعتمد رياضيو القرن العاشر العلاقة المنسوبة إلى وسط أحد الزوجين المرافقين كأصل للإحداثيات. وهو يستعين في براهينه بالعلاقات الأساسية للقطوع المخروطية المعروضة في القضايا ١١ و١٢ و١٣ من الكتاب الأول من **المخروطات**. وهو يستعمل ما أثبته أبولونيوس من خصائص. ففي القطع المكافئ: التحتمماس المقرون بقطر يكون وسطه طرف هذا القطر ـ**المخروطات**، الكتاب

---

(٨) أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، «المرايا المحرقة بالقطوع،» في: ابو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **مجموع الرسائل** (حيدرآباد ـ الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧هـ/١٩٣٨ ـ ١٩٣٩م)، وانظر: H. J. Winter and W. Arafat, «Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror,» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal*, 3rd. ser.: Science, no. 15 (1949).

الأول، القضيتان ٣٣ و٣٥؛ وفي المخروطات المركزية: يكون طرفا التحتمماس المقرون بقطرهما متوافقين بالنسبة إلى طرفي هذا القطر ـ**المخروطات**، الكتاب الأول، القضيتان ٣٤ و٣٦. ويتزود ابن سهل بهذه المفاهيم ليشرع في دراسة خصائص المكافىء أولاً، ومن ثم المخروطات المركزية. نشير هنا إلى أن القسمة التوافقية تبقى قائمة بعد إسقاط أسطواني أو إسقاط مخروطي، أي بالإسقاطين اللذين درسهما ابن سهل. فمن المشروع التساؤل: هل إنه أدرك، ولو بالحدس، وجه المسألة هذا؟

بالنسبة إلى القطع المكافىء، برهن ابن سهل القضايا الأربع التالية:

القضية الأولى: لتكن D نقطة تقاطع المماسين في A و B لقطع مكافىء، عندها يقطع القطر الذي يمر في A المماس في B في نقطة G، بحيث تكون D في وسط BG (الشكل رقم (١) من النص الثالث، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

هذه القضية هي في الواقع نتيجة مباشرة للقضية ٣٥ من الكتاب الأول من **المخروطات**. وبالفعل إذا كان BE//DA يكون EG التحتمماس على القطر AG وتكون A في وسط EG؛ إذاً D هي في وسط BG.

القضية الثانية: في حال التقى خط موازٍ للمماس في B بالقطع المكافىء، وبالوتر AB، وبالقطر المنبثق من A، وبالقطر المنبثق من B على التوالي في النقاط I، K، H و J. يكون: $IJ^2 = JH \cdot JK$.

ليكن AM موازياً للمماس في B حيث M على BJ؛ وبالتالي $AM = HJ$ وفي هذه الحال:

$$\frac{AM^2}{HJ \cdot KJ} = \frac{AM}{HJ} \cdot \frac{AM}{KJ} = \frac{AM}{KJ} = \frac{BM}{BJ}.$$

وبما أن A و I موجودتان على المكافىء، نحصل على:

$$\frac{BM}{BJ} = \frac{AM^2}{IJ^2},$$

وبذلك تكون النتيجة.

سنلاحظ أن HJ يلاقي المكافىء مجدداً في C، وأن J هي وسط IC؛ واستناداً إلى المساواة $JI^2 = JC^2 = JH \cdot JK$، تكون القسمة (I, C, H, K) قسمة توافقية.

القضية الثالثة: إذا لاقى المستقيم السابق القطع المكافىء في C والمماس في A في النقطة L، عندها: $LK^2 = LC \cdot LI$.

J هي وسط IC؛ يكون معنا إذاً: $CL = 2IJ + LI$،

لذلك $CL . LI = 2LI . IJ + LI^2$،

(١) وكذلك: $CL . LI + IJ^2 = (LI + IJ)^2 = LJ^2$.

وعلى هذا النحو، انطلاقاً من القضية الأولى، تكون L في وسط KH؛ إذاً:

$$HJ = HK + KJ = 2LK + KJ$$

(٢) وكذلك: $HJ . JK + LK^2 = KJ^2 + LK^2 + 2LK . KJ = LJ^2$؛

لكن، بموجب القضية الثانية، نحصل على:

(٣) $HJ . JK = IJ^2$؛

من (١)، (٢)، (٣) نحصل على:

$$IJ^2 + LK^2 = CL . LI + IJ^2$$

وبالنتيجة: $CL . LI = LK^2$.

سنلاحظ أيضاً، باعتبار أن L هي وسط KH، أن هذه العلاقة تميّز كذلك القسمة التوافقية (I, C, H, K).

القضية الرابعة: مع الاحتفاظ بالرموز السابقة، يكون:

$$\frac{CL . LI}{AL^2} = \frac{BD^2}{AD^2}.$$

رأينا في القضية الثالثة أن: $CL . LI = LK^2$، ومن جهة أخرى:

$$\frac{KL}{AL} = \frac{BD}{AD}$$

ومن هنا تكون النتيجة المرجوة.

أما بالنسبة إلى المخروطات المركزية فيبرهن ابن سهل ما يلي:

القضية الخامسة: ليكن AC قطراً لقطع مخروطي مركزي، ولتكن B نقطة من هذا القطع؛ إن المماسين في A و B يتلاقيان في D. إذا كانت G هي ملتقى المستقيم CB مع المماس في A، عندها تكون D وسط AG. (الأشكال أرقام (٢ ـ أ)، (٢ ـ ب) و(٢ ـ ج) من النص الثالث، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن I ملتقى AC و BD، و H ملتقى AC و BH؛ BH//AD، فيكون معنا:

$\frac{HA}{HC} = \frac{JA}{IC}$ (القسمة التوافقية، **المخروطات** ١، ٣٦).

ومن جهة أخرى: $\frac{AD}{CE} = \frac{IA}{IC}$ و $\frac{GD}{EC} = \frac{GB}{BC} = \frac{HA}{HC}$،

وعليه يكون: $\frac{AD}{CE} = \frac{GD}{EC}$

ومنه النتيجة المرجوة.

القضية السادسة: إذا لاقى خط موازٍ للمستقيم AD على التوالي المستقيم BC، والمستقيم BD، والقطع المخروطي، والمستقيم AB، والقطر AC في النقاط: J, K, L, M, N، عندها: $JN . MN = LN^2$.

وبالفعل: $\frac{JN . NM}{AN . NC} = \frac{JN}{NC} . \frac{NM}{AN} = \frac{BH}{HC} . \frac{BH}{HA}$،

لأن: $\frac{JN}{NC} = \frac{BH}{HC}$ و $\frac{NM}{AN} = \frac{HB}{HA}$ (علاقات في المثلثات المتشابهة)؛

(١) لذلك: $\frac{JN. NM}{AN . NC} = \frac{BH^2}{HA . HC}$.

من جهة أخرى، B و L موجودتان على قطع مخروطي ذي قطر AC، إذاً:

(٢) $\frac{BH^2}{CH . HA} = \frac{LN^2}{CN . NA}$.

نستخلص من المعادلتين(١) و(٢): $LN^2 = JN . NM$.

نلاحظ أن N ستكون وسط LS، إذا ما قطع LN مجدداً القطع المخروطي في S؛ يكون إذاً $NL^2 = NS^2 = NJ . NM$،

تعبّر هذه العلاقة عن أن القسمة (S, L, M, J) هي قسمة توافقية.

القضية السابعة: إذا قطع LN مجدداً القطع المخروطي في S، عندئذٍ:

$$KS.KL = KM^2.$$

النقطة N هي وسط المقطع SL لأن AC يمثل قطراً، إذاً:

$$SK = 2LN + LK.$$

إذاً يكون لدينا:

$$KN^2 = (KL + LN)^2 = KL^2 + LN^2 + 2KL . LN \quad (١)$$

$$= LN^2 + KL(2LN + KL)$$

$$= LN^2 + SK . KL.$$

لقد رأينا في القضية الخامسة أن D هي وسط AG؛ إذاً K هي وسط MJ، و $JN = MN \pm 2MK$؛ نستنتج أن:

$$JN . NM + MK^2 = MN^2 \pm 2MN . MK + MK^2 \quad (٢)$$

$$= (MN \pm MK)^2 = NK^2.$$

من (١) و(٢) نحصل على:

$$LN^2 + SK . KL = JN . NM + MK^2;$$

لكن استناداً إلى القضية السادسة، فإن $JN . NM = LN^2$، وبالتالي:

$$SK . KL = KM^2.$$

بما أن K هي وسط JM، نلاحظ أن هذه العلاقة تميّز القسمة التوافقية السابقة (S, L, M, J).

القضية الثامنة: مع الاحتفاظ بالرموز السابقة نفسها يكون لدينا:

$$\frac{SK . KL}{KB^2} = \frac{DA^2}{DB^2}.$$

معنا بموجب القضية السابقة، $SK . KL = KM^2$.

ومن ناحية أخرى $\frac{KM}{KB} = \frac{DA}{DB}$ (مثلثان متشابهان)؛ ونحصل على النتيجة.

وهكذا نرى أن الخصائص التي درسها ابن سهل، سواء للقطع المكافىء أو للمخروطات المركزية، ترتبط جميعها بمفهوم القسمة التوافقية.

ثالثاً: تحليل المسائل الهندسية

في عداد أعمال ابن سهل الرياضية المفقودة اليوم، مخطوطة في تحليل المسائل الهندسية. وتوحي الآثار التي بقيت منها بنوع شائع في ذلك العصر وهو: **مصنف مسائل هندسية**. هذه المسائل، المطروحة من الرياضي نفسه، أو المطروحة عليه من

مراسل، تحل تباعاً في المصنف. إن أمثال ابراهيم بن سنان، وأبي الجود بن الليث، وابن عراق وغيرهم[٩] يشهدون بشغف رياضيي ذلك العصر بهذا النوع من التأليف.

نعرف إذاً أن ابن سهل قد ألّف مصنّفاً من هذا القبيل، ولكننا نجهل عدد المسائل التي عالجها فيه، إذ لم يصلنا إلا نصوص ثلاثة ضمن رسالة وجهها إليه معاصر له نجهل هويته؛ وبحسب تعابير هذه الرسالة، فالتركيب المعروض لكل من مسائله الثلاث هو التركيب التحليلي نفسه الذي كتبه ابن سهل في صباه، أي في حوالى الستينيات من القرن العاشر. وسنرجع لاحقاً إلى تاريخ تأليف هذا المصنف والهوية المحتملة لكاتب الرسالة هذه.

إذا أردنا استرجاع مسعى ابن سهل، وجب علينا إذاً اتباع المسعى الذي اتبعه المؤلف المجهول بالاتجاه العكسي. هذه العطفة الاضطرارية، هي الآن سبيلنا الوحيد إلى الإحاطة بأحد أبعاد نشاط ابن سهل الرياضي؛ وسيمكننا هذا من تقييم اسهامه، وهو من أوائل اسهامات الرياضيات العربية، في إثبات مقدمة أرخميدس بصدد إنشاء المسبَّع في الدائرة. وسنرى كيف عمل ابن سهل على برهنة المقدمة في ظروف أكثر شمولية من تلك التي فرضها معاصروه وأرخميدس من قبلهم.

وتتحدد مهمتنا في البدء بتفحص تركيب المؤلف المجهول، لنحاول لاحقاً استرجاع تحليل ابن سهل.

يبرهن مؤلف الرسالة عشر مقدمات قبل الشروع بتركيب المسائل التي حلّلها ابن سهل. من بين هذه المقدمات التي سنناقشها لاحقاً سنعرض الآن المقدمة الخامسة وهي أساسية في مسألة ابن سهل الأولى.

المقدمة الخامسة: لنأخذ مضلعاً رباعياً كاملاً ذا ستة رؤوس A, B, C, D, E, G، عندئذ (الشكل رقم (١) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AD}{DC} \cdot \frac{CG}{GE} \quad (١)$$

(٩) من هذا القبيل لدينا: أبو اسحق ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة الحراني، **المسائل المختارة** (الكويت: دار نشر سعيدان، ١٩٨٣)؛ ابو الجود بن الليث، **الهندسيات**؛ كتاب ذكره الشني في المخطوطة المذكورة في الفصل الرابع، ص ٩، الهامش رقم (٢)، وابو نصر منصور بن علي بن عراق، «الهندسيات،» في: ابو نصر منصور بن علي بن عراق، **رسائل ابي نصر بن عراق إلى البيروني** (حيدرآباد - الدكن: مطبعة جمعية دائرة المعارف، ١٩٤٨).

ليكن AH موازياً لـCE، يكون معنا:

$$\frac{AB}{BE} = \frac{AH}{EG} = \frac{AH}{CG} \cdot \frac{CG}{EG} = \frac{AD}{DC} \cdot \frac{CG}{GE}.$$

هذه النتيجة الأخيرة هي نتيجة مُبرهنة منلاؤس (Ménélaüs) مطبقة على المثلث AEC، الذي تقطع أضلاعه بالخط المعترض BGD.

معكوس المقدمة الخامسة: إذا كان يصح عن النقاط الثلاث G, D, B الموجودة على أضلع المثلث AEC المعادلة التالية:

$$\frac{\overline{BA}}{\overline{BE}} \cdot \frac{\overline{GE}}{\overline{GC}} \cdot \frac{\overline{DC}}{\overline{DA}} = 1,$$

تكون هذه النقاط G و D و B مستقيمة.

فور إدخال هذه المقدمات العشر، يعمد المؤلف إلى عرض مسائل ابن سهل الثلاث:

المسألة الأولى

إذا أخذنا دائرة وثلاث نقاط على خط مستقيم، فكيف يمكن حصر مثلث DEG في الدائرة بحيث يمر DE و DG و EG على التوالي بالنقاط: A و B وC؟

لنبدأ بتلخيص التركيب المعطى عن تحليل ابن سهل: لنفرض أن J هي مركز الدائرة و H و I هما نقطتا التماس لماسي هذه الدائرة الصادرين من النقطتين A وB (الشكلان رقما (٧ ـ أ) و(٧ ـ ب) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنفرض أن: $\frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{BC}{BI^2} = k.$

تواجهنا حالات ثلاث إذا ما كانت $1 \leqslant K$ أو $1 > K$.

الحالة الأولى: $K = 1$، أي: $\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AC}{BC}$.

لنرسم من النقطة J الخط JK المتعامد على المستقيم AB. فيلقى الدائرة في D و N. كما أن DA يقطع الدائرة في E والمستقيم DB يقطعها في G. لنرسم الموازي لِـAB من النقطة D؛ العمودي على AB في A يقطع هذا الموازي في M

والمستقيم NE في O. أما العمودي على AB في B فيقطع المستقيم DM في L والمستقيم GN في S. فيكون:

$$BI^2 = BG \,.\, BD = BS \,.\, BL$$ و $$AH^2 = AE \,.\, AD = AO \,.\, AM$$،

لذلك:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AM \,.\, AO}{BS \,.\, BL} = \frac{AO}{SB}$$ (لأن $AM = BL$).

نستطيع الكتابة في هذا الحال:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AO}{DN} \cdot \frac{DN}{SB};$$

لكن يكون معنا:

$$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{DN}$$ و $$\frac{DG}{GB} = \frac{DN}{SB}$$ (مثلثات متشابهة)،

ومنه:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{GB};$$

بموجب معكوس المقدمة الخامسة المطبّق على المثلث ABD، تكون النقاط C، G وE إذاً على خط مستقيم. وبذلك يكون المثلث DGE منحصراً في الدائرة حيث DE يمر في A، وDG في B، وGE في C. يعتبر المؤلف بعدها الحالة الخاصة التي يكون فيها DB عمودياً على AB ويقطع الدائرة في D وG - (انظر الشكل رقم (٧ - ج) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) - يبرهن بالطريقة السابقة نفسها أن DA يقطع الدائرة في E وأن المثلث DGE هو المطلوب في المسألة.

الحالتان الثانية والثالثة: $K > 1$ أو $K < 1$ (الأشكال أرقام (٧ - هـ)، (٧ - و)، (٧ - س) و (٧ - ح) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن النقاط الثلاث J، K وL بهذا الترتيب على مستقيم، بحيث يكون $\frac{JK}{JL} < 1$. لنضع، في حالة أولى، النقطة M على AB أبعد من A، بحيث تكون: $\frac{KL}{KJ} = \frac{AB}{AM}$؛ فنحصل على:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AM}{MA + AB} = \frac{JK}{JK + KL} = \frac{JK}{JL} < 1.$$

ثم نضع في الحالة الثانية، M على AB أبعد من B، بحيث تكون:

$$\frac{AB}{BM} = \frac{KL}{KJ};$$

فنحصل على:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AB+BM}{MB} = \frac{JL}{JK} > 1.$$

في هاتين الحالتين ننشيء من النقطة M المماس MD على الدائرة؛ عندها يقطع DA و DB الدائرة في E و G. لنبرهن أن EG تمر عبر C.

نرسم من A و B متوازيين على القطر DN؛ يقطعان المماس DM على التوالي في U و P. ويتقاطع المستقيمان NE و AU في S، كما يتقاطع NG و BP في O. معنا بالافتراض:

$\frac{AM}{MB} = \frac{AH^2}{AC} \cdot \frac{BC}{BI^2}$ ، ونتيجة لذلك: $\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AM}{BM} \cdot \frac{AC}{BC}$،

لكن، $AH^2 = AD . AE = AU . AS$ و $BI^2 = BG . BD = BO . BP$ (مثلثات متشابهة)،

لذلك: $$\frac{AU}{BP} \cdot \frac{AS}{BO} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC}.$$

وفي هذا الحال:

$\frac{AU}{BP} = \frac{AM}{MB}$ ، إذاً $\frac{AS}{BO} = \frac{AC}{BC}$؛

ولكن نبرهن أن: $\frac{AS}{BO} = \frac{AS}{DN} \cdot \frac{DN}{OB} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{GB}$ ؛ وبذلك يكون معنا: $\frac{AC}{BC} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{GD}{GB}$، نحصل على النتيجة بموجب معكوس المقدمة الخامسة المطبق على المثلث ABD.

ثم يعتبر المؤلف الحالة الخاصة حيث DB تمر عبر المركز (الشكلان رقما (٧ ـ ط) و(٧ ـ ي) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)؛ عندها تكون النقطتان G و N منطبقتين. يقطع الخط الموازي لـ DG والمنبثق من A المستقيم GE في S. وكالسابق، لدينا:

$AH^2 = AD . AE = AU . AS$ و $BI^2 = BG . BD$،

وكذلك: $$\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC},$$

حيث إن: $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{AC}{BC} = \frac{AU \cdot AS}{BG \cdot BD}$.

ولكن $\frac{AU}{BD} = \frac{MA}{MB}$ ،

لذلك:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{AS}{BG} = \frac{AS}{DG} \cdot \frac{DG}{BG} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{DG}{BG},$$

ونستخلص النتيجة كالسابق، بواسطة معكوس المقدمة الخامسة المطبق على المثلث DAB .

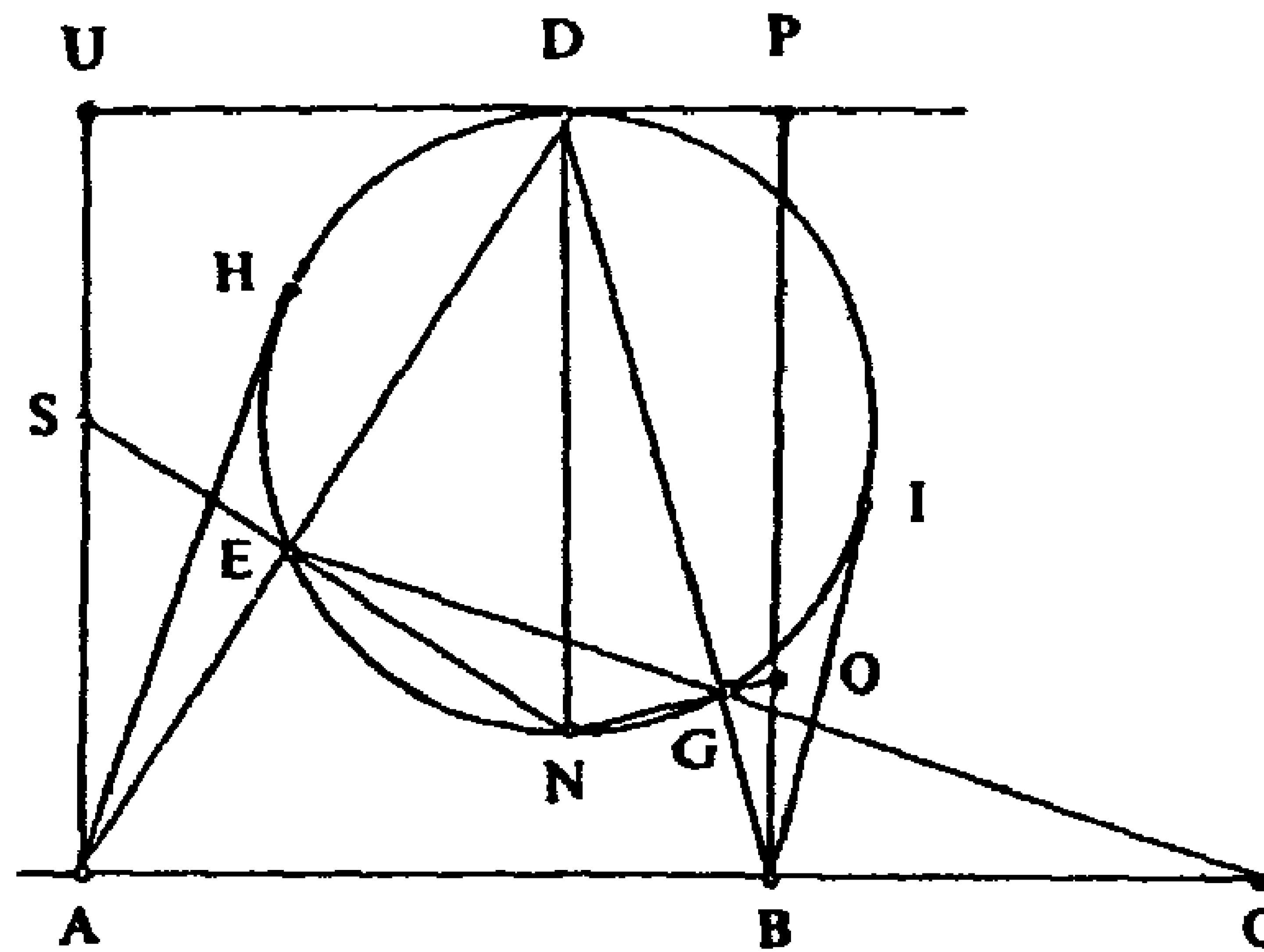
انطلاقاً من هذا التركيب، نستطيع استرجاع تحليل ابن سهل كالتالي: لنفرض أن المسألة محلولة؛ يعطي تطبيق مبرهنة منلاؤس على المثلّث DAB وعلى الخط المعترض CEG:

(١) $\frac{CA}{CB} \cdot \frac{GB}{GD} \cdot \frac{ED}{EA} = 1$.

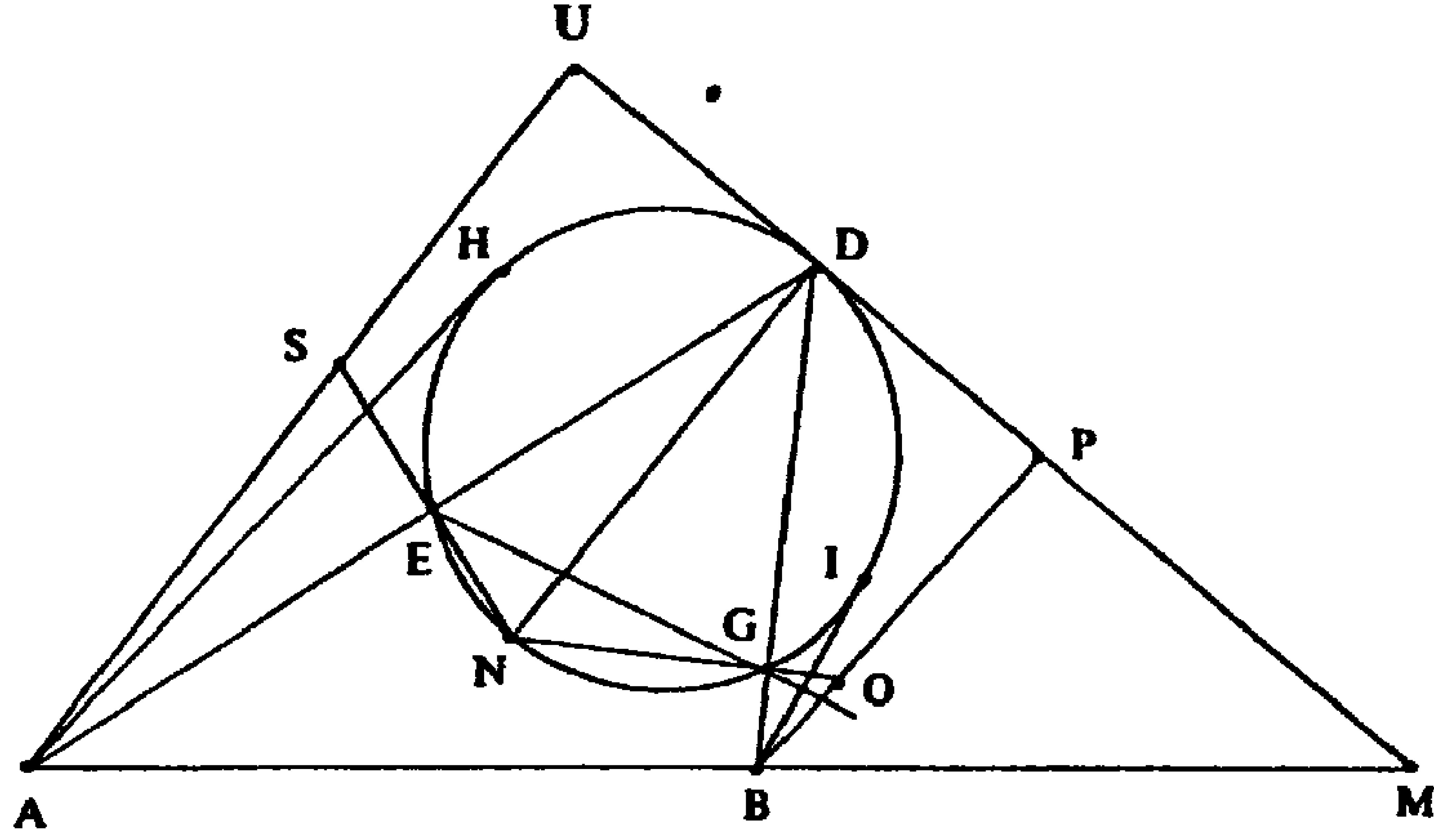
إن المماس للدائرة في النقطة D، وليكن Dx، يقطع AB في M أو يكون موازياً له. ليكن DN القطر المنبثق من D، و AU و BP عمودين على Dx؛ يتقاطع المستقيمان AU و NE في S وكذلك BP و NG في O. ليكن AH و BI مماسين على الدائرة. معنا:

$AH^2 = AE \cdot AD = AU \cdot AS$ و $BI^2 = BG \cdot BD = BO \cdot BP$.

الشكل رقم (٣ ـ ٥)



الشكل رقم (٣ ـ ٦)



لذلك:

$$\frac{AH^2}{BI^2} = \frac{AU}{BP} \cdot \frac{AS}{BO}$$

لكن

$\frac{AU}{BP} = \frac{MA}{MB}$ إذا تقاطع المستقيمان Dx و AB في M.

$1 = \frac{AU}{BP}$ إذا كان Dx و AB متوازيين.

لنفرض: $k = \frac{AU}{BP}$ ، فيكون لدينا:

$$\frac{AS}{BO} = \frac{AS}{DN} \cdot \frac{DN}{BO} = \frac{AE}{ED} \cdot \frac{GD}{GB}$$

لذلك: $\frac{AH^2}{BI^2} = k \cdot \frac{AE}{ED} \cdot \frac{GD}{GB}$.

وبموجب (١)، نحصل على:

$\frac{AH^2}{BI^2} = k . \frac{CA}{CB}$ ، أو $\frac{AH^2}{CA} \cdot \frac{CB}{BI^2} = k$

حيث $K = 1$ (الشكل رقم (٣ ـ ٥)) أو $K \neq 1$ (الشكل رقم (٣ ـ ٦)).

هكذا يُفترض أن ينبسط تحليل ابن سهل، الذي أعاد تأليفه المؤلف المجهول ليعطي التركيب. إن حذف ابن سهل التركيب يبدو لنا أمراً معتمداً، وهو احتمال لا يستبعده المؤلف المجهول.

المسألة الثانية

لدينا زاوية xAy ونقطة D على منصّفها. المطلوب إنشاء مستقيم يمر في D، ويقطع ضلعي الزاوية في B و C بحيث يكون المقطع BC مساوياً لمقطع معين EG (الشكل رقم (٨ ـ أ) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنرَ تحليل ابن سهل، كما صاغه المؤلف المجهول: نرسم على المقطع EG قوساً EGH كفوءاً للزاوية xAy، ونأخذ الدائرة الكاملة؛ ليكن HJ قطرها العمودي على EG في وسطه I. إن طول المقطعين AD و HI معروفان. وهناك ثلاث حالات ممكنة:

الحالة الأولى: AD = HI.

يكون المستقيم المطلوب إنشاؤه هو العمودي في D على AD، والمثلثان BAC و GHE متساويان، إذاً يكون BC = GE (الشكل رقم (٨ ـ ب) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

الحالة الثانية: AD > HI.

يبين برهان الخلف أن المسألة غير ممكنة الحل (الشكل رقم (٨ ـ ج) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

فلو كان BC = EG و AB = AC، لكان المثلثان BAC و EHG متساويين، لأن الزاويتين BAC و EHG متساويتان؛ فيكون AD = HI وهذا محال.

لتكن الآن S نقطة من القوس EH؛ تكون الزاويتان GSE و xAy متساويتين، وكذلك الزاويتان GSJ و JSE؛ معنا JH > JS؛ لكن JI > JL، إذاً IH > LS.

لو كان AB > AC و BC = EG، لوجدت نقطة S بحيث يكون المثلثان BCA و GES متساويين؛ إذاً AD = LS، وبالتالي AD < IH، وهذا محال.

الحالة الثالثة: $AD < HI$. المسألة ممكنة (الشكل رقم (٨ ـ د) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لبرهان هذه الحالة يستند المؤلف إلى المقدمة التالية: ليكن a مقطعاً معطياً، وH مساحة معطية، يُطلب إيجاد مقطع x بحيث يكون $(a + x)\, x = H$.

يسعى المؤلف للتوصل إلى مثل هذا الإنشاء، عن طريق التقاء قطع زائد قائم مع خط مستقيم (انظر المقدمة ٦ ومناقشتها).

أياً كان الوتر JLS (حيث S نقطة على القوس HE) يكون:

$$JL \,.\, JS = JI \,.\, JH,$$

وهو معروف. من ناحية أخرى، بفعل المقدمة السابقة (المقدمة ٦ من الملحق)، نعرف طريقة إيجاد نقطة K على امتداد AD بحيث يكون:

$$AK \,.\, KD = HJ \,.\, JI$$

أي:

$$(AD + KD) \,.\, KD = (HI + IJ) \,.\, IJ.$$

وباستعمال البرهان بالخلف نبيّن أن: $KD > IJ$ و $HJ > AK > IJ$.

لدينا أيضاً: $AK \,.\, KD = JI \,.\, JH = JE^2$، إذاً $AK > JE$.

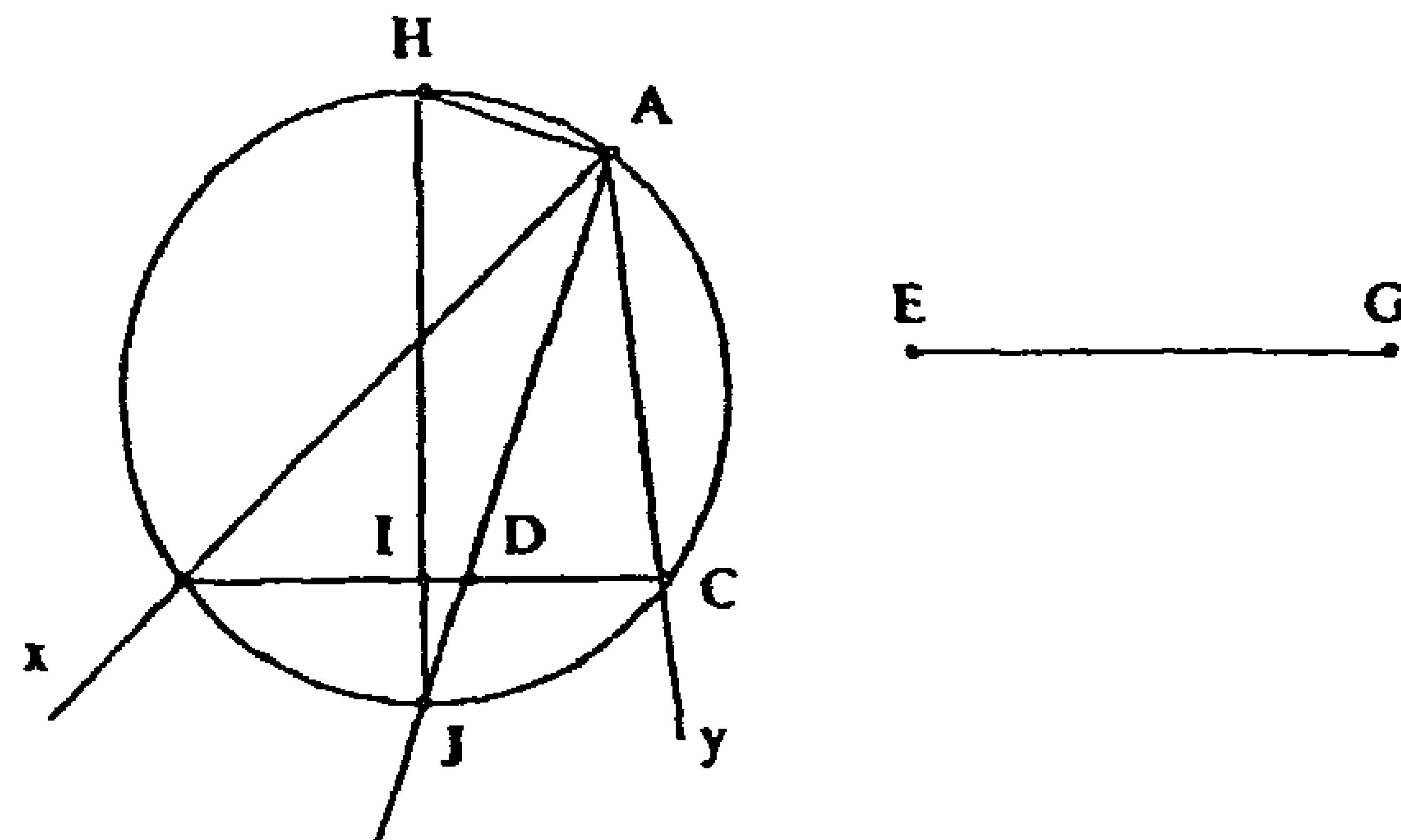
توجد إذاً نقطة S على القوس HE بحيث يكون $JS = AK$. ويتقاطع JS وGE في L؛ لدينا $JL = KD$ و $LS = AD$.

ننشىء على AK مثلثاً AKN قائم الزاوية في A، بحيث تكون الزاوية AKN مساوية للزاوية HJS؛ هذا المثلث يساوي المثلث HSJ؛ فيكون $KN = JH$.

ليكن المستقيم DM عمودياً على KN؛ المثلثان KDM و JIL متساويان، وعليه $DM = IL$. المستقيم DM يقطع Ax في B و Ay في C، والمثلث ADC مساوٍ للمثلث SLE؛ نستخلص من هذا أن المثلث ABC مساوٍ للمثلث SGE؛ إذاً $BC = GE$.

باستطاعتنا الآن استكشاف تحليل ابن سهل لهذه المسألة الثانية. لتكن معطياتنا: الزاوية xAy، والنقطة D على منصفها والطول EG؛ لنفترض المسألة محلولة. وليكن المستقيم BDC المطلوب، فيكون $BC = EG$.

الشكل رقم (٣ ـ ٧)



لنرسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. تقطع هذه الدائرة المنصف AD في النقطة J، وسط القوس BC. القطر JH عمودي على BC في وسطه I. المثلثان JID و JAH قائمان ولهما الزاوية J مشتركة؛ فهما إذاً متشابهان، وبذلك يكون معنا:

$$JI . JH = JD . JA$$

لكن: $JI \leqslant JD$، وبالتالي: $JH \geqslant JA$.

غير أن: $JH = JI + IH$ و $JA = JD + DA$؛

يكون معنا إذاً: $IH \geqslant DA$.

علينا إذاً عند التركيب معالجة حالتين تكون المسألة فيهما ممكنة، وحالة ثالثة ـ $IH < AD$ ـ تكون المسألة فيها مستحيلة؛ وهذا تماماً ما فعله معلق ابن سهل.

المسألة الثالثة

وهي، على الصعيدين التاريخي والرياضي المسألة الأهم التي حلّلها ابن سهل ورواها مؤلف الرسالة، إنها مسألة أرخميدس المشهورة، مطروحة بشروط أكثر شمولية. فلقد تلقف مسألة أرخميدس رهط من رياضيي ذلك العصر كان كل واحد منهم يرمي إلى إظهار جدارته وبراعته[١٠]. وبخصوص هذه المسألة بالضبط يأخذ

(١٠) لنر كيف قدّم ابن الهيثم هذه المسألة لاحقاً: «إن أحد الاشكال الهندسية التي يتحدى بها المهندسون، ويفتخر بها المبرزون، ويظهر بها قوة من وصل اليها: هو عمل المسبع المتساوي الاضلاع في الدائرة». انظر: Rushdi Rashid, «La Construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham,» *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 3, no. 2 (1979), pp. 340-341.

مؤلف الرسالة على ابن سهل وقوعه في خطأ مفترض أن نعود إليه لاحقاً.

في هذه المسألة أيضاً نبدأ بتركيب المؤلف المجهول انطلاقاً من تحليل ابن سهل لنسترجع لاحقاً هذا التحليل. هوذا أولاً نص المسألة: ليكن متوازي الأضلاع ABDC وخط زاويته BC؛ أرسم مستقيماً ماراً بالنقطة D وقاطعاً BC في G، و AC في E، وامتداد AB في L. بحيث يكون:

$$\frac{\text{aire CGE}}{\text{aire EAL}} = k$$ ، نسبة معطية.

نعرف الزاويتين $GCE = Z$ و $EAL = O'$؛ نبرهن بواسطة المقدمة ٩ من الملحق، أن النسبتين

$$\frac{\text{aire CGE}}{CG \cdot CE} \quad \text{و} \quad \frac{\text{aire EAL}}{AE \cdot AL}$$

معلومتان، وبالتالي، فإن النسبة:

$$\frac{CG \cdot CE}{AE \cdot AL} \qquad (١)$$

معلومة أيضاً. يرمز المؤلف إلى هذه النسبة بـ $\frac{R}{X}$. المسألة هي إذاً إيجاد المستقيم DGEL كي تكون النسبة (١) مساوية لِـ $\frac{R}{X}$ ، حيث R و X مقطعان معطيان.

الحالة الأولى: $\measuredangle ABC \geqslant \frac{\pi}{2}$ (الشكل رقم (٩) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لتكن J و H بالتوالي على DC و AB، بحيث يكون AJ//BC//DH.

لدينا إذاً: $CJ = AB = CD = BH$. ولنأخذ القطع المكافىء P المار في J، ذا الضلع القائم Q، حيث إن:

$$\left[\frac{Q}{CD} = \frac{X}{W}, \, W = 2R\right],$$

المماس لِـ DC في J وذا القطر المترافق AJ. [ففي حال $\measuredangle ABC = \frac{\pi}{2}$، تكون J رأسه و AJ محوره الرئيسي]. ولنعتبر أيضاً القطع الزائد H المار في A وذا خطي التقارب DJ و DH. يتقاطع هذان القطعان بالضرورة في نقطتين إحداهما M الواقعة على الشريط المحدد بالمستقيمين AB و CD. نرسم من M الموازي

للمستقيم BC الذي يقطع AB في L وCD في K. ويكون DL هو المستقيم المطلوب.

إذاً لتكن U، E و G نقاط التقائه مع BC، CA و JA؛ يكون معنا إذاً:

$MK . KD = AJ . JD = KL . JD$، لأن $M \in H$،

لذلك: $\frac{MK}{KL} = \frac{DJ}{DK}$.

لكن، ومن جهة أخرى، $KL // JU$؛ معنا: $\frac{DJ}{DK} = \frac{JU}{KL}$.

نستنتج منها: $MK = JU$ وبالتالي: $MU // AL$ و $MU = AL$.

زد على ذلك أن $M \in P$ ولذا: $MU^2 = Q . JU$؛

معنا إذاً: $\frac{Q}{CD} = \frac{Q . JU}{CD . JU} = \frac{MU^2}{CD . JU} = \frac{AL^2}{CD . JU} = \frac{X}{W}$.

لكن $\frac{W}{R} = 2 = \frac{JD}{CD} = \frac{JU}{CG}$؛ وبذلك $\frac{W}{R}$. $JU = CG$، وبالتالي:

(١) $$\frac{CD . CG}{AL^2} = \frac{R}{X}.$$

غير أن

$\frac{CE}{EA} = \frac{CD}{AL}$ وعليه فكتابة المعادلة (١) تعاد على الوجه التالي:

$$\frac{CE . CG}{EA . AL} = \frac{R}{X},$$

والمستقيم DL يجيب عن المسألة.

الحالة الثانية: $\frac{\pi}{2} > \measuredangle ABC$ (الشكل رقم (١٠) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

ليكن Q محدداً كما في الحالة السابقة، ولنأخذ نصف دائرة قطرها I'U'، والوتر I'O بحيث $\measuredangle U'I'O = \measuredangle ABC$. يحدد المقطعان N وJI العمودي على JA على التوالي بـ:

$$\frac{Q}{N} = \frac{U'I'^2}{U'O^2} \quad \text{و} \quad \frac{JI}{N} = \frac{I'O}{U'O}.$$

لتكن T وسط JI و S محددة بالشرطين الآتيين: TS//AJ و $\frac{JT}{TS} = \frac{N}{JT}$.

يمر القطع المكافىء P_1 ذو الرأس S، والمحور TS، والضلع القائم N، على النقطتين I و J، لأن $JT^2 = TI^2 = N . TS$؛ والقطع الزائد H، المار في A ذو خطّي التقارب DJ و DH، يقطع بالضرورة P_1 في نقطتين أحدهما في الزاوية AJK؛ فلتكن M هذه النقطة. والخط الموازي لِـBC والمار على M يقطع AB في L و CD في K. فالمستقيم DL الذي يقطع BC في G، و AC في E، و AJ في U هو المستقيم المطلوب.

نبرهن، كما في الحالة السابقة، بأن $ML = AU$ و MU//AL. نُسقط من M العمودي MF على ST؛ يتقاطع MF و AJ في V. لنأخذ النقطة P بحيث تكون F في وسط المقطع VP. معنا: $N . SF = MF^2$ لأن $M \in P_1$؛

من جهة أخرى:

$MF = MP + PF$، لذلك $MF^2 = MP^2 + PF^2 + 2MP . PF$؛

لكن: $PF^2 = TI^2 = N . TS$؛

معنا إذاً:

$$N . TF = N . JV = 2MP . PF + MP^2 = MP . MV \quad (١)$$

لنذكر أن $\frac{JI}{N} = \frac{I'O}{U'O}$ ؛ غير أن $JI = PV$ و $\frac{I'O}{U'O} = \frac{UV}{MV}$ (في المثلثين المتشابهين U'I'O و MUV)؛ لدينا إذاً $\frac{PV}{N} = \frac{UV}{MV}$ ، لذلك:

$$N . UV = PV . MV \quad (٢)$$

ينتج من (١) و(٢) أن

$$N . JU = MV^2 \quad (٣)$$

من جهة أخرى $\frac{Q}{N} = \frac{U'I'^2}{U'O^2}$ و $\frac{U'I'}{U'O} = \frac{UM}{MV}$ (تشابه مثلثات)

لذلك

$$\frac{Q . JU}{N . JU} = \frac{UM^2}{MV^2} \quad (٤)$$

نستنتج من المعادلتين (٣) و(٤) أن $Q . JU = UM^2$.

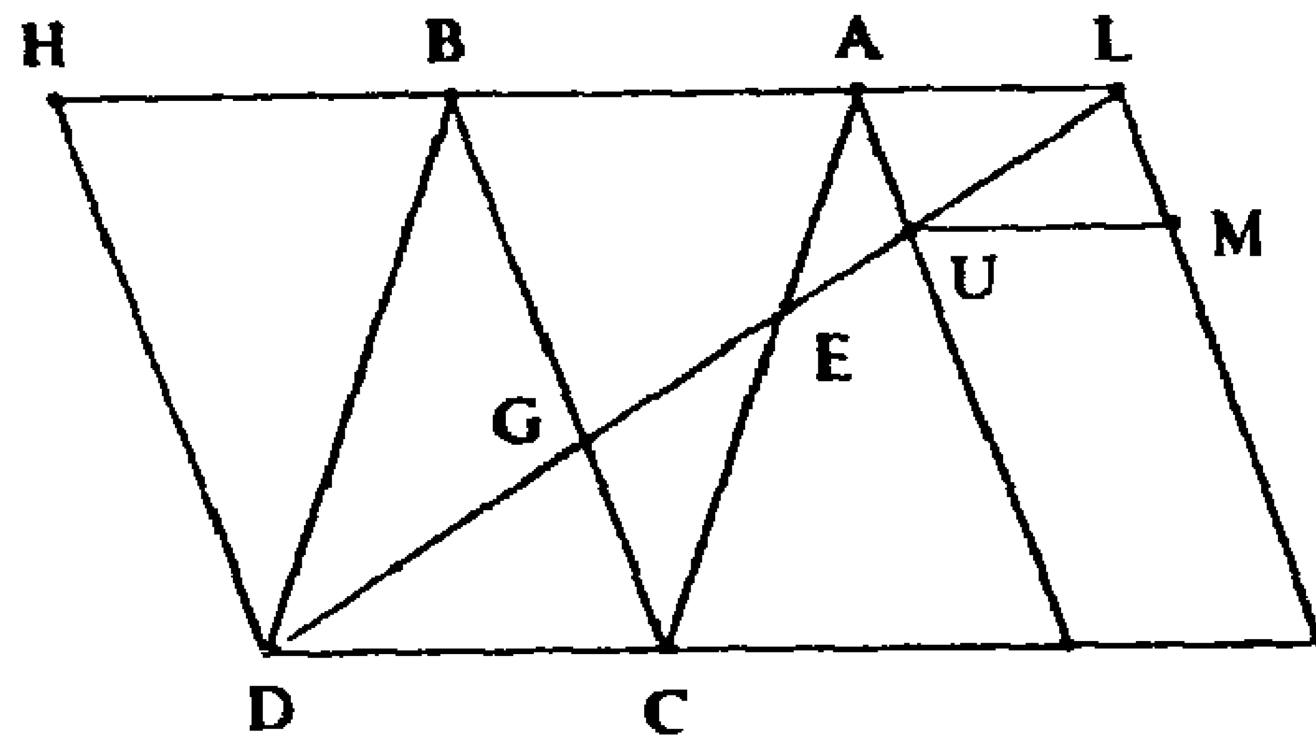
وهي علاقة تعيدنا إلى الحالة السابقة؛ وهكذا يكتمل البرهان.

إن تفحّص التركيب الذي أعطاه المؤلف المجهول الاسم، وكذلك مجاهرته بخطأ يزعم ان ابن سهل وقع فيه، يضعنا في مواجهة صعوبتين، ويعلمنا في الوقت نفسه بحقيقة نوايا هذا الأخير. أما الصعوبة الأولى، وقد أحس بها المؤلف نوعاً ما، فتكمن في تقسيم التركيب إلى حالتين. ويبدو هذا التقسيم بالفعل غير ضروري: فلقد برهن في الحالة الثانية أنه إذا كانت M على القطع الزائد H وعلى القطع المكافىء P_1، يصح على M أن تحقق: $MU^2 = Q . JU$.

وبذلك فهي موجودة أيضاً على القطع المكافىء P ذي الضلع القائم Q وذي المنحيين المترافقين JA وAB، أي القطع المستعمل في الحالة الأولى. فالاستدلال المتبع في الحالة الأولى، صحيح في حالات الأشكال الثلاث، ولا ضرورة إذاً لفصل هذه الحالات، وهو ما يجب تأكيده بالتحليل.

أما الصعوبة الثانية فلها علاقة بالنقد الموجه إلى ابن سهل. يضع المؤلف، في مقدمة الرسالة، لنفسه هدفاً هو حل الحالة التي استبعدها ابن سهل لاعتقاده باستحالتها. فيكتب في بداية المسألة بأنه سيعطي تركيب تحليل ابن سهل، ويُتبع بالتركيب استشهاداً بفقرة غامضة، أو على الأقل سيئة التحرير، ينسبها إلى ابن سهل، وفيها تأكيد على أن تحديد نسبة المثلثين DGC وLAE بالتحليل غير ممكنة. وتبدو هذه المزاعم غير متوافقة إذا أُخذت على معناها الظاهري؛ فيستلزم إدراك فحواها إعادة تكوين تحليل ابن سهل.

الشكل رقم (٣ ـ ٨)



لنفترض أننا وجدنا المستقيم DGEL بحيث يكون:

(٥) $\frac{CG \cdot CE}{AE \cdot AL} = \frac{R}{X}$.

وبما أن AL و CD متوازيان، يكون معنا: $\frac{CD}{AL} = \frac{CE}{EA}$، وتصبح المعادلة (٥):

$$\frac{CG \cdot CD}{AL^2} = \frac{R}{X}.$$

لنرسم AJ//BC و LK//BC حيث J و K تقعان على CD؛ يتقاطع AJ و DL في U ويكون معنا:

$$\frac{JU}{CG} = \frac{JD}{CD};$$

لكن: $CJ = AB = CD$، إذاً $JD = 2CD$ و $JU = 2CG$.

إن الخط الموازي لِـ AB والمخرج من U يقطع المستقيم LK على M، ونحصل على $MU = AL$ و $UJ = MK$. فنكتب إذاً:

$$\frac{R}{X} = \frac{CG \cdot CD}{AL^2} = \frac{JU \cdot CD}{2\, MU^2},$$

لذلك: $CD \cdot JU \ \frac{X}{2R} = MU^2$.

وإذا وضعنا $W = 2R$ و $Q = CD$. $\frac{X}{W}$،

يكون معنا: $MU^2 = Q.JU$.

إذاً M موجودة على القطع المكافىء ذي القطر JA، والضلع القائم Q والذي يكون له JK مماساً في النقطة J. ومن جهة أخرى، بما أن AL و DJ متوازيان، يكون:

$$\frac{AL}{DJ} = \frac{AU}{UJ} = \frac{LM}{MK};$$

ونستنتج من ذلك:

$$\frac{AL + DJ}{DJ} = \frac{LM + MK}{MK};$$

لكن: $AL + DJ = KJ + JD = KD$ و $LM + MK = LK = AJ$؛

معنا إذاً: $MK \cdot KD = AJ \cdot DJ$.

وعليه فإن النقطة M تنتمي إلى القطع الزائد ذي الخطين المتقاربين DK و DH، والذي يمر بالنقطة A، حيث يكون DH موازياً لـ CB.

وهكذا لا يتطلب الاستدلال أي افتراض على الزاوية ABC؛ ومن غير الضروري ما يظهر في التركيب من قسمة إلى حالتين، فلا تبدو أنها ترجع إلى تحليل ابن سهل.

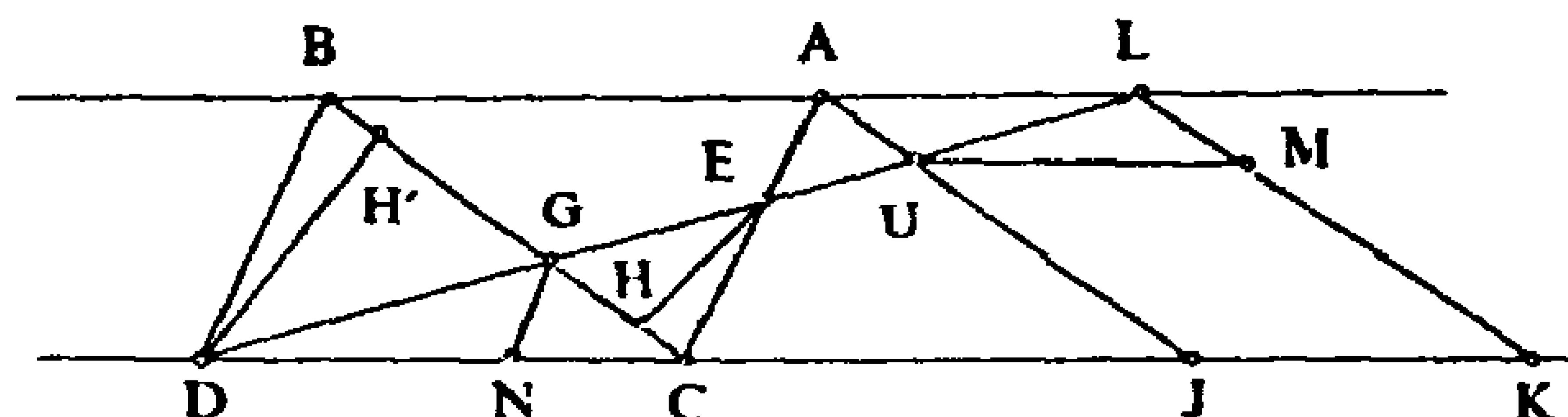
لكن هذا الفرق بين تحليل ابن سهل وتركيب المؤلف المجهول لا يستنفد صعوبات النص. والمؤلف المجهول يتابع ذاكراً فقرة لابن سهل تكتسي أهمية بالغة في تأريخ مسألة المسبّع في الدائرة في القرن العاشر. وتبدو فيها أقوال ابن سهل كما نُقلت نوعاً من الارتباك يظهر في أسلوب متشدّق وملتوٍ إلى درجة حثّت أحد رياضيي ذلك القرن وهو الشني لنعتها بِ**كلام يطول ويهول**. كتب ابن سهل بالفعل في بداية هذه الفقرة: «فأما كيف اطراد المعرفة الرياضية بإعطاء نسبة ما بين مثلثي د ج ز و ل ا هـ فلا سبيل لاتجاه العقول إلى بلوغ استخراجه بتحليل ولا اكتساب مقدمة ولو وجدنا مساغاً يوصلنا إلى نيله لزمنا بسببه إلى علم ما شذّ حتى تبع. لكنه ما بقي المستهزىء إلا وقلّل ببراعة النظر في التعاليم سعي متظاهر هو فيما يهدي إلى استفادته بإطناب وعنّ ظاهر عما يؤدي إلى الإلحاح فيه، فلنمسك عن تعدي هذه الغاية».

وتكفي إعادة ترميم النص لفهم غرض ابن سهل وتصبح أقواله واضحة تماماً.

فمشروع ابن سهل واضح: برهان مسألة أرخميدس في الحالة العامة، أي لمتوازي الأضلاع حيث نسبة مساحتي المثلثين تختلف عن الوحدة. بينما الإنشاء الذي يقدمه يفضي إلى حل في حالة مقابلة مساحتي المثلثين CGE وAEL، في حين تعتبر مسألة أرخميدس المثلثين CGD وAEL. ولا تتطابق هاتان المسألتان، إذ لو أشرنا بِـH وH′ على التوالي إلى إسقاطي E وD على BC، تكون نسبة مساحتي المثلثين CGE وDGC مساوية لِـ:

$$\frac{EC}{AC} = \frac{EC}{DB} = \frac{EH}{DH'}$$ (المثلثان المتشابهان EHC و DH′B).

الشكل رقم (٣ ـ ٩)



من جهة أخرى:

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AL}{DC},$$

إذاً:

$$\frac{AC}{EC} = \frac{DC + AL}{DC} = \frac{BL}{DC}.$$

إذاً تكون النسبة مساوية لِ $\frac{1}{\lambda + 1} = \frac{DC}{BL}$ ، حيث فرضنا $\lambda = \frac{AL}{DC}$ ؛ ونلاحظ أنها تعتمد على λ.

لنكتب بِـλ المعادلة الناجمة عن مساواة نسبة مساحة المثلثين CGE و AEL، معطية K (إنشاء ابن سهل). هاتان المساحتان هما:

$\frac{1}{2}$ CE . CG sin z و $\frac{1}{2}$ AE . AL sin O′.

غير أن $AE = \lambda . EC$ و $AL = \lambda . DC$؛ تكون النسبة إذاً:

$$\frac{CG \sin z}{\lambda^2 DC \sin O'} = k.$$

لنُخرج من G الموازي GN لـ DB، فيلاقي DC في N؛ معنا:

$\frac{GC}{BC} = \frac{NC}{DC}$ ، لذلك $GC = \frac{BC . NC}{DC} = NC \frac{\sin O'}{\sin z}$ (المثلث BDC).

تكتب المعادلة إذاً:

$$\frac{NC}{\lambda^2 DC} = k.$$

نحسب بعدها NC بواسطة معادلتي المستقيمين BC و DL في محوري الأحداثيات DC و DB. تكتب هاتان المعادلتان على التوالي:

$\frac{x}{DC} + \frac{y}{AC} = 1$ و $\frac{y}{AC} = \frac{x}{DC} \cdot \frac{1}{1 + \lambda}$.

فاصلة G هي DN تكون إذاً: $x = DC \cdot \frac{1 + \lambda}{2 + \lambda}$،

وكذلك: $NC = DC - DN = \frac{DC}{2 + \lambda}$؛

وأخيراً معادلة مسألة ابن سهل هي:

(١) $\lambda^2 (\lambda + 2) = \frac{1}{K}$،

بينما معادلة مسألة أرخميدس (المعمّمة) هي:

(٢) $\lambda^2 (\lambda + 2) = \frac{1}{m} (\lambda + 1)$،

حيث: $m = \frac{tr . DGC}{tr . EAL}$ ، لأننا قد رأينا بأن $\frac{k}{m} = \frac{1}{\lambda + 1}$.

يعطي استئصال λ بين المعادلتين (١) و(٢)، العلاقة بين k و m.

لدينا: $m + k = k(\lambda + 2), m - k = k\lambda$،

لذلك:

(٣) $(m - k)^2 (m + k) = k^3\lambda^2 (\lambda + 2) = k^2$.

هذه العلاقة وهي من الدرجة الثالثة في k وفي m، من المحتمل جداً أن ابن سهل لم يستطع إثبات معادلها الهندسي لعظيم صعوبته، فبات مفهوماً استنتاجه أن **لا سبيل لاتجاه العقول إلى بلوغ استخراجه بتحليل ولا اكتساب مقدمة**.

صحيح أن انشاءه، وهو يعرف ذلك جيداً، لا يحل مسألة أرخميدس. فللانتقال إلى هذه المسألة كان عليه معرفة العلاقة (٣) وحلّها بالنسبة إلى k حيث m معلومة. ويبدو أن المؤلف المجهول الاسم لم يدرك الصعوبة الحقيقية التي واجهها ابن سهل، بل ومن الجلي أن مسألة أرخميدس قد التبست عليه بالمسألة التي يعالجها ابن سهل. وفضلاً عن ذلك، كتب في مخطوطته «المثلث CGD» بدلاً من «المثلث CGE» مما يظهر لنا هشاشة نقده لابن سهل في هذا المجال.

يبقى علينا أن نتساءل عن الدافع الذي حثّ ابن سهل على تناول مساحتي المثلثين CGE و AEL. من المعقول جداً أن يكون ابن سهل تصور عطفة هندسية، معادلة للعطفة الجبرية التالية: فتش عن حل للمعادلة (٣) لقيمة $m = 1$، وعندها

جِد k؛ ضع k بقيمتها في (١) واحصل على λ، وبذلك تحصل على حل للمعادلة (٢). فمن الممكن أن يكون ابن سهل قد فكر بهذه الطريقة معتقداً أن حل (١) سيكون أسهل من حل (٢) ـ لأنه في حال $k = 1$، فإن حل (١) يعطيه الرقم الذهبي ـ $[\lambda = (\sqrt{5} - 1)/2]$ ـ فيستخدم عندها (١) كمقدمة. كما استطاع لاحقاً اكتشاف، أنه في حال $k \neq 1$ نحصل دائماً على معادلة مكعبة صعوبة حلها تعادل صعوبة معادلة أرخميدس، وهو ما يعني أن المرور بالمثلث GEC لا يثمر عن مقدمة تسمح بحل مسألة أرخميدس. لم يقترف إذاً ابن سهل خطأً بل زجّ نفسه في طريق وعر لاعتقاده بأن حلّ معادلة مكعبة على مرحلتين أسهل، وهذا غير ممكن.

بعدها، يعود مؤلف الرسالة إلى حل مسألة أرخميدس من قبل معاصر لابن سهل ألا وهو القوهي.

وعلى غرار ابن الهيثم من بعده[١١]، برهن القوهي مقدمة أرخميدس في حال متوازٍ للأضلاع ونسبة مساوية لواحد، مستخدماً تقاطع قطع مكافىء مع قطع زائد؛ والقطع المكافىء المستعمل هو نفسه في كلتا الدراستين، في حين يختلف القطعان الزائدان. يتناول المؤلف مسعى القوهي على الوجه التالي:

ليكن مقطع CD ولنرسم DC عمودياً على DE ومساوٍ له؛ القطع المكافىء ذو الرأس C، والضلع القائم DE والمحور CD يمر في E لأن $ED^2 = DE.DC$. ليكن H القطع الزائد ذا الرأس D، والمحور ED والذي ضلعه القائم يساوي ED، وهو قطع زائد قائم؛ H يقطع P في أربع نقاط. نختار على فرع القطع الزائد الذي رأسه D نقطة G يكون إسقاطها في B على امتداد CD؛ وليكن إسقاط G على ED هو I. ونمد DC بطول $CA = BG = DI$ (الشكل رقم (١١) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). فتكون $AD = EI$، وإذا كانت:

$$G \in P, GB^2 = CB \, . \, DE = CB \, . \, CD = AC^2$$

$$G \in H, GI^2 = EI \, . \, ID = AD \, . \, AC$$

وبذلك تحقّق القسمة A، C، D و B:

(١)

$$CA^2 = CB \, . \, CD$$

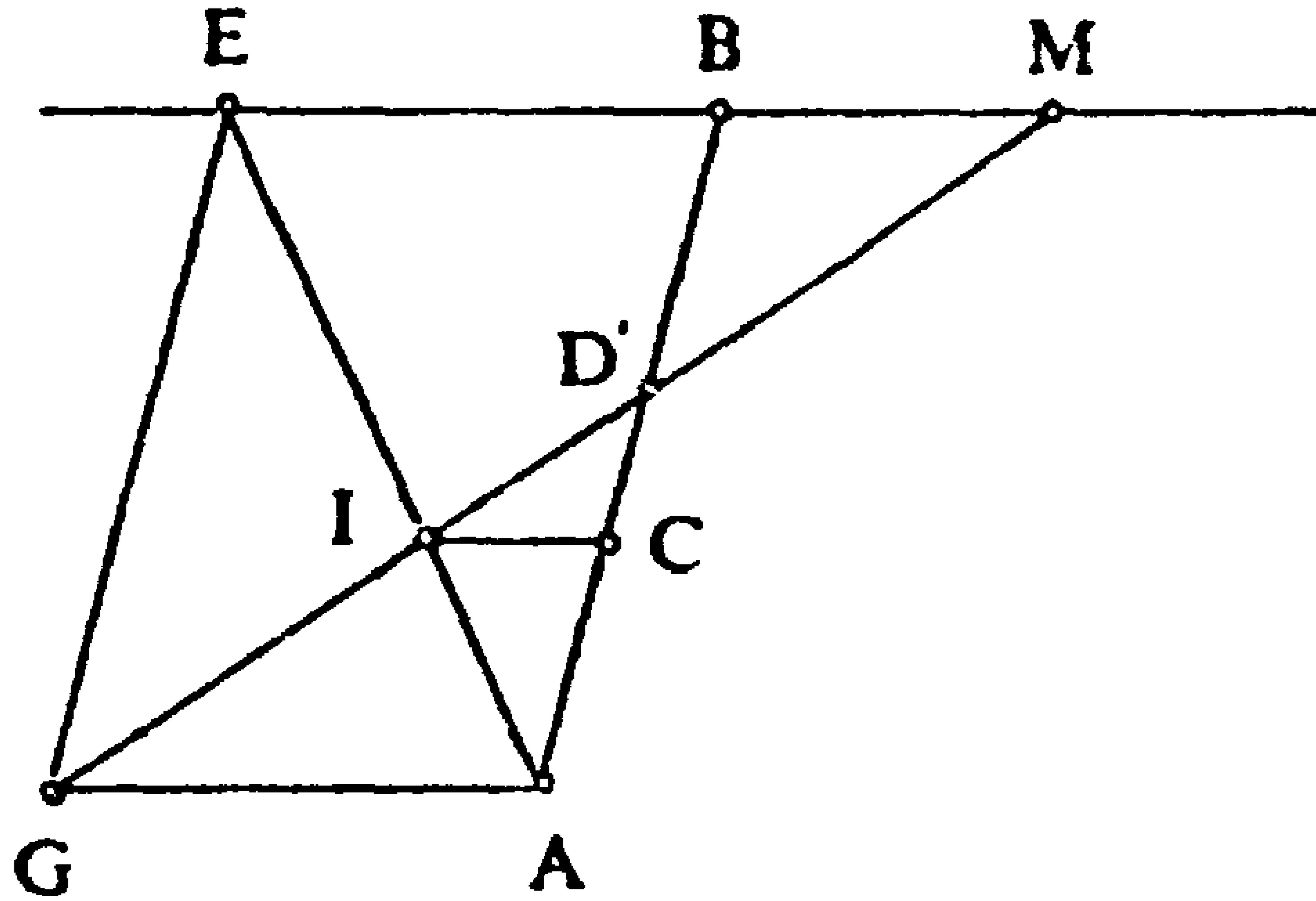
---

(١١) انظر: المصدر نفسه.

$$BD^2 = AD \cdot AC \qquad (٢)$$

ليكن الآن متوازي الأضلاع ABEG، حيث يحمل الضلع AB القسمة A,C,D,B. يقطع المستقيم GD خط الزاوية في I كما يقطع امتداد EB في M. يكون عندئذ مساحتا المثلثين GAI و BDM متساويتين.

الشكل رقم (٣ ـ ١٠)



نحصل من (١) على $\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{AC}$ ، لذلك $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{AC}$. إذا قطع الموازي لـBE والممدود من C كلا من AE في I_1 و GD في I_2، يكون معنا:

$$\frac{BE}{CI_1} = \frac{AB}{AC} \quad و \quad \frac{AG}{CI_2} = \frac{AD}{CD}.$$

غير أن $AG = BE$، إذاً $CI_2 = CI_1$؛ فالنقطتان I_1 و I_2 منطبقتان في I، نقطة تقاطع AE و GD، والمستقيم CI هو بالتالي موازٍ لـAG.

تكتب المساواة (٢): $\frac{AC}{BD} = \frac{BD}{AD}$. لكن $\frac{BM}{AG} = \frac{BD}{AD}$ و $\frac{GI}{DM} = \frac{AC}{BD}$

لذلك $\frac{GI}{DM} = \frac{BM}{AG}$ ، وبالتالي $GI \cdot GA = MB \cdot MD$.

مساحتا المثلثين BMD و IGA متساويتان، لأن الزاويتين M و G متساويتان.

هذه هي طريقة القوهي التي أخذ بها المؤلف المجهول، الذي يريد، فضلاً عن

ذلك، الذهاب إلى أبعد كي يحلّ الحالة التي تفحّصها ابن سهل ليظهر إمكانية التعميم. هكذا إذا أردنا أن تكون:

$$\frac{\text{aire BDM}}{\text{aire GIA}} = \frac{K}{L},$$

فإننا انطلاقاً من المقطع CD، ننشىء كالسابق القطع المكافىء **P**. ثم ننشىء القطع الزائد $\mathbf{H_1}$، ذا الرأس E، والمحور DE، والذي ضلعه القائم H محدداً بالعلاقة:

$$\frac{H}{DE} = \frac{K}{L}$$

يتقاطع **P** و $\mathbf{H_1}$ في النقطة G التي تسقط في B على امتداد CD. فيكون:

$$G \in P,\ GB^2 = CB\ .\ DE = CB\ .\ CD$$

$$G \in H_1,\ GI^2 = EI\ .\ ID\ .\ H/ED = EI\ .\ ID\ .\ K/L$$

وإذا مدّ DC أبعد من C بطول AC = GB، فيكون لدينا:

(١)

$$AC^2 = CB\ .\ CD\text{،}$$

(٣)

$$BD^2 = AD\ .\ AC\ .\ K/L.$$

من المساواة (١) نستنتج كالسابق أن CI موازٍ لِـAB. ومن المساواة (٣) نستخلص:

$$\frac{BD^2}{AD\ .\ AC} = \frac{BM}{AG} \cdot \frac{DM}{IG} = \frac{K}{L},$$

وبذلك تكون النتيجة.

رابعاً: الاسطرلاب ومنهج الاسقاطات

تمَّ اكتشاف طريقة التحويلات في الهندسة في القرنين التاسع والعاشر بشكل شبه طبيعي، وباستقلالية، وذلك في خضم دراسة مجموعتين من المسائل. المجموعة **الأولى** ذات طابع رياضي خالص وتنتمي إلى المدرسة الأرخميدسية والأبولونية العربية؛ وهي تضم مسائل أثيرت في غمرة دراسة المخروطات، ومساحات بعض القطوع الناقصة والمكافئة(١٢)، ورسم بعض

(١٢) مثلاً، تطبيق الاقْينية من قبل ثابت بن قرة لتحديد مقطع اهليلجي، ولتحديد مقطع مكافئي من قبل ابراهيم بن سنان. انظر: Rushdi Rashid, «Ibrāhīm Ibn Sinān Ibn Thābit Ibn Qurra,» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1973), vol. 7, and Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, pp. 130 sqq.

المنحنيات[١٣]. أما المجموعة الثانية فتحوي، على نقيض ذلك، مسائل طُرحت أثناء تطبيق الهندسة لحل المسائل الرياضية المطروحة من قبل الفلكيين، ولا سيما تلك المتعلقة بتمثيل الكرة الدقيق، بغية إنشاء اسطرلاباتهم. وهذه المسائل هي، بالتأكيد، قديمة جداً فبطليموس قد لجأ إلى الاسقاط التسطيحي[١٤]. غير أننا نشهد في القرن التاسع انطلاق ظاهرة جديدة كل الجدة تتمثل بتقدم لم يسبق له مثيل في إنشاء الاسطرلابات واستخدامها. ولا مجال لدينا ها هنا لوصف الطلب الاجتماعي على هذه الآلة سواء عند الفلكيين أو المنجمين أو الأطباء، الأمر الذي أدى إلى نشوء مهنة جديدة، هي مهنة «الاسطرلابيين» كما سُمّيت[١٥]. وقد أثار الطلب المتزايد مضاعفة الأبحاث حول الاسقاطات بغرض إنشاء الاسطرلابات، وانكبّ الرياضيون أمثال الكندي وبنو موسى والخازن وابراهيم بن سنان والسجزي وغيرهم، على دراسة الرسم الهندسي للأشكال على الاسطرلاب، وعلى طريقة الاسقاطات. وكذا الأمر عند الرياضيين الفلكيين، مما تشهد به أعمال ماشاءالله والمروَروذي والفرغاني وحبش والصوفي حتى لا نذكر إلا بعض الأسماء. وهكذا أطلق الرياضيون والرياضيون الفلكيون إذاً النقاش حول فضائل الاسطرلابات المختلفة ومزايا مختلف الاسقاطات. ويروي الفرغاني وكتّاب آخرون أنه في عهد الخليفة المأمون اخترع الكندي -أو المروَروذي- إسقاطاً أسماه المبطّخ -أي بشكل البطيخ الأصفر- وهو إسقاط سمتي متساوي الأبعاد مرجعه أحد قطبي فلك البروج، ويشابه إسقاط لامبر (Lambert) وكاغنولي (Cagnoli) لاحقاً. ونعلم كذلك، من المصادر عينها، أن الرياضيين بني موسى تناولوا بالنقد هذا النوع من الإسقاط كوسيلة لانشاء الاسطرلاب. كما قدّم الفرغاني نفسه، في تلك الحقبة، أول عرض نظري في التاريخ عن الإسقاط التسطيحي.

هذه المناقشات، التي غالباً ما اتخذت طابع المساجلات والتي نقلها لنا شاهد

---

(١٣) مثلاً، رسم القطع الزائد انطلاقاً من دائرة على يد ابراهيم بن سنان.

(١٤) O. Neugebauer, «The Early History of the Astrolabe,» Studies in Ancient Astronomy, IX, *Isis*, vol. 40, no. 3 (1949), pp. 240 sqq.

(١٥) خصّص ابن النديم سابقاً في القرن العاشر جزءاً من فصل من فهرسه لإنشاء الآلات ولصانعيها ولا سيما الاسطرلابيين، زد على ذلك أن صفة «الاسطرلابي» استعملت للدلالة على بعض هؤلاء. انظر: ابو الفرج محمد بن اسحق بن النديم، **الفهرست**، تحقيق رضا تجدد (طهران: [د.ن.]، ١٩٧١)، ص ٣٤٢ ـ ٣٤٣.

من ذلك العصر ـ الفرغاني ـ، والبيروني[١٦] من بعده، تكفي لإظهار جدة هذا البحث، إذ لم يظهر مطلقاً في السابق اهتمام كهذا بالاسقاطات، ولم تخصص كتابات بهذا القدر لدراستها. وهكذا، فمن الطبيعي في هذه الظروف، أن أدّت هذه الأبحاث، نتيجة عددها وتنوعها وما أثارته من جدل حول الإسقاطات المختلفة، إلى بروز مشروع جديد: إعداد النظرية الأولى لمنهج الإسقاطات، بل ولهندسة إسقاطية موضعية للكرة، كما سنبيّن لاحقاً. هذا الجدل المنطلق منذ بداية القرن العاشر، بل منذ القرن التاسع، احتدم بقوة في أعمال القوهي وابن سهل، في النصف الثاني من القرن العاشر.

فالقوهي هو مؤلف رسالة من مقالتين حول **صنعة الاسطرلاب بالبرهان**، وهي تبدأ بفصل عن نظرية الاسقاطات. ولقد بدت هذه الكتابة «صعبة الفهم» لأحد معاصريه، الذي وجد، في هذا الفصل التمهيدي، مفاهيم لم يوضحها المؤلف، فتوجه، لسبب نجهله، إلى ابن سهل ليعمل على سدّ هذه الثغرات وليبرهن بالتركيب موضوعاتٍ كان القوهي قد اكتفى بإثباتها بالتحليل. وهذه كانت الظروف التي أملى فيها ابن سهل شرحه. وهكذا نرى ترابط نصي ابن سهل والقوهي، الأمر الذي يلزمنا بعرضهما كليهما. ولكن، إضافة إلى فائدة هذا العرض، ينبغي هنا الإشارة إلى وضع مميز للبحث في رياضيات القرن العاشر: رياضيان معاصران وبالمستوى نفسه يشاركان أحدهما تلو الآخر، في تشكيل فصل من الهندسة. ولشرح ابن سهل وقع خاص جداً، فبإبداع، سيضيف مفهومه كرياضي بارع إلى فصل يجري إعداده. وسنحاول، قدر استطاعتنا في هذا

---

(١٦) يعود البيروني أكثر من مرة إلى هذا الجدل. ففي رسالته الصغيرة حول **تسطيح الصور وتبطيح الكور**، يثير البيروني الاسقاط السمتي والمتساوي الابعاد الذي اكتشفه الكندي أو المرورّوذي، حسب الفرغاني، والذي حسّنه الاول. يذكّر البيروني بالجدل المثار ضد هذا الإسقاط من قبل محمد بن موسى بن شاكر ومن بعده الفرغاني. فهو يكتب: «وقد يمكن نقل ما في الكرة إلى السطح بطريق آخر قد نسبه أبو العباس الفرغاني في نسخ عدة من كتابه الموصوم بالكامل إلى يعقوب بن اسحق الكندي، وفي عدة منها إلى خالد بن عبد الملك المروَرّوذي، وهو الذي يسمى اسطرلاباً مبطخاً، ووجد لحبش كتاب مقصور على صنعته، وأصحاب هذه الصناعة فيه فريقان: إما مستهجن وإما مستمحن إياه». انظر: ابو الريحان محمد بن احمد البيروني: **تسطيح الصور وتبطيح الكور** (ليدن، ١٠٦٨)، ص ٣٠٠ ـ ٣١٤، و «تسطيح الصور وتبطيح الكور،» تحقيق أ. سعيدان، **المجلة العلمية** (الجمعية الأردنية ـ الاردن)، السنة ٣، العددان ١ ـ ٢ (١٩٧٧). كما يذكر هذا الجدل في: ابو الريحان محمد بن احمد البيروني، **استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الاسطرلاب** (ليدن: مكتبة جامعة ليدن، ١٩٧١)، مخطوط رقم ١٠٦٦، ص ٨٩ظ ـ ٩٠و.

العرض، احترام الصلات القائمة بين هذين الإنجازين اللذين ترابطا في التاريخ.

لم يهتم القوهي، وقد فهمنا ذلك جيداً في رسالته هذه، بالمسائل التطبيقية التي قد تشغل الحرفيين صنّاع الاسطرلابات؛ بل اهتم بالنظرية الهندسية التي ترتكز عليها هذه الصناعة: فعنوان الرسالة وترتيب الفصول ومحتواها، كل ذلك لا يترك مجالاً للشك حول مراميه النظرية أساساً. زيادة على ذلك، فالفصل الأول من المقالة الأولى التي تشكل المقدمة تتجاوز كثيراً هذه المهمة، إذ تقدم عرضاً لطريقة الاسقاطات. ويخصص ابن سهل أكثر من نصف مناقشته للفصل الأول هذا، نظراً إلى الأهمية التي يوليها لدراسة اسقاطات الكرة، وبشكل شبه مستقل عن مسائل الاسطرلاب. ونتوقف عند فصل القوهي هذا، وعند مناقشة ابن سهل له.

يبدأ القوهي بالتذكير بكون الاسطرلاب آلة تستعمل لدراسة الفلك المتحرك بحركةً دورانية حول محور، وبالاسقاط على سطح متحرك منطبقٍ على سطح ثابت. وللقيام بهذه الدراسة، ينصرف القوهي، وأكثر منه ابن سهل أيضاً، إلى دراسة أخرى، أكثر شمولية تتعلق بإسقاط كرة ذات محور معلوم على سطح دوراني أو غير دوراني. وتقودهما هذه الدراسة، بدورها، إلى تمييز حالتين للسطح الدوراني، تبعاً لكون محوره موازياً لمحور الكرة أم لا. وهكذا انساق القوهي وابن سهل من بعده، إلى تعريف الاسقاطات الاسطوانية ـ ذات منحى موازٍ أو غير موازٍ لمحور الكرة ـ والاسقاطات المخروطية انطلاقاً من رأس ينتمي إلى هذا المحور أم لا.

وفي ضوء معرفتنا الراهنة، فإنها المرة الأولى التي يظهر فيها مفهوم الاسقاطات الاسطوانية وتعبيرها، وهي اسقاطات عمودية أو مائلة؛ وكذا الأمر بالنسبة إلى الاسقاطات المخروطية، ليس فقط انطلاقاً من نقطة كيفية على المحور، بل وانطلاقاً من نقطة ما خارج المحور أيضاً. بعبارة أخرى، فقد شُرع في دراسة الاسقاطات الاسطوانية قبل البيروني[١٧]؛ ومن الممكن أن تكون هذه الدراسة قد

---

(١٧) أجمع المؤرخون حتى يومنا هذا على أن البيروني هو مبدع الإسقاط الاسطواني، انظر مثلاً: داناسرشت، **رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية**، ص ١٨، و Rosenfeld, *A History of Non-Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*, p. 127.

ينبع هذا الرأي، حقيقة، من تأكيد كرره البيروني نفسه. ففي **تسلسل الأحداث** كتب: «وقد نقل أبو حامد =

جرت في الوقت نفسه الذي تناول فيه الصاغاني، الاسقاطات المخروطية انطلاقاً من نقطة خارج الأقطاب وحتى خارج المحور أيضاً. نشير في هذا المجال إلى أن القوهي لم يدَّع أية أسبقية كما لم ينسبها ابن سهل له.

ولا تقل أهميةً طريقة عرض هذين المؤلِّفين لهذه المفاهيم الجديدة عن أهمية هذه المفاهيم نفسها. إذ إنها تشكل أصول مقالٍ في طريقة الانشاءات. هذا المقال

= الصاغاني مركز المخروطات من القطبين وجعله داخل الكرة أو خارجها على استقامة المحور فتشكلت خطوط مستقيمة ودوائر وقطوع نواقص ومكافئيات وزوائد كما أرادها، ولم يسبقه إلى هذا التسطيح العجيب، ومنه نوع سميته الاسطواني ولم يتصل بي أن أحداً من أصحاب هذه الصناعة ذكره قبلي، وهو أن يجوز على ما في الكرة من الدوائر والنقط خطوط وسطوح موازية للمحور فيتشكّل في سطح النهار خطوط مستقيمة ودوائر وقطوع ناقصة فقط». انظر: ابو الريحان محمد بن احمد البيروني، «الآثار الباقية عن القرون الخالية،» في: *Chronologie Orientalischer Völker*, ed. C. E. Sachau (Leipzig: [n. pb.], 1923), p. 357.

لا يترك هذا النص أي إشكال، إذ يؤكد البيروني أسبقية الصاغاني بتعميم الإسقاط المخروطي، ويدّعي لنفسه باختراع الإسقاط الاسطواني.

ويردد البيروني ذلك في رسالته **تسطيح الصور وتبطيح الكور** فيكتب: «وأمّا التسطيح الاسطواني فهو الذي خطر ببالي من كثرة ما أفاض فيه الفرغاني من الهذيان في آخر كتابه من الرد على الاسطرلاب المبطخ. وأظن أن السبق لي إليه، وقد سميته التسطيح، لعله ليس هذا موضعها، وهو من نوع متوسط لا شمالي ولا جنوبي أو به يمكن أن تسطح كواكب الفلك بأسرها من سطح فلك معدل النهار أو في سطح أي دائرة عظيمة فرضت».
انظر: البيروني: **تسطيح الصور وتبطيح الكور** (ليدن، ١٠٦٨)، و«تسطيح الصور وتبطيح الكور،» ص ١٤.
وفيه ما يدّعيه البيروني من أسبقيته في اكتشاف الإسقاط الاسطواني.

أخيراً في كتابه **استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الاسطرلاب** يقدم البيروني الإسقاط نفسه، ويلقبه حينها بالإسقاط «الكامل» لأنه «يمكن أن تسطح كواكب الفلك بأسرها»، انظر: البيروني، **استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الاسطرلاب**، ص ٨٢ظ، ثم يضيف: «مبنى هذا التسطيح على الفصول المشتركة لسطح معدل النهار ولمحيطات الأساطين والمجسمات الناقصة المتوازية الأضلاع، المتوازيتها لمحور الكرة، فإنه مهما أجيز على محيطات المدارات سطوح أساطين بالشريطة المتقدمة قاطعة سطح معدل النهار على دوائر متوازية مساوية لمقادير المدارات أو متى أجيز على محيطات الدوائر المائلة في الكرة سواء كانت عظاماً أو كانت صغاراً مجسامات نواقص بالوضع المذكور تسلطت على سطح معدل النهار عند التقاطع قطوعاً ناقصة مختلفة الأوضاع والمقادير».

يبقى أن نشير إلى أن البيروني اعترف بأن كتاب **الكامل** للفرغاني هو الذي أوحى له بفكرة الإسقاط الاسطواني انطلاقاً من قراءة نقدية، كما يؤكد بأن الفرغاني قد اعتقد ان هذا الإسقاط - أي الاسطواني - مستحيل.

وضمن هدف بحثنا هذا، نكتفي إذاً بأن نسلّم بأن حدس الفرغاني قد مكّنه من إدراك الإسقاط الاسطواني مرتين: مرة عند القوهي، ومرة عند البيروني. ونفترض حتى الساعة أن البيروني كان يجهل دراسات القوهي ودراسات ابن سهل. ويُبرِّرُ افتراضنا هذا، على الرغم من غرابته، معرفتنا بعمل البيروني، فما من أحد تعرّف إليه قادر على الظن بخبث مؤلفه أو قلة أمانته.

يبقى أن القوهي وابن سهل قد درسا الإسقاطات الاسطوانية، قبل البيروني بمدة طويلة، وبطريقة أكثر شمولية منه.

الذي أثارته بلا ريب، مسائل صناعة الاسطرلاب، علماً ان صياغته كانت بمعزل عنها.

يقوم القوهي بتحديد حالات الاسقاط المختلفة، كالاسقاط الاسطواني ذي الاتجاه غير الموازي لمحور الكرة، والاسقاط المخروطي ذي الرأس الذي لا يقع على الكرة، أي بعبارة أخرى، يُدخل مع ابن سهل النماذج المختلفة للاسقاطات، في حين أن الاسطرلاب لا يستلزم إلا الاسقاط التسطيحي منها. وبغية الكشف عن سمة البحث الهندسي هذه، لنقم بتناول مراحلها المختلفة كما نجدها عند القوهي ومن ثم، وبصورة أكمل، عند ابن سهل.

لا يكتفي ابن سهل بدراسة هذه الاسقاطات فحسب، بل ويهتم كذلك بالطريقة التي تتيح بقاء سطح الاسطرلاب المتحرك منطبقاً على السطح الثابت خلال دورانه في مختلف الحالات. ويبتدىء بالحالة التي يكون فيها سطح الاسطرلاب مستوياً، فيكون كل عمودي على هذا المستوي هو عندئذ محوراً لهذا المستوي.

حينئذ يتطرق ابن سهل لوضعين حسبما يكون محور الكرة BC ومحور السطح A منطبقين أم لا. في الحالة الأولى، حيث المحوران منطبقان، يُدخل ابن سهل، على غرار القوهي، ولكن بإعداد أفضل، المفاهيم التالية:

١ ـ الاسقاط الأسطواني ذا المنحى D الموازي لـ BC (الشكل رقم (١) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

إذا تطابق المحور BC مع محور دوران السطح المتحرك واخترقه في A، تكون هذه النقطة اسقاط النقطتين B و C. إن دوران نقطة ما M من الكرة حول BC تتسبب في دوران اسقاطها M' حول A، وبالتالي حول المحور BC. وهكذا يبقى السطح المتحرك، مجموع النقاط M'، مطابقاً لوضعه الأولي، أي منطبقاً على السطح الثابت. ولنلاحظ أنه، إذا كان السطح A مستوياً، نحصل عندئذ على اسقاط عمودي.

٢ ـ الاسقاط الأسطواني ذا المنحى D غير الموازي لـ BC (الشكل رقم (١) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

لتكن A و E اسقاطين متواليين للقطبين B و C الثابتين؛ إذاً A و E هما ثابتان

أيضاً. يسبب دوران M، وهي نقطة من الكرة، حول BC مساراً اهليلجياً، أي بالتالي غير دائري، لنقطة اسقاطها M′. فلا يستطيع بذلك السطح A الدوران حول المحور BC، لأن فيه نقطتين ثابتتين A و E.

٣ ـ الاسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة D على المحور BC (الشكل رقم (٢) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

في حال D ≠ B و D ≠ C، تصبح A إسقاط النقطتين B و C.

في حال D = B، تكون A اسقاط C، وفي حال D = C، تكون A اسقاط B.

وبما أن B و C ثابتتان، تكون A ثابتة أيضاً، وبذلك تكون النقطة الوحيدة الثابتة في السطح A. وهكذا يستطيع هذا السطح الدوران على السطح الآخر.

٤ ـ الاسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة D موجودة خارج المحور BC (الشكل رقم (٢) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)

في هذه الحالة، يكون اسقاطا القطبين B و C مختلفين؛ لنسمّهما A و E. فيكون للسطح A نقطتان ثابتتان A و E، ولا يستطيع بالتالي أن يدور ويبقى منطبقاً مع السطح الآخر.

يعرض ابن سهل بعد ذلك للحالة التي يكون فيها المحور BC ومحور السطح A غير منطبقين. إن سطح الاسطرلاب المتحرك A ينجرّ بدوران الكرة حول BC مهما كان نوع الاسقاط. فإذا دار A حول BC، لا يبقى السطح منطبقاً على وضعه الأصلي، لأن BC ليس عمودياً على السطح A. وبذلك لا يبقى السطح A منطبقاً على السطح الثابت.

إذا كان سطحا الاسطرلاب بحيث إن أحدهما ثابت والآخر متحرك يدور حول AΔ، غير مستويين، لا يمكن للسطح المتحرك أن يبقى منطبقاً على السطح الثابت إلا إذا كان AΔ و BC منطبقين، كحالة الاسقاط الاسطواني الموازي لـ BC، وحالة الاسقاط المخروطي ذي رأس موجود على BC.

ثم يحدد ابن سهل بعض خصائص الاسقاطات. فيبتدىء بعرض كيفية حصول الاسقاط على سطح الاسطرلاب، بتقاطع سطحين. ويذكّر بأن الاسقاط،

إذا كان اسطوانياً ذا منحى D، فإنه يقرن سطحاً اسطوانياً بكل دائرة ذات مستوٍ غير موازٍ لـD أو لا تحتوي على D. أما إذا كان الاسقاط مخروطياً انطلاقاً من النقطة B، فإنه يقرن سطحاً مخروطياً بكل دائرة لا يحتوي مستويها على النقطة B.

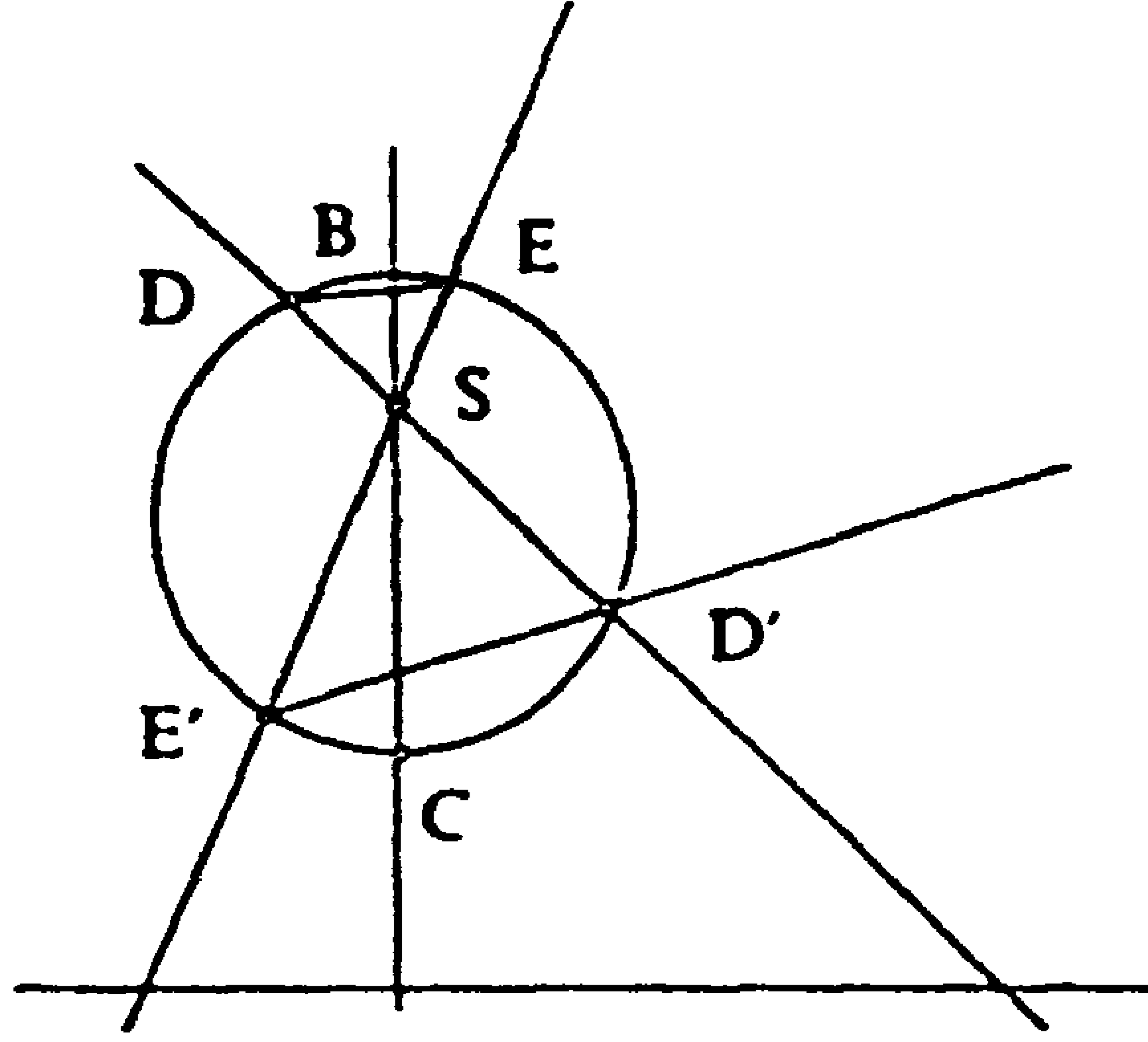
إذا كان سطح الاسطرلاب هو نفسه اسطوانياً أو مخروطياً، فإن اسقاط كل دائرة من الكرة، باستثناء الدوائر الآنفة الذكر، يحصل بتقاطع سطحين اسطوانيين، أو مخروطيين، أو مخروطي واسطواني. نلاحظ أن هذه التقاطعات، وهي منحنيات من الدرجة الرابعة محللة أو غير محللة، ليست في العموم مستوية. وعلى غرار القوهي يهمل ابن سهل هنا دراسة هذه التقاطعات. وخلافاً للحالات السابقة حيث مستوى إحدى دوائر الكرة موازٍ للمنحى D أو محتوٍ عليه، فإن الاسقاط الاسطواني يقرن بهذه الدائرة مستوياً موازياً لـD.

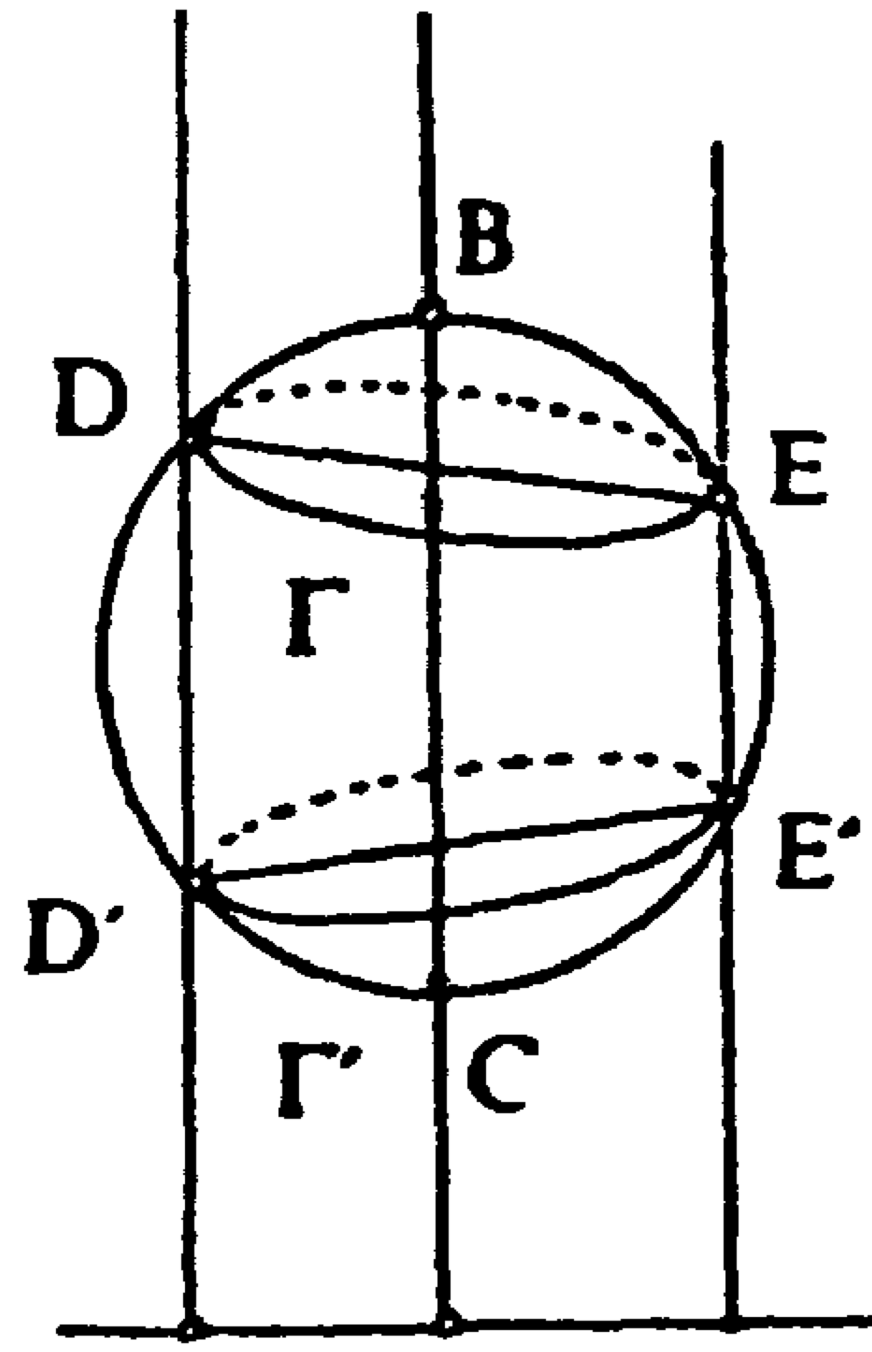
من ثم يرجع ابن سهل في مناقشته نص القوهي إلى فكرة المسقط (projetante). فيشرح في هذا المضمار أنه في حالة الاسقاط الاسطواني ذي المنحى D، يكون مُسقط نقطة ما مستقيماً موازياً لِـD؛ ويكون السطح المُسقط لخط ما L، ما لم يكن L مستقيماً موازياً لِـD، سطحاً موازياً لِـD منبثقاً من جميع نقاط L. أما إذا كان L مستقيماً موازياً لـD، فيكون مسقطاً لنفسه.

في الاسقاط المخروطي انطلاقاً من نقطة B، يكون السطح المسقط لدائرة، في العموم، سطحاً مخروطياً ذا رأس B، إلا إذا كانت B في مستوي الدائرة؛ فيكون حينها السطح المُسقط هذا المستوي نفسه.

في الاسقاط الاسطواني ذي المنحى BC، تقطع الاسطوانة المُسقطة لدائرة Γ قطرها DE، الكرة في دائرة أخرى Γ′ قطرها D′E′؛ لهاتين الدائرتين إذاً الاسقاط نفسه. فإسقاط نقطة ما من القبة الكروية ذات القاعدة Γ، ينطبق مع إسقاط نقطة من القبة الكروية ذات القاعدة Γ′. وكذا الأمر في حال الاسقاط المخروطي إذا كان رأس المخروط S على المحور BC.

الشكل رقم (٣ ـ ١١)





هنا أيضاً يثير ابن سهل الحالات الاستثنائية، التي لم يُشر إليها القوهي، والتي أتينا على ذكرها: كالدوائر التي يحتوي مستويها علىD أو يكون موازياً له، والدوائر التي يحتوي مستويها رأس القطع المخروطي. وبعد إبعاد الحالات

الاستثنائية هذه، يتفحص ابن سهل اسقاط دائرة ما، مفترضاً بأن سطح الاسطرلاب مستوٍ ومتعامد على محور الكرة AB. فيبرهن أولاً أن الاسقاط الاسطواني لأية دائرة من الكرة ذات مستوٍ غير متعامد على AB هو اسقاط اهليلجي. وهكذا، فإسقاط دائرةٍ قطرها CF (الشكل رقم (٤) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، هو قطع ناقص محوره الصغير DE ويساوي طول محوره الكبير CF، أما مركزه فهو اسقاط مركز الدائرة G.

في حالة الاسقاط المخروطي، عندما يكون رأس المخروط نقطة G من محور الكرة AB، يتفحص ابن سهل حالتين: بحسب انتماء G إلى [AB] أو إلى [AX]، ويدرس اسقاط دائرة ذات قطر CF، ومركز H، على مستوٍ متعامد على AB (الشكلان رقما (٥) و(٦) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

في حال: $\measuredangle AFC > \measuredangle GFC$, $G \in [AB]$ و $GDE > \measuredangle AIE$،

وفي حال: $\measuredangle AFC < \measuredangle GFC$, $G \in [AX]$ و $\measuredangle GDE < AIE$.

في كلتا الحالتين، إذا كان AJ هو المماس في A على الدائرة، AJ//DE، ويكون معنا:

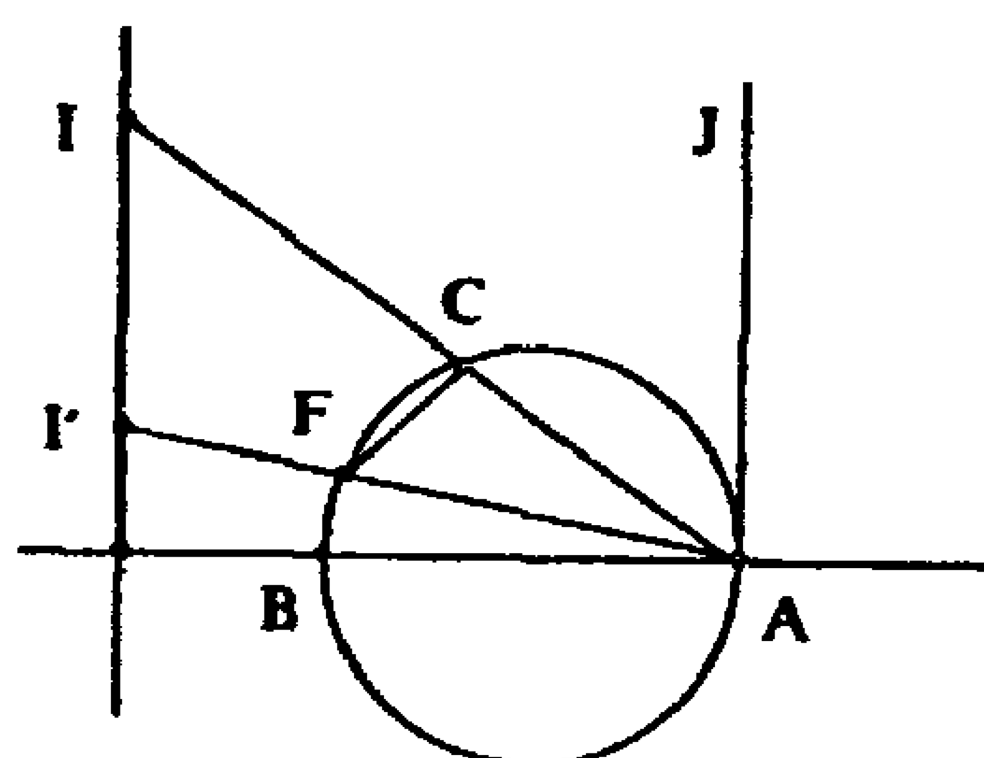
$$\measuredangle AFC = \measuredangle IAJ = \measuredangle AIE;$$

إذاً، نجد في الحالة الأولى، $\measuredangle GDE < \measuredangle GFC$.

وفي الحالة الثانية $\measuredangle GDE < GFC$، وفي الحالة الثانية $\measuredangle GDE > \measuredangle GFC$.

عندئذ، وفق أبولونيوس، يكون إسقاط الدائرة CF قطعاً مخروطياً غير دائري DE.

الشكل رقم (٣ ـ ١٢)



ولا يتفحص ابن سهل الحالة التي يكون فيها رأس المخروط G في A أو في B (الشكل رقم (٣ ـ ١٢))، ولا يدرس بالتالي حالة الاسقاط التسطيحي الذي تفحّصه القوهي بالتفصيل، إذ درس هذا الأخير الاسقاط التسطيحي ذا القطب A، الذي يحوّل الكرة S ذات القطر AD إلى مستوٍ متعامد على AD، مستوٍ مأخوذ كمستوٍ اسقاطي، ثم يبرهن أن كل دائرة من S لا تمر في A تتحول إلى دائرة من P. ويمكن إعادة صياغة برهانه المتعلق بالقضية ٥ من الكتاب الأول من **المخروطات**، كالتالي:

لتكن H نقطة التقاء P والمحور AD (الشكل رقم (١) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). ولتكن على الكرة الدائرة ذات القطر BC، وليكن مستويها متعامداً على مستوي الشكل؛ وليقطع AB و AC المستوي P على التوالي في E و G يكون معنا:

$$\measuredangle ABD = \measuredangle AHE = \frac{\pi}{2} \text{ ، إذاً } \measuredangle AEG = \measuredangle ADB \text{ ؛}$$

لكن $\measuredangle ACB = \measuredangle ADB$ (زوايا محوّطة في دائرة)، إذاً $\measuredangle ACB = \measuredangle AEG$.

ووفق أبولونيوس (الكتاب الأول، القضية ٥) يقطع المستوي P المخروط CAB بحسب دائرة قطرها GE.

يبرهن القوهي أيضاً أن كل دائرة من S تمر في A تتحول إلى مستقيم من المستوي P الذي هو مستقيم تقاطعه مع مستوي الدائرة L.

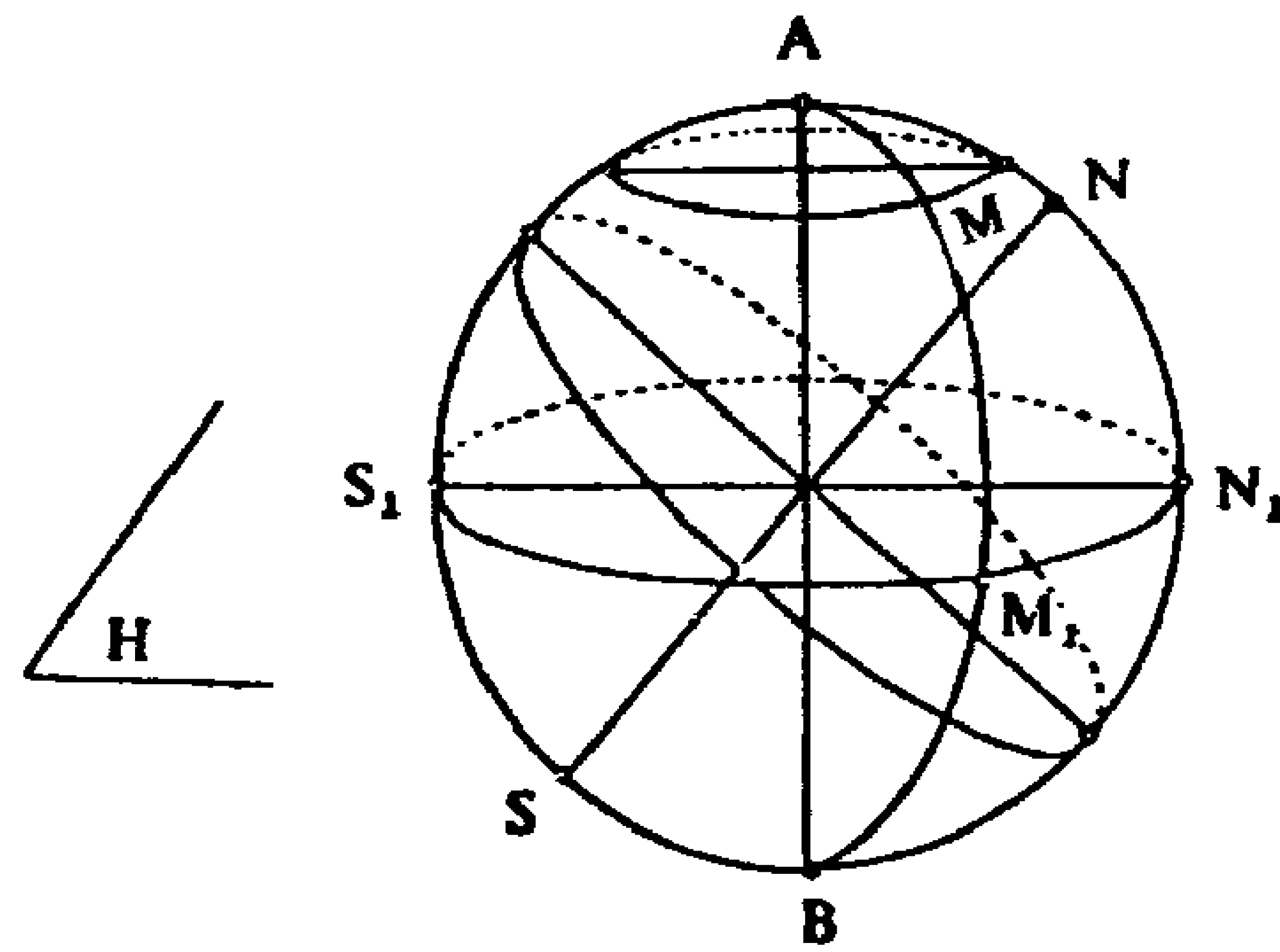
وهكذا برهن خاصة أساسية للاسقاط التسطيحي، فحواها أن الدوائر التي لا تمر في القطب تتحول إلى دوائر، بينما تتحول تلك التي تمر في القطب إلى مستقيمات.

لا يناقش ابن سهل فقرة القوهي هذه المتعلقة بالاسقاط التسطيحي، معتبراً هذه النتيجة معروفة. وبما أن هذا الاسقاط هو غالباً ما يكون تطبيقاً في دراسة الاسطرلاب، فعدم اهتمام ابن سهل النسبي به يثبِّت ما قد ذكرناه سابقاً عن توجه اهتمامه إلى المسألة الأشمل للاسقاطات.

خصص القوهي إذاً مجمل الفصل الأول، والذي أعاد ابن سهل، بشكل ما، صياغته، للمفاهيم الاسقاطية، من دون أن يتطلب ذلك أية معرفة بالاسطرلاب، أو بعلم الفلك. وباستثناء المصطلحات، لا يختلف الوضع إلا قليلاً في الفصول الأخرى، إذ إن القوهي، كما ذكرنا، يهدف إلى حلّ المسائل الهندسية التي يمكن

أن تبرز أثناء صنع الاسطرلاب، وهذا ما يبيِّنه توالي الفصول المتلاحقة. فقد خُصص الفصل الثاني من المقالة الأولى، للتعريف بالمصطلحات اللازمة لصياغة هذه المسائل ولتحديد مواضع نقاط الكرة السماوية. ويعالج الفصلان الثالث والرابع من المقالة نفسها، اسقاط دائرة من الكرة السماوية. أما المقالة الثانية فهي مخصصة للمسائل الهندسية المذكورة سابقاً. لقد سلّم علماء الهندسة بالمقولة التالية: أن مركز الكرة السماوية هو مركز الأرض نفسه، وهذه الكرة السماوية تدور حول الخط NS، وهو خط القطبين الشمالي والجنوبي. ليكن H مستوياً يمر في المركز؛ يسمى هذا المستوي «الأفق» H؛ A و B هما «قطبا» الأفق H. تسمى الدائرة، ذات القطر AB والتي تمر في القطبين الشمالي والجنوبي، بـ«خط الزوال» التابع لِـ H. يتحدد الأفق بالقوس AN، ويسمى مسافة القطبين. تسمى كل دائرة تمر في القطبين A و B، «دائرة الارتفاع» للأفق H. وتحدد دائرة كهذه AMB مثلاً، بمسافتها عن خط الزوال، أي بالقوس M_1N_1، الذي يُعرف اليوم بالسمت. تتميز دائرة ما موازية للسطح H بارتفاعها المقاس على دائرة الارتفاع؛ فبالنسبة إلى الدائرة الموازية في M يعادل الارتفاع القوس MM_1. يحدد القوسان M_1N_1 و M_1M موضع النقطة M بالنسبة إلى الأفق H؛ هذه هي الاحداثيات الأفقية. يُطلق القوهي في ما بعد اسم «دائرة السمت»، أو «السمت»، تارةً على دائرة الارتفاع، وطوراً على اسقاطها على مستوي الاسطرلاب.

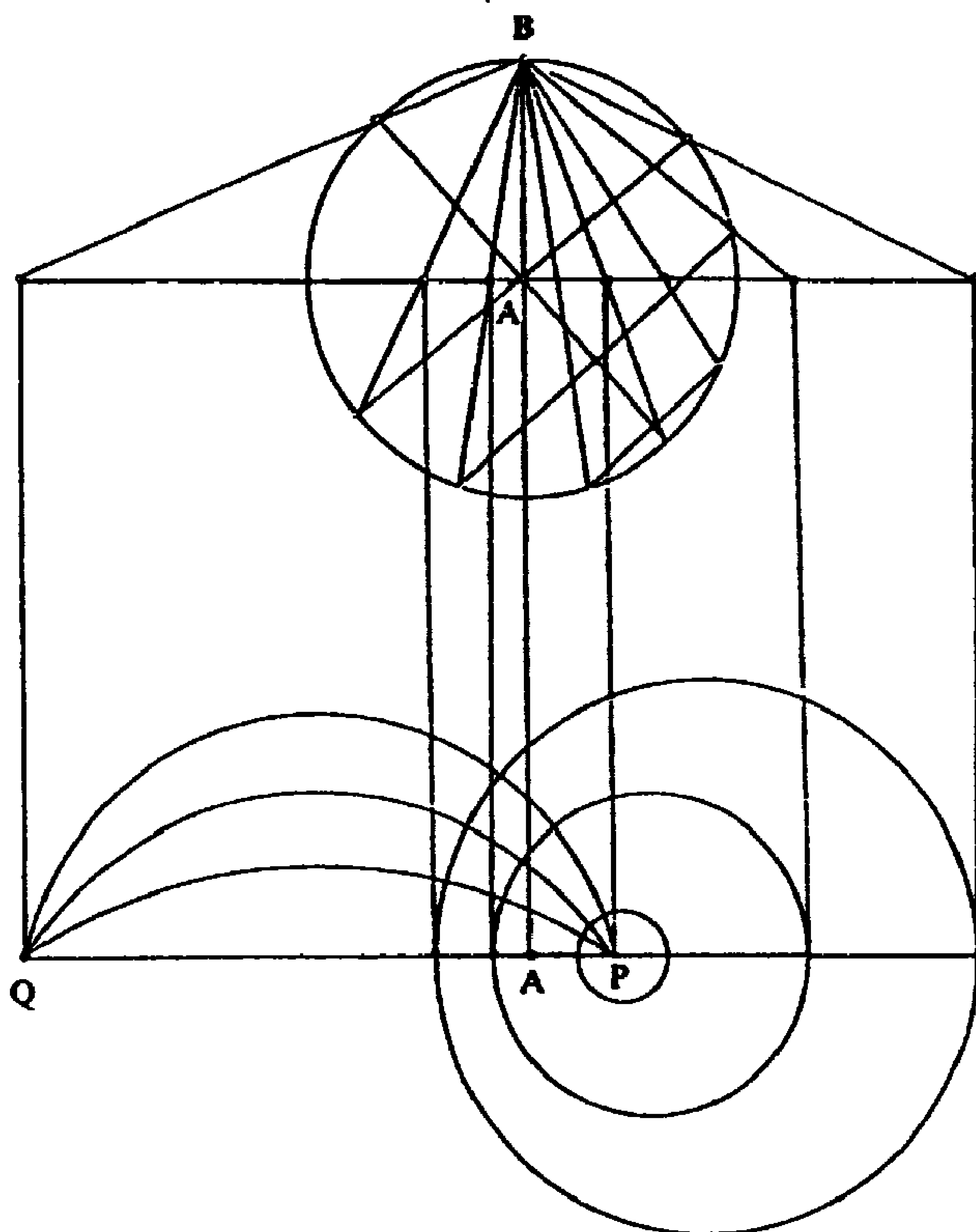
الشكل رقم (٣ ـ ١٣)



يقطع مستوي فلك البروج الكرة وفق دائرة كبيرة، هي أفق خاص، يسمى اسقاطها على الاسطرلاب بدائرة البروج. يتحدد موضع نقطة ما بالنسبة إلى مستوي البروج بقوسين هما الأحداثيات البرجية، على غرار أفق ما H. ويمكننا تقسيم فلك البروج بحسب قيم مختلفة للسمت، فعلى سبيل المثال، تتوافق صور البروج الاثني عشر مع تقسيم السمت ٣٠° إلى ٣٠°.

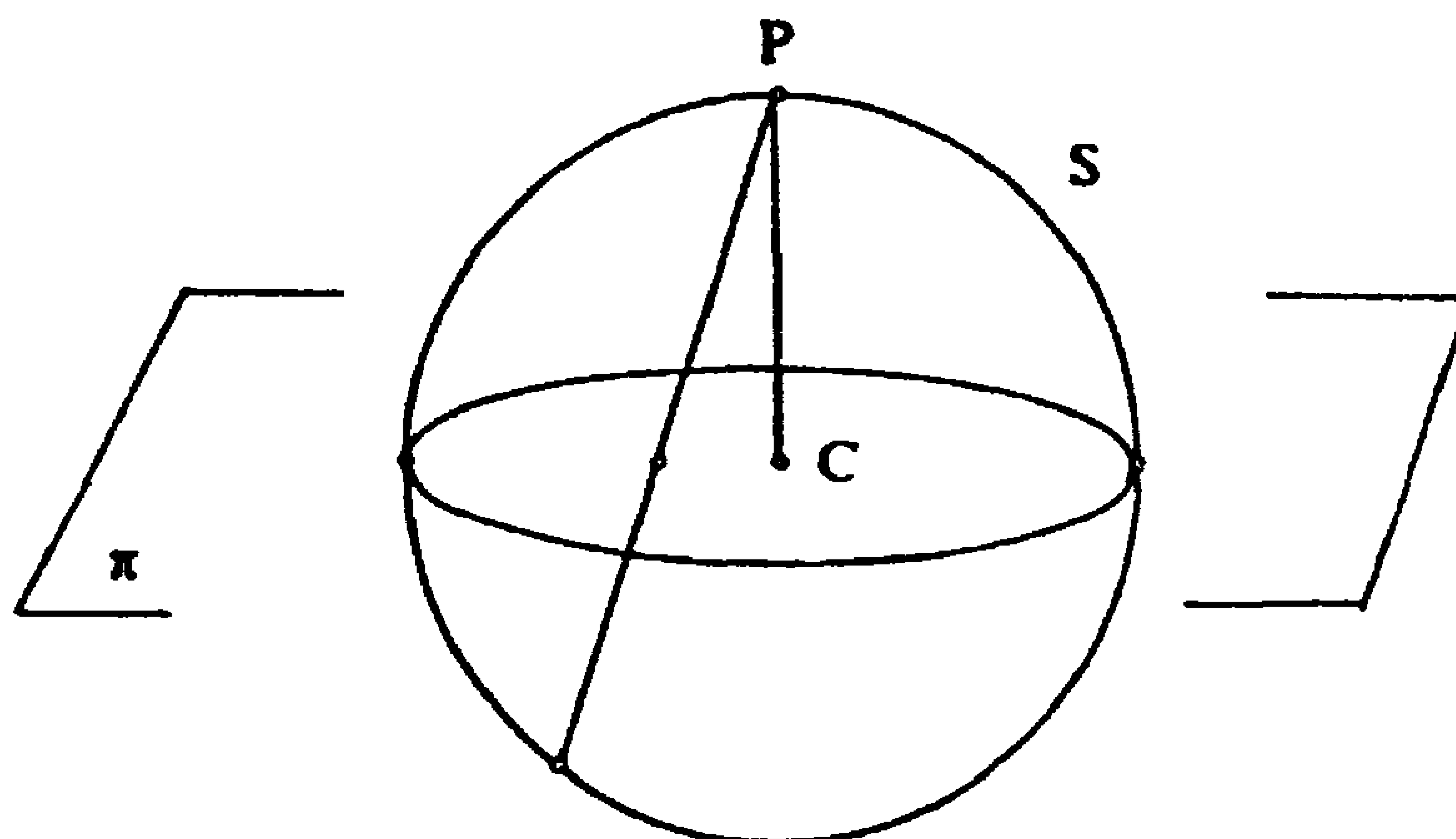
يُنشأ الاسطرلاب لمكان معين بحسب خط عرض هذا المكان. ويُرسم، من ناحية أولى على مستويه الأفق الخاص بهذا المكان والدوائر الموازية لهذا الأفق، والتي تشكل حزمة دوائر نقطتاها الحدوديتان هما اسقاطا قطبي الأفق، ونرسم من ناحية أخرى دوائر الارتفاع التي تمر كلها بإسقاطي القطبين. تتعامد كل دائرة من إحدى الحزمتين مع جميع دوائر الحزمة الأخرى. وحدها، الدوائر الأفقية القريبة من أحد قطبي الأفق، يمكن تمثيلها كاملة. أما بقية الدوائر فيمثلها فقط اسقاط قوس منها. وكذا الأمر مع دوائر الارتفاع، لأن الكرة السماوية ليست مسقطة بكاملها على الاسطرلاب.

الشكل رقم (٣ ـ ١٤)



بعد هذه المعلومات الأولية التي أوردناها، فإن كل المسائل التي يتطرق إليها القوهي، ابتداء بالفصل الثالث من المقالة الأولى هي مسائل هندسية. وقبل تفحّصها بالتفصيل نشير إلى طريقته: تتمثل الكرة السماوية بكرة S مركزها C وقطبها P، ومستوي الاسطرلاب هو المستوي الاستوائي π المقرون بهذا القطب.

الشكل رقم (٣ ـ ١٥)



تتصل جميع المسائل التي طرحها القوهي بـS و π، إذ إن π هو الإسقاط التسطيحي للكرة S انطلاقاً من القطب P؛ أو بتعابير أخرى لم يعرفها القوهي، π هي متحولة S بالنسبة إلى تعاكسٍ (inversion) مركزه P وقدرته $2R^2$، حيث R هو شعاع الكرة.

على هذا النحو يشرح القوهي، في الفصلين الثالث والرابع من المقالة الأولى حيث S و π معطيان، كيف ننشىء على π إسقاطَ دائرةٍ مرسومة على S، دائرةٍ موازيةٍ ومن ثم دائرة ارتفاعٍ لأفق معين.

يعطي في المقالة الثانية المستوي π ويطلب تحديد الكرة S بواسطة مركزها وشعاعها.

في الفصل الأول من المقالة الثانية هذه، نعرف نقطة A من المستوي π والمسافة الزاوية من مماثلتها إلى قطب الكرة، ومعطية ثالثة يمكن أن تكون إمّا نقطة ـ كالقطب أو كمركز الدائرة ـ وإمّا طولاً ـ كشعاع الكرة أو المقطع الذي يصل

مركز الكرة أو قطبها بمماثلة إحدى النقاط التي نعرف بعدها الزاوي عن القطب ـ. في المسألة السادسة من الفصل الأول، فإن المعطية الثالثة هي: نقطة B من المستوي π، والمسافة من مماثلتها إلى قطب الكرة. وباختصار، ترجع كل مسائل الفصل الأول إلى انشاء نقطة ما.

في الفصل الثاني من المقالة الثانية إننا نعرف: دائرة في المستوي π والبعد الزاوي بين قطب مماثلتها وقطب الكرة، ومعطية أخرى يمكن أن تكون قطب الكرة أو مركزها أو شعاعها، أو طولاً يساوي المسافة بين نقطتين من المستوي π أو بين نقطة من الكرة وأخرى من المستوي π. في المسألة السادسة من هذا الفصل، تكون المعطية الثالثة: نقطة E من المستوي π والمسافة بين مماثلها وقطب الكرة. ويقوم القوهي أحياناً، عن طريق انشاء مساعد، بتحويل مسألة من هذا الفصل إلى مسألة سبق له أن عالجها.

أما الفصول الثالث والرابع والخامس فهي مفقودة من النسخة التي نعرفها. ويتألف الفصل السادس من مسألة وحيدة، لا نعرف فيها لا π ولا S؛ والمعطيات هي: قطب الكرة B من S والنقطة A من π، ومماثلتها بالنسبة إلى أفق معين. نعرف إذاً البعد الزاوي من قطب هذا الأفق إلى قطب الكرة، ومسافتين أُخريين، هما الاحداثيان الافقيان ـ السمت والارتفاع ـ لمماثل A بالنسبة إلى الأفق المحدد.

من الواضح إذاً أن المقصود في كل هذه الفصول، هي المسائل الهندسية المتعلقة بالاسقاطات. يخصص القوهي الفصل السابع لمقدماتٍ استعارها من مقالتين أخريين من كتبه ليبرهنها مجدداً هنا بالتحليل.

لنأتِ الآن إلى تحليل أكثر تفصيلاً لحلول القوهي وابن سهل، كي ندرك بصورة أفضل محتوى مفاهيمهما الاسقاطية، وحدودها أيضاً. لنتناول إذاً المسألتين الأساسيتين المعروضتين في الفصلين الثالث والرابع ولننتقل بعدهما إلى الفصل السادس من المقالة الثانية، الذي عالجه كلا الرياضيَّين المذكورين. وبغية تسهيل عرضنا، نحيل مناقشة بقية المسائل إلى الملاحظات الاضافية في آخر الكتاب.

يدرس الفصل الثالث من مقالة القوهي الأولى إسقاط دائرة موازية لأفق ما على مستوي الاسطرلاب.

لتكن الدائرة ذات المركز A، وسطح الاسطرلاب، وقطران BD و CE متعامدين في الدائرة (الشكل رقم (٢) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال

الأجنبية). يحدد أفق معروف بالقوس DG، حيث G هي قطب للأفق و D قطب للكرة. والمطلوب هو تمثيل دائرة يكون مستويها موازياً لهذا الأفق المعروف ومحدداً بالقوس GI، وهو المسافة بين نقاط هذه الدائرة وبين قطب الأفق G. هذه الدائرة هي الدائرة ذات القطر IK. يرسم القوهي الشكل في مستوي خط الزوال π للأفق المعروف، وتمثل الدائرة BCDE في الوقت نفسه، خط الزوال هذا وانطباق المستوي الاستوائي على π، وفق المستقيم EC.

يقطع المستقيمان BI و BK المستقيم CE في L و M. تكون إذاً الدائرة ذات القطر LM الاسقاط التسطيحي على المستوي الاستوائي للدائرة ذات القطر IK، وانطباقها يكون الدائرة المطلوبة. ويكون بالتالي معروفاً ارتفاع هذه الدائرة بالنسبة إلى أفق معين.

يعالج القوهي في الفصل الرابع انشاء دائرة سمتية، أي الاسقاط التسطيحي لدائرة تمر في القطبين.

لتكن الدائرة BCDE ذات المركز A سطحاً للاسطرلاب (الشكل رقم (٣) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). يمثل قطبا الكرة بِـB و D، وقطبا الأفق المعروف بِـG و I. نريد أن نسقط على مستوي الاسطرلاب دائرة تمر في القطبين G و I وفي النقطة S المعروفة في الأفق، أو دائرة موازية للأفق، يكون KL قطراً لها.

وكما في المسألة السابقة، تمثل الدائرة BCDE في الوقت نفسه خط زوال الأفق المعروف، وانطباق المستوي الاستوائي على مستوي خط الزوال هذا.

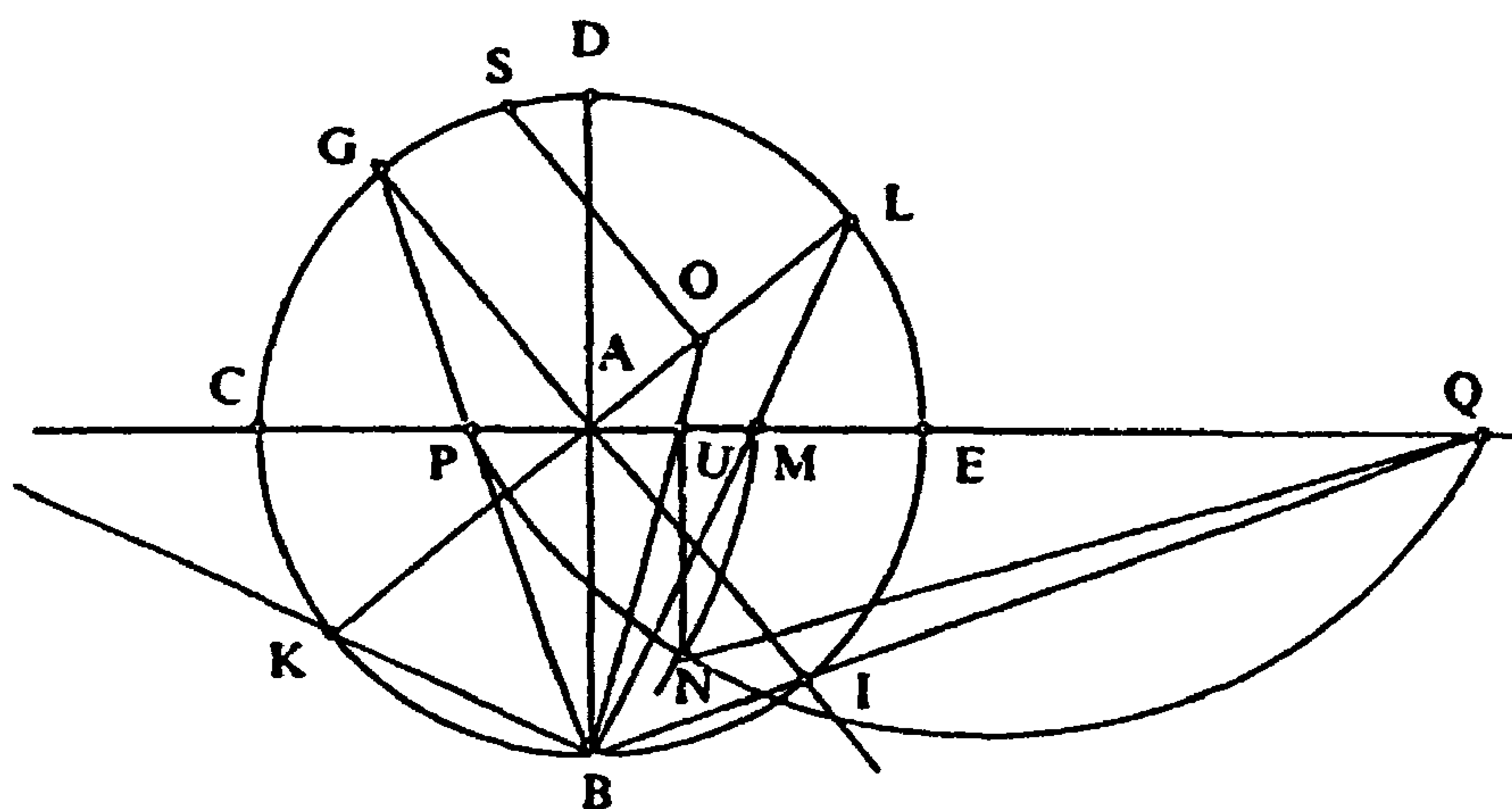
فإذا كانت الدائرة KL لا تمر في النقطة B، يكون عندئذ اسقاطها دائرةً NM مركزها على CE، في المستوي الاستوائي.

وإذا كانت KL لا تمر بـA، نأخذ الانطباق KSL للدائرة ذات القطر KL على مستوي الشكل، حيث القوس SL هو المسافة من S إلى خط الزوال. وليكن SO متعامداً على LK. تقطع المستقيمات BG، BI و BO المستقيم CE على التوالي في F، Q و U. لنأخذ UN متعامداً على CE حيث N هي اسقاط S؛ فتكون الدائرة FNQ هي دائرة السمت، وهي اسقاط الدائرة التي تمر في G، S و I.

إذا كان المستقيم KL يمر بالنقطة A، تكون الدائرة KL دائرة كبرى على

الكرة، ويمكن انطباقها على مستوي الشكل وفق الدائرة BCDE. تنتمي النقطة S عندئذ إلى الدائرة المحددة بالقوس المعطي LS. ويتم انشاء النقاط O، U و N كالسابق، وكذلك أيضاً النقطتين F و Q، وتكون الدائرة المطلوبة هي FNQ.

الشكل رقم (٣ ـ ١٦)



إذا كانت الدائرة KL تمر في القطب B، يكون اسقاطها على المستوي الاستوائي هو مستقيم تقاطع هذا المستوي مع مستوي الدائرة؛ إنه إذاً مستقيم عمودي على المستوي BLD، وخصوصاً على BL (الشكل رقم (٤) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

لنعد الآن إلى المسألة المطروحة، أي إلى اسقاط الدائرة التي تمر في قطبي الأفق المعروف G و I. ليكن BL قطراً للدائرة الموازية للأفق ذات القطبين G و I، والنقطة K التقاء BL مع AC، و S نقطة يكون معها القوس LS مساوياً للمسافة المعطية. يتقاطع العمودي في K على BK ويقطع BS في O؛ أما على العمودي في K على CE فنأخذ KN = KO. يتقاطع المستقيمان BG و BI مع CE في P و Q؛ عندئذ تكون الدائرة PNQ هي الدائرة المطلوبة. وبالفعل إذا رسمنا في مستوي الشكل الدائرة ذات القطر BL، فإنها تكون انطباق الدائرة الموازية للأفق على مستوي خط الزوال؛ ويقطعها المستقيم BO في M؛ ويكون القوسان LS و LM متشابهين، لانحصارهما بالزاوية المحوطة ذات الرأس B نفسها؛ إذاً الدائرة IMG على الكرة، هي دائرة السمت التي نبحث عن اسقاطها على مستوي الاسطرلاب.

إن اسقاط M هو O، الذي ينطبق على مستوي الشكل في N. واسقاطا G و I هما على التوالي P و Q؛ إذاً الدائرة PNQ هي اسقاط الدائرة IMG على المستوي BCDE. كما يكون اسقاط جميع الدوائر المارة في I و G دوائر مارة في P و Q. ولنبرهن أن مراكز هذه الدوائر موجودة على المستقيم KN، يكون معنا:

$$\measuredangle QAB = \measuredangle DIB = \frac{\pi}{2}$$ ، إذاً $$\measuredangle IDB = \measuredangle AQB$$ ؛

كذلك:

$$\measuredangle KAB = \measuredangle DLB = \frac{\pi}{2}$$ ، إذاً $$\measuredangle AKB = \measuredangle LDB$$ ؛

لكن، وبما أن I هي في وسط القوس BL يكون معنا إذاً:

$$\measuredangle LDB = \measuredangle 2IDB ;$$

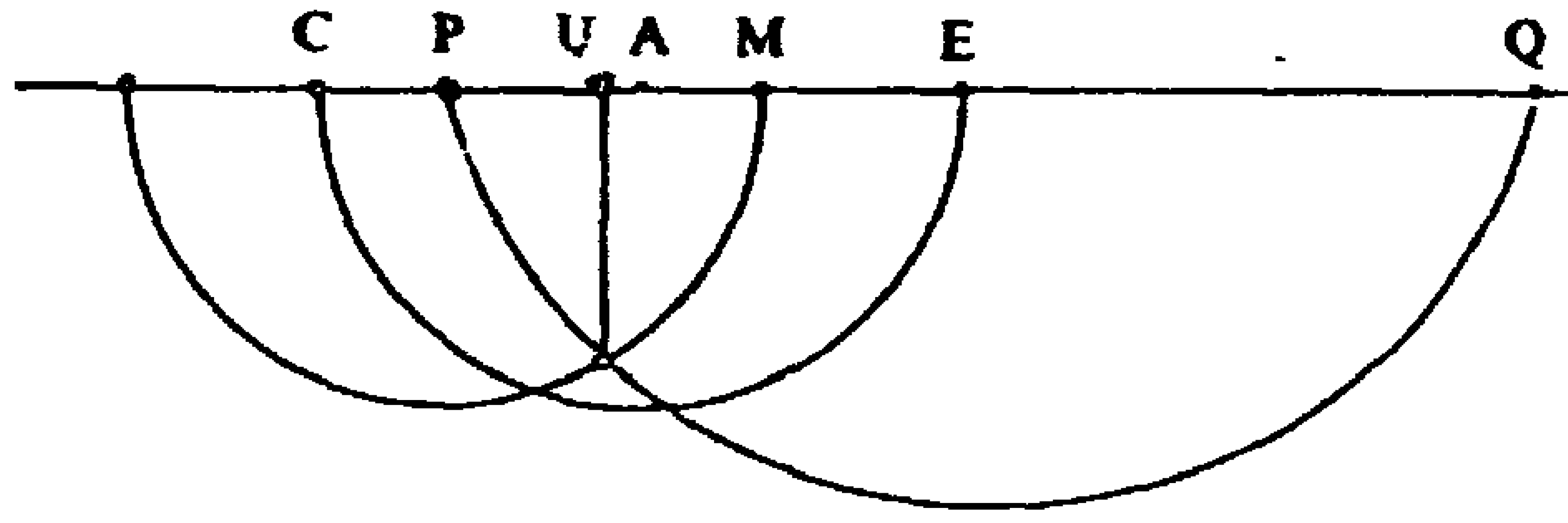
إذاً: $\measuredangle 2AQB = \measuredangle AKB$ ، إذاً $\measuredangle KBQ = \measuredangle AQB$ و $KB = KQ$.

زيادة على ذلك، فالمثلث PBQ هو قائم في B، إذاً $KP = KQ$. والمستقيم KN هو وسيط المقطع PQ، لذلك كل دائرة تمر بالنقطتين P و Q، يكون مركزها على KN.

وهكذا بغية اسقاط نقطة M منسوبة لأفق معروف H، نسقط الدائرة الموازية لِـH والمارة في M على مستوي الاسطرلاب، وكذلك نسقط الدائرة IMG التي تمر في قطبي الأفق H وهما I و G. نحصل، في الاسطرلاب، على الدائرة الموازية، بارتفاع معروف، وعلى دائرة السمت. تمر هذه الأخيرة في نقطتين من الاسطرلاب، لا تتعلقان إلا بالأفق H. فاسقاط النقطة M يكون إحدى نقطتي تقاطع الدائرتين المذكورتين.

لنلاحظ أنه في المستوي الاستوائي، وهو مستوي الاسطرلاب، يكون معنا في هذه الحالة الشكل التالي.

الشكل رقم (٣ ـ ١٧)



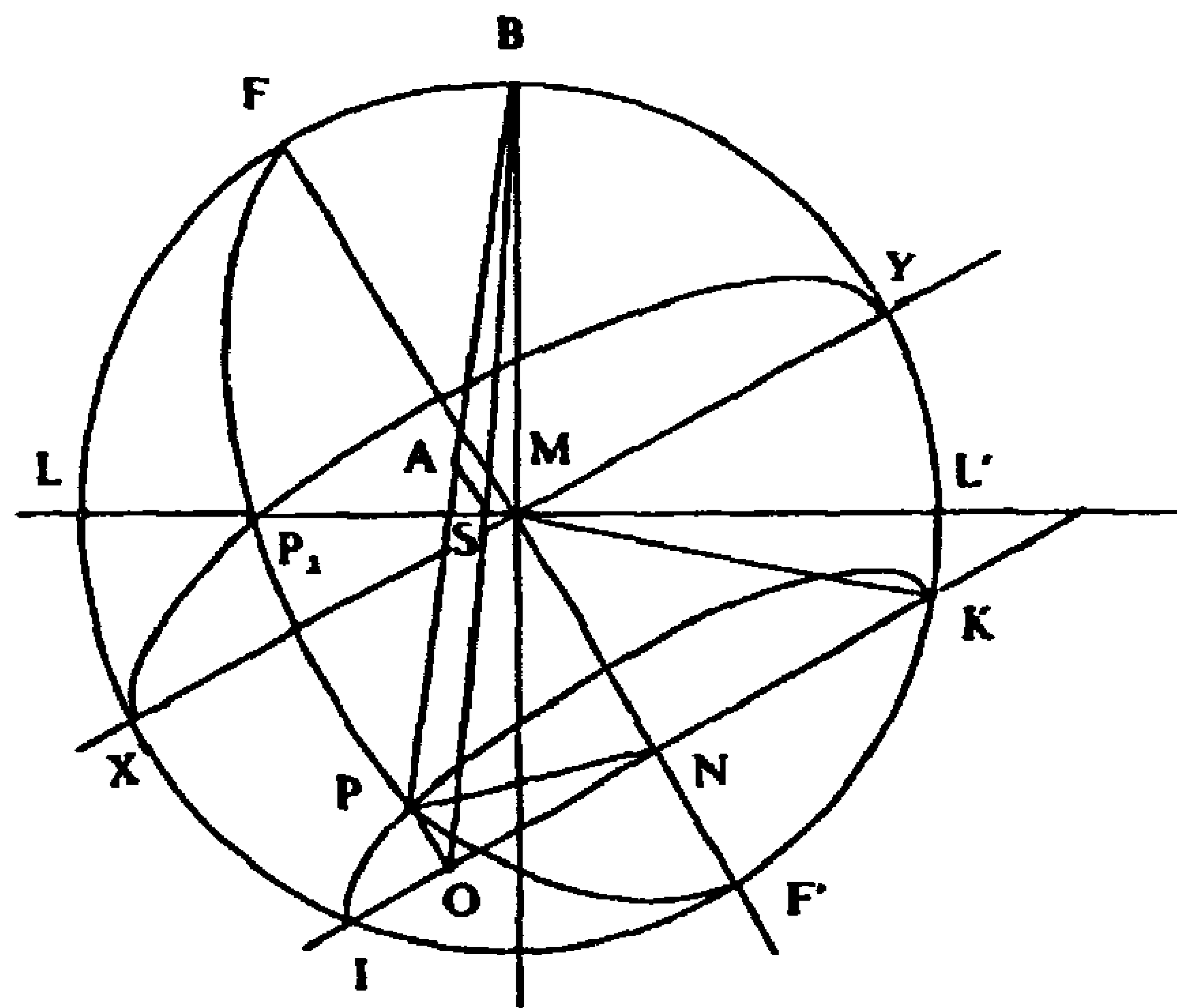
وهكذا تُقرن بكل دائرة تمر في قطبي الأفق G و I، دائرة على الاسطرلاب، تمر في النقطتين P و Q، هما بالتوالي اسقاطي G و I، وتكون N اسقاط النقطة S المنتقاة على دائرة قطرها KL لتحديد الدائرة GSI.

وتصبح جميع الإنشاءات الضرورية لانهاء الاسطرلاب ممكنة عندما نعرف مركز الكرة وقطرها، على مستوي الاسطرلاب.

هاتان هما المسألتان اللتان ترجع إليهما عامة المسائل المطروحة في المقالة الثانية.

لنتناول الآن من هذه المقالة، فصلها السادس المقتصر على مسألة واحدة: نأخذ الاسطرلاب الموافق لأفق معروف؛ A هي اسقاط نقطة P محددة بالنسبة إلى هذا الأفق، أي بسمتها وارتفاعها؛ نعرف القطب B وهو مركز الاسقاط؛ ويُطلب صنع الاسطرلاب، لتدقيق معطيات هذه المسألة، لننظر ملياً في الشكل.

الشكل رقم (٣ ـ ١٨)



لتكن النقطة P، على الكرة ذات المركز M والقطب B، منسوبة لأفق معروف XY؛ P هي تقاطع دائرتين: دائرة ارتفاعها h معروف، وقطرها IK، ودائرة السمت، وقطرها FF′، حيث F و F′ هما قطبا الأفق. نعرف إذاً مستوي خط الزوال BFLIK والقوس $IP = \measuredangle INP = \alpha$، والمحدد بالسمت؛ معنا: القوس P_1P = القوس XI = القوس YK = الزاوية $MKN = h$؛

وكذلك معنا: $\measuredangle YMH = \measuredangle MHN = \measuredangle BMF = \beta$، بُعد زاوية القطبين.

هدف القوهي هو إذاً في هذه المسألة تبيان أنه إذا عُرفت النقطة A، وهي اسقاط P على مستوي الاستواء، والنقطة B والمعطيات الثلاثة α، h و β، فيُمكن عندئذ تحديد النقطة M، وبالتالي إنشاء الدائرتين CAD و EAG وهما اسقاطي الدائرتين: دائرة ارتفاعها معروف ودائرة السمت.

بموجب التحليل نفترض أننا نعرف على سطح الاسطرلاب دائرتين CAD وEAG (الشكل رقم (١٦) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). وهما اسقاطا الدائرتين IPK وFPF′ ومركز الإسقاط هو B. وينطبق على مستوي شكل النص، وهو مستوي خط الزوال BLIK ذو المركز M، مستوي الاستواء، وفق المستقيم LM، ومستوي IPK، وفق المستقيم IK. فالزاوية MKN معروفة؛ فهي تساوي الارتفاع المعروف؛ إذاً:

$$\frac{MN}{MK} = \sin h \quad \text{و} \quad \frac{IK}{MK} = \frac{2NK}{MK} = 2\cos h.$$

يشكل الأفق المعروف مع مستوي الاستواء، زاوية معروفة؛ لتكن $\measuredangle MHN = \beta$. هذه الزاوية هي متممة لارتفاع القطب فوق الأفق XY، أي لخط عرض المكان المعتبر.

فالنقطتان S و O، وهما على التوالي موقعا العمودين من A على CD ومن P على IK، وهما على المستقيم نفسه مع B، لأن AS و PO هما العمودان الساقطان من A و P على خط الزوال. والقوس IP معروف: القوس IP = الزاوية $INP = \alpha$، إذاً:

$$\frac{NO}{KN} = \frac{NO}{NP} = \cos \alpha ;$$

لكن: $\frac{KN}{NM} = \text{cotg } h$ إذاً: $\frac{ON}{NM} = \cos\alpha \text{ cotg } h$،

معنا $\sphericalangle NMU = \sphericalangle MHN = \beta$، إذاً $\frac{MN}{NU} = \text{cotg } \beta$،

إذاً يكون معنا: $\frac{ON}{NU} = \frac{\cos\alpha \text{ cotg } h}{\text{tg } \beta} = k$،

عندئذ: $\frac{OU}{UN} = \frac{ON}{NU} - 1 = k - 1$،

وكذلك: $\frac{OU}{ON} = \frac{OU}{UN} \cdot \frac{UN}{ON} = \frac{k-1}{k}$،

معنا: $\frac{OU}{UM} = \frac{OU}{UN} \cdot \frac{UN}{UM} = (k-1). \sin\beta$؛

ومن جهة أخرى:

$$\frac{OU}{MB} = \frac{OU}{ON} \cdot \frac{ON}{NK} \cdot \frac{NK}{MB} = \frac{k-1}{k} \cos\alpha . \cos h;$$

نستنتج من ذلك أن $\frac{UM}{MB}$ و $\frac{UB}{OU} = \frac{MU}{OU} + \frac{MB}{OU}$ هما نسبتان معروفتان.

لكن الزاوية OUB معروفة بـ $\sphericalangle OUB = \frac{\pi}{2} + \beta$، ومعروف إذاً شكل المثلث OUB؛ ومعروفة كذلك النسبة $\frac{UB}{OB}$ والزاوية UBO وشكل المثلث القائم الزاوية BMS؛ وتصبح حينها النسبتان $\frac{MB}{BS}$ و $\frac{MS}{MB}$ معروفتين، فنستنتج أن النسبتين:

$$\frac{UB}{BS} = \frac{UB}{MB} \cdot \frac{MB}{BS} \quad \text{و} \quad \frac{OB}{BS} = \frac{OB}{UB} \cdot \frac{UB}{BS}،$$

معروفتان. لكن:

$$\frac{OP}{AS} = \frac{OB}{BS} \quad \text{و} \quad \frac{OP}{BM} = \frac{OP}{NP} \cdot \frac{NK}{MK} = \sin\alpha . \cos h;$$

إذاً $\frac{BM}{AS}$ معلومة. وبما أن $\frac{BQ}{AQ} = \frac{BM}{AS}$ ؛ فالنسبة $\frac{BA}{AQ}$ معلومة.

وبما أن النقطتين B و A معروفتان، فالنقطة Q معروفة أيضاً.

وكذلك $\frac{QB}{AB}$ التي تساوي $\frac{QM}{MS}$ ؛ فنستنتج أن $\frac{MS}{MB} \cdot \frac{QM}{MS} = \frac{QM}{MB}$ معروفة، والزاوية BQM معروفة، والزاوية BMQ قائمة. والنقطة M معروفة.

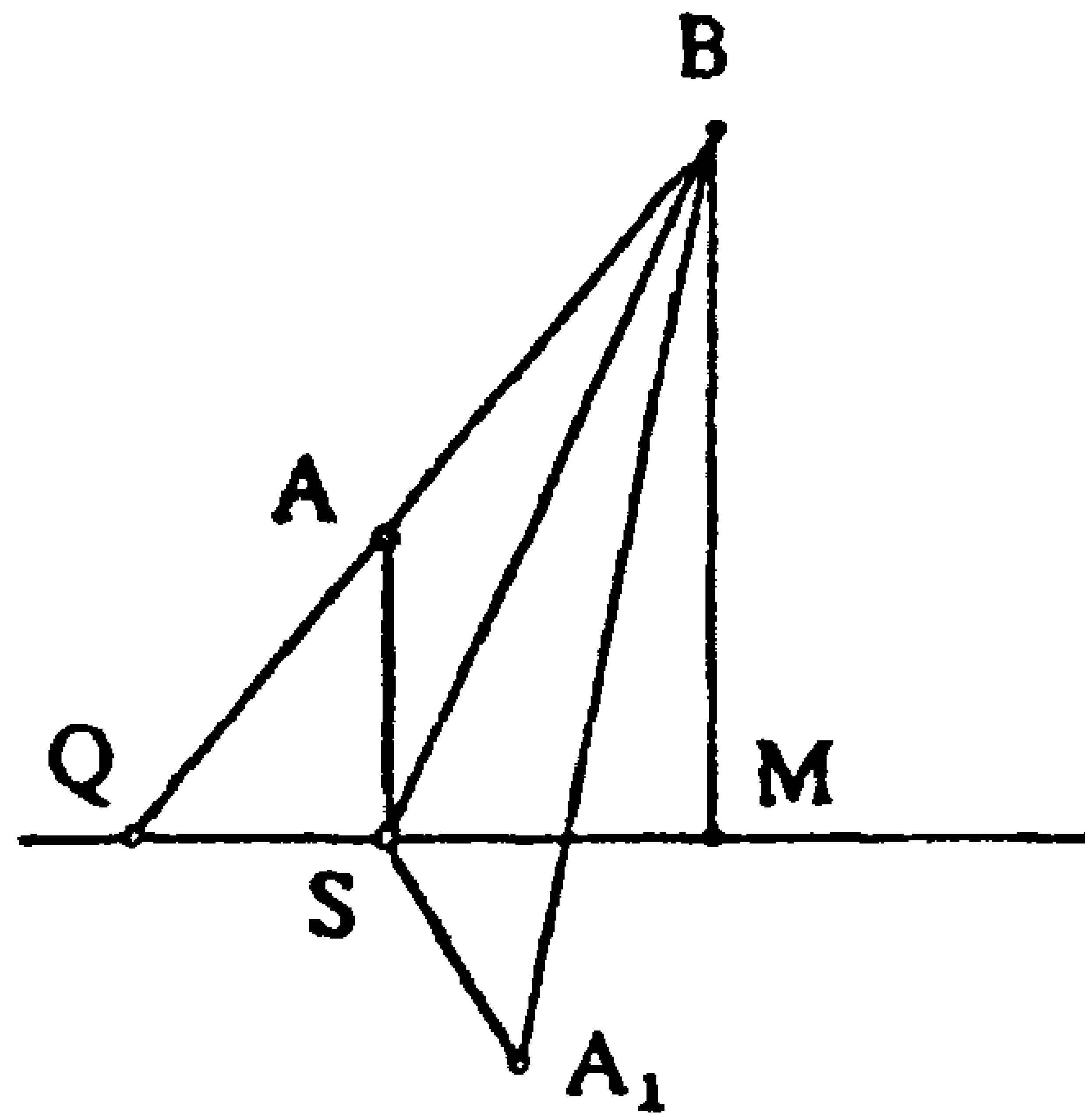
برهن القوهي إذاً بالتحليل، أنه إذا عُرفت في مستوي الشكل ـ وهو هنا مستوي خط زوال الأفق المعروف ـ نقطتان A و B وإذا مُيزت المعطيات بمسافات

زوايا ثلاث α، h و β، عندها يُعرف موضع النقطة Q على المستقيم AB، لأن النسبة AQ/AB معروفة، وكذلك موضع النقطة M، لأن $\measuredangle BMQ = \pi/2$ والنسبة MB/MQ معروفة أيضاً.

بما أننا نعرف الدائرة (M, MB) والقطر MQL، تصبح الإنشاءات ممكنة لكل النقط التي تكون مماثلاتها منسوبة للأفق نفسه.

نلاحظ أن القوهي في تحليله قد افترض أن الشكل يقع في مستوي خط زوال الأفق المعروف، وحصل على النقطة A انطلاقاً من نقطة معطاة في مستوي الاسطرلاب ـ سنسميها A_1 ـ وذلك بانطباق هذه النقطة على مستوي خط الزوال (انظر ما سيأتي لاحقاً). ففي صياغة المسألة ينبغي اعتبار النقطتين A_1 و B معروفتين فتكون المسافة إذاً A_1B. هنا يفترض القوهي معرفة المقطع AB. فلنبرهن أنه متى عُرف A_1B يُعرف AB فيكون استدلال القوهي حينها سليماً.

الشكل رقم (٣ ـ ١٩)



معنا: $SA = SA_1$ و $SA \perp MS$ و $SA_1 \perp MS$.

غير أننا برهنا بأن النسبتين $\frac{BM}{AS}$ و $\frac{BM}{BS}$ معروفتان؛ فتكون $\frac{BS}{AS}$ معروفة أيضاً وكذلك $\frac{BS}{A_1S}$. للمثلث BSA_1 القائم في S، إذاً شكل معروف لكن الطول BA_1 مُعطى، إذاً الطول BS معروف. من جهة أخرى $\frac{BS}{AS}$ معروفة

وتشكل $\measuredangle SBM = \measuredangle BSA$ زاوية معروفة، لأن المثلث BSM ذو شكل معروف؛ المثلث BAS هو إذاً ذو شكل معروف؛ وبما أن BS معروف، يكون الطول BA معروفاً أيضاً.

ومن الممكن انطباق مستويي خط الزوال والاسطرلاب؛ عندها تمثّل B انطباق القطب. وتكون النقطتان A و B في مستوي الاسطرلاب، وطول المقطع AB معروفاً. هذه هي بالدقة معطيات ابن سهل للتركيب.

وكما سبق وذكرنا، يعود التركيب هنا لابن سهل الذي ينطلق من مثلث ما MAB فيفترضه معروف الشكل. وينتج هذا على أساس مباشر من نتائج القوهي، فالنسبة BA/BQ معروفة، وشكل BMQ هو معلوم.

ولنتفحص التركيب في نص ابن سهل:

نستنتج من تحليل القوهي أنه، إذا كانت B قطباً، و A الاسقاط المعروف، و G مركز الاسطرلاب[١٨] (الشكل رقم (٧) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، يكون شكل المثلث ABG معلوماً، أي أنه محدد بتشابه ما. ينطلق عندئذ ابن سهل من دائرة ذات مركز E، تمثل النقطة C عليها القطب، وينشىء، في حال أفق ذي خط عرض معطى، الاسقاط F لنقطة P_1 لها احداثيات P نفسها؛ وبحسب تحليل القوهي، يكون المثلث المنشأ CEF مشابهاً للمثلث ABG المطلوب. فيصبح انشاء النقطة G، مركز الاسطرلاب، فورياً: A و B معلومتان وكذلك الزاويتان $\measuredangle FCE = \measuredangle ABG$ و $AB/BG = CF/CE$.

بمعرفتنا الدائرة (GB, G) والنقطة التي تمثل القطب B، يمكننا تمثيل الاسقاط على الاسطرلاب لأية نقطة من الفلك.

بالإضافة إلى تركيب هذه المسألة، يعطي ابن سهل، بالتركيب أيضاً، برهان مقدمات لم يبرهنها القوهي إلا بالتحليل.

وكما رأينا، شكّل صنع الاسطرلاب، وما أثاره من مسائل نظرية وتقنية حول التمثيل الدقيق للفلك، أساساً للأبحاث الأولى حول الاسقاطات ابتداءً من

(١٨) كما في تحليل القوهي، إذا كان المستوي هو مستوي الاسطرلاب، نحصل على النقطة B انطلاقاً من القطبين عن طريق انطباق مستوي خط الزوال على مستوي الاسطرلاب. انظر الملاحظات الاضافية للفصل السادس من رسالة القوهي.

القرن التاسع. وقد قادت هذه الأبحاث، بعديدها واندفاعها، الرياضيين قبل انتهاء القرن العاشر، إلى إدراك فصل جديد في الهندسة. فبفضل تبيانهم العناصر الهندسية الكامنة في صنعة الاسطرلاب، ومقارنتهم مختلف مناهجها، وتساؤلهم حول تجانس مختلف الاسقاطات التي اتُّبعت، توصل الرياضيون إلى اعتماد الاسقاطات موضوعاً للدراسة، ومجالاً خاصاً للبحث. وقد قام القوهي وابن سهل بدور أساسي في ختام هذه العملية. فهل كانا المبادران بتحديد هذا المجال باطلاقهما الواضح لوجهة النظر الإسقاطية؟ الرد بالايجاب محتمل جداً. ومهما يكن، فمن البديهي كون رسالة الأول هندسية محضة، ولا يقل شرح الثاني هندسية عنها.

لكن، ماذا تعني، في هذا السياق، كلمة «هندسي»؟ لقد جئنا على ذكر اكتشاف النظرة الاسقاطية، فباتت هذه الكلمة تعني، منذ الآن، دراسة الاسقاطات الاسطوانية والمخروطية للكرة، وللكرة وحدها؛ بنقاطها، وأقطارها، ودوائرها، والأشكال المرسومة عليها. تبدأ رسالة القوهي، تماماً كمناقشة ابن سهل، وقد بات ذلك واضحاً بعرض لهذه الاسقاطات ولخصائصها بمعزل عن الاسطرلاب، لتنتقل بعدها إلى المسائل المحلولة بالاسقاط التسطيحي، والتي كان يمكن طرحها، على الأقل نظرياً، في معرض صناعة الآلة واستعمالها. إن فصل هذا العرض إلى قسمين مستقلين خُصّص **أولهما** بكليته للاسقاطات، ولكن للكرة وحدها، في حين عالج **الثاني** المسائل المتعلقة بالاسطرلاب، يبيّن جلياً حدود استقلال هذا المجال عن الميدان الذي نشأ منه. شيء آخر من تراث هذا الميدان بالذات هو المكانة الخاصة التي تحتلها المسألة المعكوسة: فبدلاً من الانطلاق من الكرة المسقطة، ننطلق بالعكس من تمثيلها. هكذا كان مسعى القوهي وابن سهل.

من الجلي إذاً أن كلمة «هندسي» تعني هذه الدراسة الاسقاطية للكرة، التي تشكل منذ الآن فصلاً جديداً في الهندسة؛ فصل يتميز بلغته وطرق البرهان فيه. فلغته خليط تمتزج فيه مفردات نظرية النسب، أي لغة الهندسة التقليدية، بمصطلحات تدل بعد الآن على المفاهيم الاسقاطية. وأما البراهين التي تندمج فإنها تتألف من مقارنات النسب والاسقاطات والانطباقات. وعلى سبيل المثال، عندما أثبت القوهي الخاصة التالية: كل دائرة مرسومة على الكرة، ولا يحتوي مستويها على القطب يقابلها في الاسقاط التسطيحي دائرة في مستوي الاسقاط، والعكس صحيح. لقد استخدم القوهي القضية ١، ٥ من **المخروطات** لأبولونيوس، وهي

القضية التي تدرس تقاطع مخروط دائري القاعدة مع مستوٍ، في حال كان مستوي القاعدة والمستوي القاطع مستويين مضادين للمتوازي. إن فكرة التعاكس لا تمسّ ابن سهل أكثر مما تمسّ القوهي، ولا واقع اقتصار الإسقاط التسطيحي على تعاكس في الفضاء. لكن القوهي استخدم وبكثرة، في عملية الانشاءات الهندسية المستوية، تقنية الانطباق. ذلك أن حلّ ما طرحه من مسائل لا يستلزم اللجوء إلى خصائص التعاكس ـ كالمحافظة على قيم الزوايا ولا سيما التعامد، كالحالة التي نحن بصددها ـ بل عن طريق الخاصة القائلة بتواجد نقطة ما ومثيلتها وقطب الاسقاط على مستقيم واحد.

وهكذا وُلد هذا الفصل الذي صممه القوهي وابن سهل، فصل انبثق من مسائل الاسطرلاب التي كان قد بُدىء بالإجابة عنها قبل أكثر من قرن؛ فصل تميز بمجاله ولغته، وبطرق البرهان التي استعملت فيه. ولن يتوانى خلفاء هذين الرياضيين ـ كالبيروني ـ عن العودة إلى فصل الهندسة الاسقاطية هذا.



هكذا شهدنا بروز شخصية كانت مجهولة حتى الأمس القريب: ابن سهل المهندس والعالم. إن أهمية مساهمة هذه الشخصية في علم الانكساريات شاهدة على عمق جهلنا بتاريخ البصريات في فترة كانت تبدو وكأنها معروفة جيداً. يبدو عطاء ابن سهل الرياضي أقل وهجاً إذا ما قارناه بنتاجه في علم الانكساريات، لكن هذا الرأي لا يلبث أن يتبدَّد، جزئياً على الأقل، بعد تفحّصنا المتعمق بكتاباته الهندسية. فالآثار المتبقية من كتاباته الضائعة، وما وصلنا من مذكراته، وما استطعنا إعادة تكوين محتواه، شاهدة للدلالة على كونه شخصية مركزية في النصف الثاني من القرن العاشر هذا.

وتسمح لنا هذه النصوص بتبيان أهم مجالات البحث الهندسي وأكثرها تقدماً في تلك الحقبة؛ كما تكشف لنا كوكبة من الرياضيين ذوي المكانة أمثال القوهي والسجزي؛ كما أنها، أخيراً، تضع في المكان الصحيح من التاريخ أعمال خلفائهم المباشرين، ولا سيما أعمال ابن الهيثم.

ولكونه أرخميدسياً، اشتغل ابن سهل الحسابات المتناهية الصغر. وفي مدرسة أبولونيوس تابع البحث في نظرية المخروطات وفي التحليل الهندسي. وشارك أخيراً في تأسيس فصل من الهندسة الإسقاطية للكرة. لقد استوعبت هذه المجالات

نشاط الهندسيين الطليعيين في تلك الحقبة، كالقوهي، لكن أعمال ابن سهل لا تتميز باتساعها فحسب، بل، وبشكل أساسي، بعمق ما حملته من أفكار غالباً ما كانت متجددة وباتقان الصياغة في نصوص موجزة.

وعلى الرغم من تعذر حصولنا حتى الساعة على أعمال ابن سهل حول الحسابات المتناهية الصغر، إلا أنها تضيف طولاً إلى لائحة كنا نحسب أنها مقفلة، وهي لائحة الأرخميدسيين العرب الجدد. وتدفعنا عناوين هذه الأعمال وأسلوب ابن سهل ذاته ووضعها التاريخي، للتساؤل عن ماهية محتواها. فلماذا عاد ابن سهل إلى قياس القطع المكافىء بعد علماء بمكانة ثابت بن قرة، والماهاني، وابراهيم بن سنان؟ أو يكون قد وجد برهاناً أنيقاً وموجزاً يعتمد على مجاميع تكاملية كما فعل معاصره القوهي وخليفته ابن الهيثم لمنحنيات أخرى؟ عناصر كثيرة تحثّنا على تفضيل تخمين كهذا. ويتبادر إلينا تساؤل مشابه في ما يخص مركز الثقل، وذلك في ضوء معرفتنا باهتمام أسلافه ومعاصريه بهذه المسائل.

في ما يخص نظرية القطوع المخروطية، بحث ابن سهل عن تحسين عمل أبولونيوس في نقطة واحدة، وهي القسمة التوافقية. وكمعاصريه، القوهي والسجزي، قام بدراسة الرسم المتواصل للقطوع المخروطية، كما اهتم بخصائصها البصرية. لقد حللنا بالتفصيل مساهمته في التحليل الهندسي، ولا سيما برهانه لمقدمة أرخميدس، التي كانت، كما رأينا، موضعاً لجدال اشترك فيه معاصروه: أبو الجود بن الليث، السجزي والشني. وأخيراً لقد بينّا كيف أن هذا الهندسي المهتم بصورة رئيسية بنظرية القطوع المخروطية والتحليل الهندسي، قد شارك في إعداد الفصل الخاص بطريقة الاسقاطات.

ولاتمام صورة هذا الهندسي من مدرسة بغداد في النصف الثاني من القرن العاشر هناك سمتان أخريان تتعلق أولاهما بالروابط القوية ما بين البحث الهندسي والبحث في العلوم الأخرى، وهي هنا البصريات وعلم الفلك، فلقد وُضعت في خدمة البصريات نتائج دراسة الرسم المتواصل للمنحنيات، والخصائص البصرية للمخروطات، في حين أن دراسة اسقاطية الكرة قد انبثقت من مسائل نجمت عن صناعة الاسطرلاب. ولم ينحصر هذا المظهر التطبيقي للهندسة، إذا صحّ القول، بابن سهل، بل شمل أعمال هندسيين معاصرين له كالبوزجاني، والقوهي، والصاغاني. . .، وسيزداد هذا المنحى لاحقاً ليتجسد بصورة أساسية ورئيسية عند ابن الهيثم.

أما بالنسبة إلى ثاني هاتين السمتين فإنها تتعلق بوسط علماء الهندسة الذي ترعرع فيه ابن سهل: تحديات، ومراسلة، وتعاون حر أو «اضطراري»؛ هكذا سمات توحي خصوصاً بالوسط العلمي الأوروبي بعد سبعة قرون.

إن الدراسات الاجتماعية لعلم ذلك العصر هي غير كافية لإعطاء أي تأكيد نهائي. نذكّر ببساطة، وفي الحالة التي تشغلنا هنا، أن اثنتين من كتابات ابن سهل الثلاث التي وصلتنا قد أُعدّتا جواباً عن سؤال طرحه طرف ثالث. فدراسة المسبّع في الدائرة جاءت جواباً عن طلب السجزي، ويبدو أنه جرى تداولها في المراسلة بين الرياضيين؛ وقد أكمل عمل ابن سهل هذا معاصروه، كابن الليث، والقوهي، والصاغاني، فيما تابع هو نفسه بحث القوهي في فصل آخر. تشير كل الدلائل إلى أن البحث الهندسي لابن سهل انتشر في قلب حاضرة علمية ناشطة، وحاشدة ومعززة بسلطة البويهيين.

الفصل الرابع

المؤلفون والنصوص والترجمات

أولاً: ابن سهل

١ ـ ابن سهل وعصره

أبو سعد العلاء بن سهل هو رياضي من النصف الثاني للقرن العاشر. ارتبط مصيره ارتباطاً وثيقاً بأسرة البويهيين: عاش في ظل حكمهم، وأهدى بالكلمات التي نعرفها، كتابه الرئيسي، إلى ابن عضد الدولة وخليفته المشهور: صمصام الدولة.

وعلى الرغم من الصراع الدائم للسيطرة على السلطة في ذلك العصر، فإننا نشهد، تحت سلطة البويهيين، مسيرة مظفرة للآداب والعلوم؛ مسيرة لم نجد، حتى الآن، أي كتاب يشرح طريقة تنظيمها للنشاطات الأدبية والعلمية الكثيفة هذه ويفسر أسبابها الاجتماعية. إن كتاباً كهذا سيوضح لنا على الأخص، حدثين فريدين ومتناقضين. ففي حين لم تعد السلطة المركزية، أي سلطة الخلفاء، سوى ظل خاضع لقانون الحرس الامبراطوري، انصرف المثقفون إلى الدراسة المتواصلة للآداب والفلسفة والعلوم والرياضيات. ومن جهة أخرى، لم يؤد نشوء الدويلات، على أنقاض الخلافة، وما أدى إليه من منازعات مسلحة وصراعات سياسية، إلى تدمير إنجاز الخلفاء العباسيين الأوائل في القرن التاسع، بل إنه وسعه ونماه. فإذ بالأمراء والوزراء والأعيان لا يتوانون مطلقاً عن تقديم الدعم للنشاط الفكري والعلمي، بل ويرسخون الممارسات القديمة: فاستمر تأسيس المكتبات والمستشفيات والمراصد[1]؛ واستمرت حماية الإنتاج الفكري وتشكلت جماعات ومدارس غالباً ما

---

(١) بخصوص هذا الامتداد الثقافي، يمكننا مراجعة: A. Metz, *Die Renaissance des Islams*, ed. by H. Reckendorf, 2 vols. (Heidelberg: [n. pb.], 1922), and J. L. Kraemer, *Humanism in the Renaissance of Islam* (Leiden: E. J. Brill, 1986).

تبارت في ما بينها في مختلف العلوم؛ واستمر أخيراً تطوير المجلس من حيث كونه شكلاً مبتكراً للقاء والتبادل الأدبي والعلمي، يجري في صالة تضم الخليفة وأمراء ووزراء وأعياناً بمن فيهم العلماء أنفسهم[٢]. هذه الأشكال التي ذكرنا بإيجاز بها، تضاعفت مع الانهيار الفعلي للخلافة، واشتدت، على الأقل، بمقدار ازدهار الطبقات المتوسطة في المدن والأرياف؛ هذه الطبقات التي يتفق الجميع على الاعتراف بأهميتها في المجتمع الإسلامي. ومن بين الأسباب الأخرى لهذا الانتعاش، حاجة الأسر والسلطات الجديدة التي تقاسمت العالم الإسلامي إلى أن تكلل رؤوسها بهالة من الاحترام العائد لرجالات الأدب والعلم. ولم تكن هذه الحاجة محض شكلية، بل عبّرت عن حاجة أعم لتثبيت شرعية هذه السلطات الجديدة، وخصوصاً في حال انتمائها إلى أقليات سياسية ودينية، كالبويهيين الذين كانوا من الشيعة.

وكان عضد الدولة أول البويهيين الذين استطاعوا بسط سلطانهم على بلاد واسعة تشمل العراق بأكمله وغرب إيران. ولقد كان أول من استحصل، في تاريخ الإسلام، من الخليفة نفسه على لقب «ملك». وتُبيّن قراءة متأنية للتاريخ محاولته إعطاء سلطة البويهيين العائلية بُعداً امبراطورياً، على الرغم من رغبته بعدم خلع الخليفة أو القطع مع نظام الخلافة. وكان للخطوة التي خطاها أهمية سياسية كبرى ارتبطت بالاصلاحات العمرانية والنقدية على ما تناقله مؤرخو تلك الحقبة[٣]. ويجمع هؤلاء على الاعتراف باهتمامه بالثقافة والعلوم وبميله إلى دعم

---

(٢) كان بعض هذه المجالس الأدبية والعلمية مشهوراً جداً، كمجالس الوزراء: ابن العميد، وزير والد عضد الدولة، والصاحب ابن عباد، وزير أخوي عضد الدولة على التوالي، مؤيد الدولة ثم فخر الدولة، وابن سعدان، وزير ابنه صمصام الدولة. وبإمكاننا هنا ذكر مجالس أخرى. يصور لنا الأديب أبو حيّان التوحيدي بعض المشاهد من هذه المجالس وينقل بعض المناقشات الشهيرة في كتابه **الإمتاع والمؤانسة** الذي نشره أحمد أمين وأحمد الزين. انظر: M. Bergé, *Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī* (Damas: Institut français de Damas, 1979), pp. 52 sqq.

كما كان للعلماء مجالسهم ايضاً. وهكذا كان عيسى بن علي الاسطرلابي يعقد، بحسب شهادة التوحيدي، مجلساً يجمع من بين آخرين، الفهرس وكاتب السير ابن النديم والفيلسوف يحيى بن عديّ. انظر: Bergé, Ibid., p. 55, no. 1.

(٣) انظر مثلاً: ابو شجاع الروذرواري، «ذيل كتاب تجارب الأمم،» تحرير وترجمة هـ. ف. امدروز ود. س. مرغوليوث، في: *The Eclipse of the Abbasid Caliphate* (Oxford: [n. pb.], 1921), vols. 3 and 6, pp. 67 sqq;

ابو الفرج عبد الرحمن بن علي بن الجوزي، **المنتظم في تاريخ الملوك والامم**، ١٠ ج (حيدرآباد الدكن: دائرة =

العلماء[٤]. وكان النقاش في مجلسه لا يقتصر على مجال الآداب وحسب، بل ويشمل الهندسة أيضاً[٥]. كما وضعت في عهده، وبناء على طلبه، مؤلفات عدة في اللغة والطب والرياضيات. ولم تكن هذه السمة خاصة به، بل ميّزت ممارسة عامة ذلك العصر؛ فوزير والده، ابن العميد، مثال آخر على ذلك، وكذلك ولداه، صمصام الدولة وشرف الدولة ووزراؤهما. وكان مجلس وزير صمصام الدولة، ابن سعدان، يضم الفيلسوف الهلينستي ابن زرعة، والفيلسوف المسيحي يحيى بن عدي، والفيلسوف ابن مسكويه، والرياضي أبو الوفاء البوزجاني، والأديب وكاتب الرسائل، أبو حيان التوحيدي من بين آخرين[٦].

وتشهد سمتان أخريان ما للنشاط الفكري من أهمية في ذلك العصر، وتتجسدان في تعدد قصور الحكام والمراكز العلمية، وهما تنقّل رجال الأدب والعلماء، والمراسلة الأدبية والعلمية. وقد أضحت هذه المراسلة نهجاً متجذراً، حتى إن بعض المذكرات أُلّفت، في حقل الرياضيات مثلاً، رداً على أسئلة طرحها أحد الرياضيين من مركز آخر. في هذا العصر وفي هذا الوسط عاش ابن سهل، وكتب وراسل. وإذا ما أتينا إلى سيرة حياته نفاجأ، ولا نلبث أن نشعر بالخيبة:

= المعارف العثمانية، ١٣٥٧ ـ ١٣٥٩هـ/١٩٣٨ ـ ١٩٤٠م)، وخصوصاً ج ٧، ص ٩٨ وما بعدها، وأبو الحسن علي بن محمد بن الاثير، **الكامل في التاريخ**، تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ، ١٢ ج (ليدن: بريل، ١٨٥١ ـ ١٨٧٦)، ج ٩، ص ٢٢.

(٤) كذلك، يذكر الروذرواري ص ٦٨ كيف إن عضد الدولة جذب العلماء وناقشهم في جميع الأمور المختلفة مشجّعاً على تأليف الكتب في العلوم المختلفة كالقواعد اللغوية والطب والرياضيات. يذكر أيضاً بأنهم ألّفوا تحت سلطته في العلوم مؤلفات عدة منها الكتاب الذي يحمل اسمه في الطب ـ **الكتاب العضدي** ـ لأبي علي المجوسي كذلك نصوص في الرياضيات. يؤكد ابن الجوزي في: المصدر نفسه، ص ١١٥ بأن عضد الدولة درس نفسه الرياضيات والقواعد اللغوية.

يذهب ابن الأثير في الاتجاه نفسه، راوياً انهم ألفوا له كتباً عدة وبأنه مؤسس المستشفى الشهير. انظر: ابن الأثير، المصدر نفسه، ص ٢١ ـ ٢٢. كتب شاهد العصر المقدّسي: «عرف علوماً عدّة وتعمّق في التنجيم»، انظر: Muhammad Ibn Ahmad al-Muqaddasī, *Kitāb Ahsan al-Takāsīm fī ma'rifat al-akālim*, edited by Michael Jan de Gœje, Bibliotheca Geographorum Arabicorum; 3, 2nd ed. (Leiden; Leipzig: [n. pb.], 1906), p. 350,

وهو يعطي وصفاً مفصّلاً للانشاء، والتنظيم الإداري، وجداول لمكتبته، عندما كان لا يزال في شيراز.

(٥) انظر مقدمة كتيب القوهي المسبّع المنتظم في دائرة، في: القوهي، **رسالة في عمل المسبع المتساوي الاضلع في دائرة معلومة** (باريس، المكتبة الوطنية) مخطوط رقم ٤٨٢١، ص ١٧ظ ـ ٢٣و وما بعدها.

(٦) انظر خاصة رواية السهرات الأولى لأبي حيّان التوحيدي، انظر:
Bergé, *Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī.*

فالمعلومات نادرة، وغير موجودة تقريباً. ونستغرب، إضافة إلى ذلك، عدم ذكر المفهرس المشهور ابن النديم له، وهو معاصر له وأحد المترددين إلى مجلس ابن سعدان حيث كان ابن سهل، من دون شك، معروفاً. فهو لا يروي شيئاً، لا عن الرجل ولا عن إنجازه. ولم يظهر بعد ذلك الحين، في الأعمال المتعلقة بالسيرة والفهرسة أو بالتاريخ أي أمر يمكّن من إنارتنا. ولم يبق لنا سوى شهادات غير مباشرة صادرة عن بعض رياضيي ذلك العصر.

وتتفق هذه الشهادات جميعها مع مخطوطات ما وصل إلينا من أعماله على اسمه وكنيته، فهو أبو سعد العلاء بن سهل. وللأسف، لا يحوي هذا الاسم ما يُمَكِّن من استشفاف بلد منشئه أو انتمائه الاجتماعي أو الديني، باستثناء صلة قد تربطه بابن سهل آخر، من العصر نفسه، وكان هذا الأخير منجّماً مهتماً بالرياضيات. ولكن عدم اثبات هذه القرابة يفقدها، حتى الساعة، أية قيمة تاريخية[7].

وبالمقابل، فمن كلمة إهداء كتابه عن الآلات المحرقة، نعرف أن ابن سهل قد كتبه حوالى العام ٩٨٥، في بغداد في أغلب الظن، أو على الأقل في العراق. وبالفعل فإن الملك صمصام الدولة، الذي أُهدي الكتاب إليه، اعتلى العرش وحكم بين سنتي ٩٨٢ و٩٨٦، أي خلال ثلاث سنوات وأحد عشر شهراً تماماً، كما ذكر المؤرخ ابن الأثير[8]. وقد عرف صمصام الدولة عهداً مزدهراً لم يتوان فيه، على غرار أبيه عضد الدولة، عن تشجيع العلوم، وكذلك فعل وزيره ابن سعدان. وفي عام ٩٨٦ خلعه أخوه شرف الدولة عن العرش، فسجنه وأفقده بصره، ليصبح عند خروجه من السجن كفيفاً أعمى، فيعاود الحرب ضد ابن أخيه، ليُقتل سنة ٩٩٨ من دون أن تطأ قدماه بغداد مجدداً. وقد نقل مؤرخو تلك الحقبة كالروذرواري ألمهم من تقلّبات قدره هذا[9]. وبما أن ابن سهل أهدى كتابه عن الآلات المحرقة

---

(٧) المقصود هو أبو الحسن بن سهل، من العائلة الفارسية الشهيرة بنو نَوبَخت. عرّب أبو الحسن عن الفارسية **نهج شهرياري** كما كتب في التنجيم. وجّه أبو الحسن نفسه سؤالاً إلى أبي الوفاء البوزجاني يتعلّق بنشر ثنائي الحد. وهاك ما كتبه البوزجاني: «طلب أبو بشر الحسن بن سهل المنجم برهاناً في جمع أضلع المربعات والمكعبات وفروقاتها...»، انظر: ابو الوفاء البوزجاني، **رسالة في جمع أضلع المربعات** (مشهد اسطان قدس، ٣٩٣)، ص ١ ظ. فإذا توصلنا يوماً لتبيان أن العائلة هي نفسها يكون مؤلفنا حينئذ سليل بني نوبخت العائلة الشيعية المثقفة منذ أجيال عدة. لكننا نشدد، أنه حتى الساعة لا شيء يجيز تأكيداً كهذا. انظر أيضاً: ابو الفرج محمد بن اسحق بن النديم، **الفهرست**، تحقيق رضا تجدد (طهران: [د.ن.]، ١٩٧١)، ص ٣٠٥ و ٣٣٤.

(٨) ابن الاثير، **الكامل في التاريخ**، ج ٩، ص ٤٩.

(٩) الروذرواري، «ذيل كتاب تجارب الامم،» ص ٣١٥.

للملك صمصام، يكون، من دون أدنى شك، قد قدّم له الكتاب أثناء وجوده على العرش في بغداد. خلال هذه السنوات ظل ابن سهل نشيطاً منتجاً في بغداد أو في مدينة عراقية أخرى. غير أن احتمال وجوده في بغداد لا يفيدنا بشيء عن أصله، إذ من الممكن أن يكون على السواء، من العراق أو من أية مقاطعة أخرى من المشرق الإسلامي فكثير من العلماء ـ أمثال البوزجاني، والقوهي، والكرجي وغيرهم في عصره ـ ومن الفلاسفة ـ أمثال السجستاني، يحيى بن عدي. . . ومن رجال الأدب، كأبي حيان التوحيدي، وحتى الشاعر أبو العلاء المعري، كانوا يتجهون إلى بغداد لكونها آنذاك المركز العلمي والفكري للعالم، وكان توجّه العلماء والمفكرين إليه بمثابة كلمة سر لكل الذين كانوا ينشدون المعرفة، إضافةً إلى المكانة الرفيعة أيضاً.

وانطلاقاً من الرياضي السجزي، وهو معاصر آخر له، تعرف أن ابن سهل قد حرّر كتيبه **في خواص القطوع المخروطية الثلاثة** قبل العام ٩٧٠. ففي هذا التاريخ، نسخ السجزي هذا النص بيده[(١٠)]. من جهة أخرى، نستدل من تاريخ **مسألة إنشاء المسبّع في الدائرة** أن ابن سهل كان، قبل هذا التاريخ بقليل، رياضياً معروفاً ونشيطاً. فعلى أساس رواية نقلها الرياضي الشني، كان أبو الجودبن الليث قد قدّم حلاً رديئاً لمسألة انشاء هذا المسبّع. فأراد السجزي، بعد تأكده من خطأ أبي الجود، حل هذه المسألة بدوره، لكن الحل كان صعباً عليه، «فكتب إلى أبي العلاء بن سهل تحليل الخط إلى تلك النسبة لقطعين متقابلين من قطوع المخروطات زائد ومكافىء، فحلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي، فلما وصل إليه ركّبه أبو سعيد السجزي وبنى عليه المسبّع وأدعاه لنفسه»[(١١)].

(١٠) نقصد مجموعة كاملة نسخها السجزي في شيراز والتي تشكل الأساس في مخطوطة ٢٤٥٧ في المكتبة الوطنية في باريس. أرّخ النص الذي يسبق مباشرة هذا الكتيب في نهار الاثنين ٢١ رام ـ روز سنة ٣٤٢ من يزدا جريد، أي كانون الثاني/يناير سنة ٩٧٢م. نشير إلى أن النص الذي سبق مباشرة هذا الأخير قد نسخ في نهار الخميس ١٠ من شهر أبان، سنة ٣٣٩ من يزدا جريد، أي تشرين الأول/اكتوبر سنة ٩٧٠. من جهة أخرى، لا نعرف أية نسخة في شباط/فبراير ٩٦٩، نيسان/أبريل ٩٦٩ أو آذار/مارس ٩٧٠. لذلك انتقينا تاريخاً وسطاً وهو ٩٧٠.

(١١) الشني، **كشف تمويه ابي الجود في امر ما قدمه من المقدمتين لعمل المسبّع بزعمه** (القاهرة، دار الكتب، مجموعة فاضل ٤١ رياضة، مخطوطة رقم ٧٨٠٥)، ص ١٣١ظ، وانظر ايضاً: عادل أنبوبا، «تسبيع الدائرة،» (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية)، في: *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 1, no. 2 (1977), p. 374.

ولقد اعترف السجزي بنفسه في ما بعد بفضل ابن سهل عليه؛ وسنرجع لاحقاً إلى هذا الموضوع[١٢]. ويُعلمنا الشني أن الأحداث التي يرجع إليها قد جرت قبل العام ٩٦٨، وأن ابن سهل كان حينها فتياً. ويدل ذلك على أن ابن سهل، على الرغم من فتوته في تلك الحقبة، كان منتجاً، كما يوحي أنه وُلد في الأربعينيات من القرن العاشر. ولقد بلغ ذروة نشاطه بين منتصف الستينيات ومنتصف الثمانينيات، ومن المحتمل بعد تلك الفترة كذلك. لكننا نجهل كل شيء عنه بعد ذلك التاريخ، وليس لدينا أية معلومات عن أساتذته الرياضيين. وبالمقابل نعرف، كما سنرى عند تفحّص أعماله وشهادات معاصريه التي وصلتنا، بأنه درس الترجمات العربية لإقليدس، وأبولونيوس، وأرخميدس، وبطليموس، وعلماء المناظر اليونانية وبيزنطيين آخرين، وكذلك كتابات ثابت بن قرّة، وابراهيم بن سنان ومعاصريه، كالقوهي. وهي أسماء تظهر هنا وهناك في كتاباته، فتوحي بعظمة معرفته وعدم اقتصارها، من دون ريب، على ما سبق وذكرناه من مؤلفين. فلا يعقل مثلاً أن لا يكون ابن سهل قد ألمَّ بدراسة الماهاني **قياس القطع المكافىء** عندما أولى هذه المسألة اهتمامه.

٢ ـ أعمال ابن سهل العلمية

لا تقتصر أعمال ابن سهل الرياضي والبصري، على الرغم من كونها اليوم أعظم شأناً بكثير مما كنا نعتقد، خصوصاً بعد اكتشاف رسالته في «الحراقات»، على ما وصلنا من كتابات، إذ ثمة مؤشرات عدة تثبت أنها أكثر عدداً وأنها تغطي، كما ذكرنا، أكثر مجالات البحث تقدماً في عصره. فالقوهي، وهو رياضي معاصر، ذكر في مراسلة شهيرة، رسالتين ما زالتا مفقودتين؛ كما استشهد السجزي بمسألة لابن سهل، وهي جزء من رسالة لم تصلنا. وكذلك المؤلف المجهول للنص المكرّس لتركيب مسائل حلّلها ابن سهل يستشهد ببضعة بيانات وبمقطع من رسالة وجهها هذا الأخير إلى أحد الأعيان المثقفين في ذلك العصر. لذلك لن يكون مستغرباً أن تزداد لائحة أعماله هذه في المستقبل. وتضاف إلى المجموعة الأولى هذه، مجموعة مؤلفة من أعمال مثبتة هنا، وتعقيب على رسالة القوهي للاسطرلاب. فلنتفحّص تباعاً هذه النصوص.

---

(١٢) انظر لاحقاً هذا الموضوع بعد بضع صفحات.

أ ـ حول تربيع القطع المكافىء

كتب القوهي في مراسلة مع أبي اسحق الصابئي: «ومع هذا وجدنا قطعاً مكافئاً مساوياً لمربع ببرهان حقيقي، وكان أول من ذكره أرخميدس ـ في صدر كتاب **الكرة والأسطوانة** بأنه وجده، ثم جاء بعد ذلك برهان ثابت بن قرّة وبرهان ابراهيم بن سنان وبرهان أبي سعد العلاء بن سهل وغيرهم من أصحاب التعاليم، الذين اعتمدوا على البراهين الحقيقية»[(١٣)].

يعطينا القوهي هنا سرداً لقصة تربيع القطع المكافىء، تبيّن أن ابن سهل قد خصص ـ إضافة إلى ابن قرّة، وحفيده ابن سنان، وغيرهما ممن نعرف كالماهاني مثلاً ـ مذكرةً لهذا التربيع. ونعلم أن ابن قرّة قد استعان لهذا التربيع بعشرين مقدمة توصل بعدها حفيده لاختصارها بمقدمتين فقط[(١٤)]. وكون هذا الأخير سابق لابن سهل بجيل واحد (فقد توفي سنة ٩٤٦ عن ٣٨ عاماً) يدفعنا إلى التساؤل عن الأسباب التي دفعت ابن سهل إلى معالجة جديدة لهذا التربيع. ومهما يكن، فمن المؤكد أن برهانه يختلف عن البراهين السابقة، كما يُستدل من القوهي، وهو الخبير بالموضوع لاشتغاله، من بين أشياء أخرى، بقياس المجسم المكافئي. فهل هو من طوَّر طريقة المجاميع التكاملية، التي سبق لثابت بن قرّة أن طبَّقها، تطويراً نجده لاحقاً عند ابن الهيثم في أعماله حول «قياس المجسم المكافئي» و«قياس الكرة»؟ ويبقى الجواب عن هذا السؤال مستحيلاً الآن من دون الاستسلام للتخيّل المحض.

ب ـ حول مراكز الثقل

كتب القوهي في الرسالة نفسها لأبي اسحق الصابئي: «ولعمري أن نسبة الثقل إلى الثقل كنسبة البعد إلى البعد على المكافأة، كانت مقدمة للأوائل، وكانت كواحدة من العلوم الضرورية عندهم، وعند الذين ينظرون في علم مراكز الأثقال، كأرخميدس وإقليدس وغيرهما من أصحاب التعاليم، حتى انتهى إلى ثابت بن قرّة وإلى زماننا هذا، ولم يشكّوا فيها. ولسنا ندري كم كانت صحة ذلك عندهم

---

(١٣) انظر المراسلة الموضوعة من قبل: J. L. Berggren, «The Correspondence of Abū Sahl al-Kūhī and Abū Isḥāq al-Sābī: A Translation with Commentaries,» *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 7, nos. 1-2 (1983), pp. 55 and 115 - 116.

إقرأ «أول» بدل «أولاً».

(١٤) انظر: Rushdi Rashid, «Ibrāhīm Ibn Sinān Ibn Thābit Ibn Qurra,» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1973).

بالتجربة، ومأخوذة من الحس كما ظن أبو سعد العلاء بن سهل ذلك، أو كان عليها برهان، ولكن قد درس مع طول الزمان».

إن هذه الشهادة من القوهي تثبت أن ابن سهل ينتمي أيضاً إلى هذه المدرسة الأرخميدسية، وأنه أسهم في تشكيل هذا العلم وناقش الأسس التي يقوم عليها. ولنذكر بأن القوهي نفسه، وكذلك ابن الهيثم لاحقاً، قد اشتغلا أيضاً في هذا المجال.

ج ـ مسألة هندسية أوردها السجزي

نجد أيضاً آثار كتابة رياضية لابن سهل في مذكرة كان السجزي قد جمع فيها مسائل هندسية مختارة بغية مناقشتها مع المهندسين في شيراز وخراسان، وهي مسائل انتقاها من كتابات أبولونيوس، وابن قرّة وابن سهل. . . لكن السجزي لا يشير إلى عناوين مصادره. فهل نكون حينها أمام تأليف شاع في ذلك العصر، يجمع فيه المؤلف مسائل هندسية يطرحها على نفسه بغية حلّها؟

لقد قمنا بإثبات مسألة ابن سهل المذكورة في معالجة السجزي: **كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل السجزي في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندسي شيراز وخراسان وتعليقاته**، انطلاقاً من مخطوطتين، وُجدت الأولى في دبلن، في مكتبة تشستر بيتي رقم ٣٦٥٢، الورقات ٣٥ ـ ٥٢ (Chester Beatty, no. 3652, ff. 35-52). نُسخت هذه المخطوطة في بغداد في أواخر سنة ١٢١٤، فالمجموعة التي تنتسب إليها هذه المخطوطة، انتهت كتابتها نهار الجمعة ١٠ حزيران/يونيو ١٢١٥. نسخ هذا النص يحيى بن الحسن بن محمد بن علي بن أحمد بن نظام الملك، ومن المحتمل جداً أنه نقلها عن نسخة السجزي، كما ذكر الناسخ بالنسبة إلى نصوص أخرى من المجموعة نفسها. أما المخطوطة الثانية فتوجد في مكتبة السليمانية في استانبول، ونرمز إليها هنا بحرف A مجموعة رشيد، رقم ١١٩١، الورقات ٣١ ـ ٦٢ (collection Reşit no. 1191, ff. 31-62)، وهي نسخة أحدث، لا نعرف عنها إلا القليل.

إضافة إلى هذه النصوص الثلاثة المفقودة حتى الآن، والتي لا نملك سوى دلائل قليلة جداً تدلنا على وجهة البحث فيها، من دون المغالاة في المقارنة مع معاصريه أو أخلافه، بحوزتنا رسالة المؤلف المجهول مثبتة ها هنا.

د ـ كتاب عن تركيب مسائل حلّلها أبو سعد العلاء بن سهل

يفيدنا مؤلف هذا الكتاب، أن ابن سهل أرسل إلى أحد الوجهاء الملمّين بالرياضيات رسالة تتعلق ببعض المسائل الهندسية مكتفياً بتحليلها، وأن هذا الوجيه

طلب منه أن يبرهنها بالتركيب. لكن، من كان هذا الوجيه، صاحب المراسلة مع ابن سهل أولاً، ومن بعده، مع مؤلف هذا الكتاب؟ ومن هو هذا المؤلف الذي من الواضح أن رسالة ابن سهل هذه كانت ماثلة أمامه؟ لا نملك معرفة دقيقة تنبئنا عن هوية هذا الوجيه: كل ما نعلم عنه إنه فرد من ارستقراطية السلطة أو الثقافة، كان ملماً بالرياضيات، وكان، كما يخبرنا المؤلف، يملك مكتبة صُمّم الكتاب خصيصاً لها. ولقد استعمل مؤلف المقالة عند توجهه إلى هذا الوجيه، ألقاباً كافية للدلالة على طبقته[١٥]. غير أن مرشحين كثر من الممكن أن تنطبق عليهم تلك الأوصاف في ذلك العصر: منهم أبا اسحق الصابئي، وأبا محمد بن عبدالله بن علي الحاسب، وآخرين كثراً من أقرانهم. وبغياب معلومات إضافية نكتفي بالتأكيد على أنه من طبقة مميزة، من دون أن يكون أميراً ولا وزيراً، وأنه من مرتبة اجتماعية عالية، ولم تكن الرياضيات مهنته، لكن معرفته بها على الرغم من ذلك، معمّقة من دون أن يكون مبدعاً فيها.

لكن، من هو هذا الرياضي المعاصر لابن سهل، والذي استعاد تحليله؟ في معرض دراسة حول **إنشاء المسبّع في الدائرة**، طرح عادل أنبوبا[١٦] تكهناً باسم

---

(١٥) إن من نحن بصدده هو وجيه حقاً، كما يُظهر النص الذي بين أيدينا والموجّه إليه. فهو، أولاً، يملك مكتبة، صُمّم هذا الكتاب لـ «خزانته المعمورة». وفي الواقع كان هذا امتيازاً لأرستقراطية سلطوية أو ثقافية في ذلك العصر. من ناحية أخرى، تدل الألقاب المستعملة في مخاطبته، على أنه ليس أميراً ولا وزيراً، بل وجيهاً محترماً لمرتبته الفكرية أيضاً. يدعوه مؤلف النص بلقب «شيخ» أحد ألقاب علماء الدين، كما يشرح لنا القلقشندي، انظر: ابو العباس احمد بن علي القلقشندي، **صبح الاعشى في صناعة الانشا** (القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣)، مج ٦، ص ١٧.

كما يُدعى بالمولى وهو لقب أمناء سر الدولة والكبار في الجيش والدواوين، وأخيراً سُمّي بـ «الأستاذ» وهي كلمة فارسية معرّبة. من هذا القبيل سُمّي الوزير ابن العميد، معاصر ابن سهل بـ «الأستاذ». هذه الألقاب يمكن أن تدلّ عن طبقة كاملة من الأشخاص في ذلك العصر مثل أبي اسحق الصابي، أو الشهير أبي محمد بن عبد الله بن علي الحاسب... الخ. من جهة أخرى نستطيع تقريب أقوال مؤلف المقالة من أقوال الشني المشابهة لها في نص يتوجه فيه بجلاء لأحد القضاة. زد على ذلك، يتوجه الشني في مقالته **مساحة أي مثلث متباين الأضلاع، انطلاقاً من أضلاعه** بالعبارات نفسها المستعملة سابقاً لأحد الفقهاء. انظر أيضاً الملاحظات الاضافية [١٥٩، ٦].

(١٦) في مقال حول تاريخ المسبّع في الدائرة، يعرض عادل أنبوبا هذا التكهّن كالتالي: «نوّه الشني بمقاطع من كلام العلاء بن سهل وبمقاطع من كلام أبي الجود، حول الحل الذي بقي متعذراً على العلاء ابن سهل. هذه المقاطع هي نفسها تلك الموجودة في المذكرة المجهولة المؤلف». فينسب أنبوبا، سهواً لأبي الجود كلام الشني. وما أن نُبعد هذا الخلط، حتى يسقط التكهّن تلقائياً. انظر: أنبوبا، «تسبيع الدائرة،» ص ٣٧٣، رقم ٣٣.

الرياضي أبو الجود بن الليث، وهو أكبر سناً من ابن سهل. ولا يبدو لنا هذا الظن صحيحاً، فباعتقادنا أن هذا المؤلف المجهول ليس سوى محمد بن أحمد الشني، وهو رياضي يُحتمل أن يكون أصغر سناً من ابن سهل.

فلقد كتب الشني رسالة أعاد فيها سرد قصة إنشاء المسبّع في الدائرة، كما أثار مسألة الوسطين، حيث تركزت انتقاداته على أبي الجود بن الليث، المتهم بالاختلاس العلمي وعدم الكفاءة(١٧). فهو يؤكد في معرض قصة الانشاء هذه أن أبا الجود أعطى المقدمة التالية:

اقسم مقطعاً AB بنقطة C بحيث يكون:

$$AC \cdot AB = k^2, \quad (١)$$

$$\frac{k}{BC} = \frac{AB}{AB + BC}$$

تقود قسمة AB هذه، بالفعل إلى انشاء المسبّع في الدائرة؛ لكن أبا الجود - بحسب قول الشني - أخطأ مرتين في برهانه: فقد اعتقد بإمكانية الحصول على هذه القسمة بواسطة تقاطع مستقيم مع دائرة، كما أبدل في مجرى البرهان، نسبة بأخرى غير مساوية لها. وتبيّن للسجزي، وكان رياضياً فتياً آنذاك، خطأ أبي الجود، ولما لم يستطع برهانَه، توجه بالسؤال إلى ابن سهل الذي، كما يروي الشني، تمكن من «تحليل الخط إلى تلك النسبة بقطعين متقابلين من القطوع المخروطية - زائد ومكافىء - فحلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي»(١٨).

حدث آخر نستغرب بقاءه، على الرغم من أهميته لموضوعنا، خفياً على المؤرخين، رواه الشني بالكلمات التالية: «وذلك أن العلاء بن سهل ذكر فيما كتب به إلى أبي سعيد السجزي مجيباً عما سأله عن قسمة الخط الذي تقدّم ذكره تحليل شكل سأله عنه أيضاً وهو هذا: سطح ا ب ح د متوازي الأضلاع، أخرج قطره وهو ب ج وأخرج ضلع ج د على استقامة من جهة د بلا نهاية؛ كيف نخرج خطاً

---

(١٧) الشني، كشف تمويه ابي الجود في امر ما قدّمه من المقدمتين لعمل المسبّع بزعمه.

(١٨) انظر ما كتب الشني: «فتبيّن له (السجزي) فساد قوله (قول أبي الجود) والمغالطة في عمله ورام أبو سعيد السجزي أن يقسم الخط على النسبة المذكورة، فتهيأ للعلاء بن سهل تحليل الخط إلى تلك النسبة بقطعين متقابلين من القطوع المخروطية - زائد ومكافىء - حلله وأنفذه إلى أبي سعيد السجزي، فلما وصل إليه ركبه أبو سعيد السجزي وبنى عليه المسبّع وادعاه لنفسه». انظر: المصدر نفسه، ص ١٣١.

كخط ا هـ ز ح حتى تكون نسبة مثلث ب هـ ز إلى مثلث ز د ح نسبة مفروضة؟».

وقال في آخر تحليله: «فإما إعطاء نسبة ما بين مثلثي ا هـ ب و ز د ح فلا سبيل إلى ذلك ولو وجدنا مساغاً لتوصلنا إلى ذلك، في خضم كلام يطول ويهول». ويتابع الشني: «لا أدري كيف تعذّر عليه هذا حتى استبعده وحسن الظن بنفسه فيما أورده لأن بين المسألتين نسبة ما ويمكن الوصول إلى ذلك، لأنه إذا كان سطح ا ب ج د مربعاً، وكان مثلّث ا هـ ب مساوياً لمثلث ز د ح فهو الشكل الذي قدمه أرخميدس لعمل المسبّع وسلك أبو سهل القوهي فيه طريق تقسيم الخط على النسبة التي تقع فيه»[19]. ثم يورد الشني تركيب القوهي.

إن المقاطع التي أوردناها، وكذلك عرض تركيب القوهي هي للشني وليست لأبي الجود، كما سبق وظُنّ سهواً. وهي لا تذكر بتعابير النص المجهول فحسب، بل وتتطابق معها أحياناً[20]. إن مؤلف هذا النص المجهول هو إذاً، من دون شك، الشني نفسه.

لم ينتقل الشني إلى نقد أبي الجود بن الليث إلا بعد هذه الشواهد، فينقل أن هذا الأخير «قال... في مجموعاته التي سمّاها الهندسيات بعد ذكره ما قاله العلاء بن سهل في ذلك: وقد وجدت أنا ما قاله العلاء بن سهل أنه ممتنع - يعني اعطاء النسبة بين مثلثي ا هـ ب و ز د ح من الشكل المتقدم»[21]. هكذا نرى أن الشني وأبي الجود انغمسا بالمسألة نفسها من دون الخلط ما بين طرحيهما.

إن فائدة رسالة الشني هذه التي كتبها ضد أبي الجود بن الليث، أنها أنارتنا حول الدور الأساسي لابن سهل في انشاء المسبّع في الدائرة، مؤكدة في الوقت نفسه أصالة المسائل التي طرحها ابن سهل، كما أنها مكنتنا من إماطة اللثام عن هوية مؤلف **كتاب تركيب المسائل التي حلّلها أبو سعد العلاء بن سهل**.

---

(١٩) المصدر نفسه، ص ١٣١ظ - ١٣٢و. كامل النص العربي في الملاحظات الاضافية لملحق ابن سهل.

(٢٠) تظهر واضحة المقارنة بين تعابير الشني في هذه الرسالة، ونص الرسالة الأخرى حول التركيب بأنهما للشخص نفسه، من حيث الأفكار والكلمات والتعابير. انظر: المصدر نفسه، خاصة ص ١٨٤، السطر ١١ إلى ص ١٨٦، السطر ٥ (الأوراق ١٣١ظ - ١٣٢و)، حيث يكرر الشني استشهاد ابن سهل الشهير ويلخص حل القوهي. انظر الملاحظات الاضافية لملحق ابن سهل.

(٢١) المصدر نفسه، ص ١٣٢و. نلاحظ ان الاقوال التي ينسبها الشني لأبي الجود هي منفصلة بوضوح. انظر الملاحظات الاضافية لملحق ابن سهل.

وصلنا هذا النص في نسخة وحيدة تؤلف جزءاً من المخطوطة ٤١، رياضة، دار الكتب، القاهرة، وهي تحتوي على ٣٢ رسالة وكتيِّباً، نقلها الناسخ الشهير مصطفى صدقي[٢٢]، باستثناء بعض الصفحات، نهار الاثنين ١٠ آب/أغسطس ١٧٤٠، بالخط النسخي. هذه النسخة إذاً حديثة العهد نسبياً، ولا شيء يشير إلى أنه قابلها مع الأصلية التي، فضلاً عن ذلك، لا نعرف عنها شيئاً يذكر.

هـ ـ حول خواص القطوع المخروطية الثلاثة

يتميز كتيِّب ابن سهل هذا بقصة بسيطة ومؤكدة: لقد نسخه الرياضي السجزي وابن سهل ما زال حياً. وعلى الرغم من عدم تدوين تاريخ النسخة، تبيّن المقارنة بينها وبين رسائل أخرى نقلها السجزي، أنها نسخت سنة ٩٧٠ أو قبل ذلك بأشهر. لكننا نعلم، من جهة أخرى، أن السجزي كان في ذلك الوقت على تراسل علمي مع ابن سهل داعياً له، في أول الكتيّب، بطول العمر. ولم يفته، بعد انتهائه من نسخته، أن يقابلها بالأصلية. وهذه النسخة هي بالتحديد، تلك التي وصلتنا ضمن المخطوطة الثمينة ٢٤٥٧ في المكتبة الوطنية (فرنسا)، حيث إن جزءاً كبيراً منها، وهو الأقدم، نسخه السجزي بيده، كما هو ظاهر من قراءة ذيل «شرح مقالة إقليدس العاشرة» للماهاني، والذي نسخه السجزي أيضاً.

ولا تحتوي نسخة الكتيّب ـوهي بالخط النسخيـ على أي إشكال ذي شأن، باستثناء ترداد واحد وعبارتين فوق السطر من المرجح أنهما دوّنتا أثناء النسخ، وكذلك كلمة واحدة على الهامش كتبت عند المقارنة بالأصل، أما الأخطاء في الأحرف الهندسية فيعود سببه إلى التشابه في الرموز الكتابية. لا شيء إذاً يوحي بأن يداً ثانية تدخّلت في هذه النسخة غير يد السجزي، أو أن أي اجتهاد قد أضيف إليها.

في عودة إلى النص نفسه، تعترضنا ملاحظتان: **أولاهما** استعانة ابن سهل بالقضايا ١، ١١ و١، ١٢ و١، ٣٥ و١، ٣٦ من **المخروطات**، من دون ذكرها بوضوح، وهو ما يعني أن هذا الكتاب كان، في النصف الثاني من القرن العاشر،

---

(٢٢) هو ناسخ مثقف. كان ينسخ، في بعض الاحيان، النصوص لنفسه، كما ذكر عن كتاب ابن البنّاء، **رفع الحجاب** (استانبول، وهبي، مخطوط رقم ١٠٠٦). ولدينا الانطباع نفسه عن هذه المجموعة، عندما نقرأ في الصفحة الاولى انها تخص الناسخ. وقد نقل مصطفى صدقي نصوصاً اخرى مثلاً: اليزدي، **عيون الحساب** (استانبول، هزيناسي، ١٩٩٣).

مؤلفاً أساسياً من المفروض إلمام القارىء به، على الأقل في قضاياه الأساسية. وثانيتهما، أن لغة النص هي لغة هندسة المخروطات المستقرة تماماً والخالية من الشواذ.

و ـ رسالة في الاسطرلاب بالبرهان للقوهي وشرح ابن سهل له

حرر ابن سهل شرحه، كما نقرأ في مقدمته، بناء على طلب معاصرٍ له. ويبدو نص ابن سهل كمتمم لنص القوهي، وبالإمكان الاعتقاد بأن هذه هي الحال دائماً في التقليد المخطوطي. وهكذا يرد النصان في المخطوطة الشرقية رقم ١٤ (Or. 14) من مكتبة جامعة ليدن ـ التي نرمز إليها بالحرف **L** ـ وهي المخطوطة الوحيدة التي وصلتنا من هذه الكتابات. فيشغل كتاب القوهي الصفحات ٢٥٤ إلى ٢٨٢، وشرح ابن سهل الصفحات ٢٨٢ إلى ٢٩٤.

غير أن هذه **المخطوطة L**، كما أثبتنا في مكان آخر[(٢٣)] هي نسخة حديثة ـ تعود إلى القرن السابع عشر ـ عن مخطوطة أخرى، وصلت، بطرق غامضة، إلى مكتبة جامعة كولومبيا في نيويورك، تحمل رقم شرقيات ٤٥ سميث (Smith Or. 45)، ونرمز إليها هنا بالحرف C. ويعلمنا دوزي (R. P. A. Dozy) في مقدمته لفهارس مكتبة ليدن[(٢٤)]، أن الرياضي والمستشرق غوليوس (Golius) قد شارك بنشاط، في القرن السابع عشر، في الحصول على المخطوطات العربية وتجميعها. وفضلاً عن ذلك، فإنه استعار بعض المخطوطات من أصحابها، فنسخها بواسطة عربي مقيم آنذاك في امستردام. وفي عداد هذه المخطوطات نجد النسخة C التي ما إن نُسخت حتى اختفت لتظهر من جديد في مجموعة سميث.

نجد في الصفحة الأولى من **المخطوطة C** عناوين بعض الرسالات التي تحتويها. من هذه العناوين: رسالة في الاسطرلاب بالبراهين لأبي سهل (كذا!)، أي رسالة القوهي يتبعها شرح ابن سهل، كما تشهد النسخة **L**. ومن الجلي أن هاتين الرسالتين تختتمان مجموعة لم تعد، مع الأسف، موجودتين فيها. لقد ضاعتا، إذاً، على أثر عملية النسخ في القرن السابع عشر. كما زيد، في المقابل، حوالى الثلاثين صفحة من التعقيبات على نصوص رياضية، بينها **الأصول**، بخط

(٢٣) **Rushdi Rashid, *Sharaf al-Dīn al-Ṭūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII^ème siècle* (Paris: Les Belles lettres, 1986), p. LV.**

(٢٤) ***Catalogus Codicum Orientalium Bibliothecae Academiae Lugduno Batavae* (Leiden: E. J. Brill, 1851), p. XV.**

مختلف. ويسبب هذا الضياع الآني أو النهائي، نحن إذاً، مجبرون على أن نثبت النص انطلاقاً من المخطوطة **L** الوحيدة، التي وصفناها سابقاً(٢٥). نُسخت هذه المخطوطة باعتناء، بالخط النسخي، وقد دوّن الناسخ بيده في الهامش أربعة تصحيحات على نسخته عند مقابلتها مع الأصلية -أي النسخة **C** [٢٥٥، ٢٦٧، ٢٧١، ٢٩١]. ولا توجد، في الهامش، أية كتابة أخرى باستثناء قصيدة في الأخلاق في رأس الصفحة ٢٩٣. ولا شيء يوحي بوجود كلمات مدسوسة أو جمل. أما الأشكال فقد نُقلت باعتناء أقل مقارنة بالجزء الباقي من **C**. لكن الحادث الأهم الذي طرأ على هذه السلالة المخطوطية فمن المحتمل جداً أنه يرجع إلى **C**. فمؤلف القوهي يحتوي على مقالتين: الأولى في أربعة فصول، والثانية في سبعة فصول. وصلتنا المقالة الأولى كاملة بينما المقالة الثانية ناقصة، إذ تعرضت للقطع في القضية الأخيرة- السادسة - من الفصل الثاني، أي على الصفحة ٢٧٦، وضاعت الفصول الثالث والرابع والخامس، في حين بقي الفصلان السادس والسابع كاملان. وعلى الرغم من عدم التمكن من الجزم بتاريخ هذا الضياع، إلا أن ناسخ **L** لم يعودنا في النصوص الأخرى إهمالاً كهذا، الأمر الذي يسمح لنا بالظن بأن هذا الحذف قد وُجد قبلاً في المخطوطة **C**.

ز - الآلات المحرقة

لم تصلنا أية شهادة من مصادر قديمة أو حديثة عن رسالة ابن سهل. ولم يخطر وجودها على بالٍ قبل أبحاثنا هذه. وقد كان معلوماً من فهارس المكتبتين الوطنيتين في دمشق وطهران أن في كلتيهما مخطوطة لابن سهل عنوان الأولى: «رسالة في الآلة المحرقة لأبي سعد العلاء بن سهل»، أما الثانية فعنوانها: «كتاب الحرّاقات عمله أبو سعد العلاء بن سهل». وثقة بهذه الفهارس وحدها ساد الاعتقاد طويلاً أن النسختين هما لنص واحد عنوانه «حول المرايا المحرقة»، وهو خطأ محيّر ولا سيما أن إحدى هاتين المخطوطتين مؤلفة من ست وعشرين ورقة، في حين أن الثانية من ورقة ونصف فقط، كما أن العنوانين مختلفان، وكلمة «آلة» في مخطوطة دمشق لا تُفهم بـ«مرآة»(٢٦). إن تفحص المخطوطتين لم يلبث أن أظهر أنه لا يوجد

---

(٢٥) Rashid, Ibid., p. LV.

(٢٦) نجد هذه الاخطاء في: F. Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums* (Leiden: E. J. Brill, 1978), p. 233.

حيث يعتبر المخطوطتين نسختين لنص واحد تحت عنوان: *Über den Brennspiegel* (sic).

أي مقطع، ولا حتى أي سطر واحد، مشترك للاثنتين. فمخطوطة دمشق ـ نرمز إليها بالحرف D ـ كرّست بأكملها للمرايا المكافئية، في حين أن هذه الدراسة هي بالذات ما تفتقده مخطوطة طهران ـ ونرمز إليها بالحرف T. فضلاً عن ذلك، هناك ثغرة مهمة ثانية في المخطوطة الأخيرة، فهي في فوضى كاملة ومبتورة بشكل مريب. فبعد تحليل عمل ابن سهل وإعادة تركيب المخطوطة يظهر ترقيمها المتواصل من ١و إلى ٢٦و وهمياً، وُضع لاحقاً على النسخة بعد ضياع بعض أوراقها وخلط الأخرى. ففي الواقع يجب ترتيب الأوراق كالتالي:

$$1^v \to [14^r - 16^v] \to [13^{r-v}] \to 2^r - 12^v] \to [17^r - 26^r]$$

بالإضافة إلى هذه الفوضى، نلاحظ بترين مهمين **للمخطوطة T**، واحد بين ١ظ و١٤و، والآخر بين ١٦ظ و١٣و. ويقابل هذين البترين ضياع عشر ورقات نُزعت من المخطوطة. فهذه الأوراق بالذات تحوي دراستين: الأولى في المرآة المكافئية، والثانية في مرآة القطع الناقص. في الأمر إذاً، عمل من النوع المميّز لقارىء يهتم بهاتين المرآتين. كما إن الورقات المنزوعة تحوي أيضاً نهاية الدراسة التي تسبق المرآة المكافئية أو مرآة القطع الناقص، وبداية الدراسة التي تتبع هاتين الدراستين، وهي في الحالتين دراسة الرسم المتواصل للمنحني. وكما سنبيّن، حصلت هذه الإضاعة بعد نهاية القرن الثالث عشر. وقد أُصلحت أولى هاتين الثغرتين ـ أي دراسة المرآة المكافئية ـ بالكامل تقريباً بواسطة **المخطوطة D**. وبعد إعادة تركيب **المخطوطة T**، يتبين لنا أن **المخطوطة D** ما هي إلا جزء صغير من رسالة ابن سهل. فإذا كانت T في الأصل نسخة كاملة لرسالة ابن سهل، لا تكون D في المقابل سوى نسخة لجزء من هذه الرسالة، ذلك الذي يتعلق بالمرآة المكافئية.

يتبيّن من قراءة الذيل أن **المخطوطة T** هي نسخة **لمخطوطة X_1** نقلها أحمد بن أحمد بن جعفر الغندجاني الذي على الرغم من معرفتنا الضئيلة به، لم يكن ناسخاً بسيطاً، بل كان مهندساً يهتم بالبصريات أيضاً، ولا سيما بالمرايا المحرقة[٢٧]. وقد

(٢٧) الغُندِجاني وليس الغَندَجاني، الذي لم يذكره أي فهرس ايضاً، يأتي استناداً إلى اسمه، من منطقة صغيرة في ايران: غندجان. انظر: شهاب الدين ابو عبد الله ياقوت الحموي، **معجم البلدان**، تحقيق فرديناند وستنفلد، ٦ ج (غوتنجن: [د.ن.]، ١٨٦٦ ـ ١٨٧٣)، ج ٤. نعرف له كتيباً عن «القبلة» انظر: الغندجاني، **القبلة** (اوكسفورد، مكتبة بودلين، ذارست ٣)، ورقة ٩٣و.

تجدر الاشارة إلى أن هذا النص سبق نسخة لكتيب ابن سهل، **البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء** (دمشق، الظاهرية، ٤٨٧١؛ جانال، ١٧٠٦؛ لينينغراد، المؤسسة الشرقية ٨٩، مجموعة B، =

نُسخت المخطوطة D بدورها عن مخطوطة X_2، كان قد نسخها ابن المرخّم[٢٨]، وهو ليس بالناسخ البسيط كذلك، ناقلاً إياها عن نسخة الغندجاني كما يخبرنا ذيل D. وكان هذا الأخير قد نقلها بدوره عن مخطوطة كتبها ابن سهل بيده. نلخص شجرة التحدر كالتالي:

نسخة ابن سهل x ← نسخة الغُندجاني X_1 ← نسخة ابن المرخّم X_2 ← D
T ←

شكلت إذاً نسخة الغندجاني هذه، المنقولة عن نسخة ابن سهل نفسه، الأصل المباشر للمخطوطتين T و D، متحدرة في حالة D مروراً بالنسخة X_2، وقد نُقلت عنها بعد وقت قريب. فالنسخة X_2 أنجزها ابن المرخّم في بغداد حيث كان يمارس عمله كقاض، قبل السنوات الخمسين من القرن الثاني عشر أي أن قرناً ونصف تقريباً تفصل X^2 عن T، إذ إنه انطلاقاً من ملحق T نعرف أن علياً ابن العالم الفلكي المشهور يحيى المغربي، أنهى تصويب النسخة نهار الخميس الواقع فيه الحادي عشر من ربيع الآخر لسنة ٦٩٠، أي حوالى ١٢ نيسان/ابريل ١٢٩١ في وقت كانت فيه نسخة الغندجاني لا تزال في متناول اليد. وتكون المخطوطة T إذاً قد نُسخت قبل أن يضع علي المغربي لمساته الأخيرة المحتملة عليها في مراغة، حيث استقر والده للعمل في مرصدها المشهور. نعرف من تأريخ المجموعة التي تنتمي D إليها والمكتوبة بالخط نفسه، أنها نُقلت بين ١١٥٥ و ١١٦٣ تقريباً. كما نعرف أيضاً من ناسخ المخطوطة D أن النسخة الأصلية التي اعتمدها ابن المرخّم هي أيضاً نسخة الغندجاني[٢٩]. تشير كل الدلائل إذاً إلى أن دراسة المرآة المكافئية بكتيب مستقل،

= ١٠٣٠، واوكسفورد: مكتبة بودلين، مارش ٧١٣، ومكتبة بودلين، ذارست ٣). نجد ايضاً شروحات هندسية عدة للغندجاني نفسه في هامش كتيب ابي الوفاء البوزجاني حول الانشاءات الهندسية، وخصوصاً حول صنع المرآة المحرقة (مخطوطات ٢٧٥٣، آيا صوفيا). سيوضح لنا البحث القادم أهمية مساهمة هذا العالم العلمية، ومن المحتمل جداً أنه عاش في النصف الثاني من القرن الخامس أو أوائل القرن السادس للهجرة، الموافق النصف الثاني من القرن الحادي عشر أو أوائل القرن الثاني عشر ميلادي.

(٢٨) كان ابن المرخّم قاضياً في بغداد (٥٤١ ـ ٥٥٥هـ) أي (١١٤٦ ـ ١١٦٠م). وبحسب ما نقل عنه فانه كان يهتم بالفلسفة والعلوم وكان طبيباً ايضاً. انظر: ابن الأثير، **الكامل في التاريخ**، ج ١١، ص ٣٥٨، وأحمد بن محمد بن خلكان، **وفيات الاعيان وأنباء أبناء الزمان**، تحقيق محمد محيي الدين عبد الحميد، ٦ ج (القاهرة: مكتبة النهضة المصرية، ١٩٤٨ ـ ١٩٤٩)، ج ٣، ص ١٢٤. يشهد الغندجاني، وكذلك ابن المرخم، انه بعد قرن ونصف لاحقاً واصل العلماء الاهتمام ليس فقط بالبصريات، بل ايضاً بأعمال ابن سهل.

(٢٩) انظر ذيل النص الاول، لابن الأثير في: ابن الأثير، المصدر نفسه، تعليقات ونقد، ص ١٠.

يعود إلى تلك الحقبة، وكان من عمل ابن المرخّم.

لنعد الآن إلى وصف هاتين المخطوطتين بادئين **بالمخطوطة T**. تنتمي هذه المخطوطة إلى المجموعة رقم ٨٦٧ في مكتبة ميللي بطهران. وهي بخط نسخي جميل وبيد واحدة، باستثناء ما زاده عليها علي المغربي في الذيل وعلى هامش ٢٣ ظ (جملة منسوخة بوضوح أثناء مقابلتها بالأصلية). توجد الزيادة الثانية تحت السطر في الصفحة الأولى ١ ظ، مكتوبة بيد ثالثة توضح هوية الملك الذي أهدي إليه الكتاب:

«صمصام الدولة»، لقبه «أبو كاليجار بن عضد الدولة». كل الزيادات الأخرى هي بيد الناسخ. لذلك عندما قابل هذا الأخير النسخة مع الأصلية زاد على الهامش، كما ذكر في نهاية المخطوطة - ٢٦و - التعابير المحذوفة أثناء النسخ، محدداً بدقة مواضعها في النص. كما أضاف أثناء النسخ، لكن فوق بعض السطور، كلمات منسية. وعلى الصفحة ١٨ ظ، توجد مسودة شكل غير ناجحة، لإنشاء ميكانيكي للقطع الزائد، معادة بشكل صحيح على الصفحة ١٩ ظ؛ أما الصفحة ١٩و فبيضاء، والأشكال بمجملها مرسومة بشكل صحيح.

تشكل **المخطوطة D** جزءاً من المجموعة ٤٨٧١ من مكتبة الظاهرية في دمشق، وبخط نسخي. والصفحات الثلاث لهذه المخطوطة - ٨١و - ٨٢و - هي بالخط نفسه، مع زيادة واحدة، على الهامش بخط الناسخ للإشارة إلى حذف ولتبيان موضعه. استرعت هذه المجموعة الانتباه منذ زمن طويل وذُكرت سابقاً أكثر من مرة(٣٠). نشير أخيراً إلى أن اللغة هي لغة بصريات ذات مصطلح علمي أضحى مستقراً.

ح - البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء

إنه نصّ ابن سهل الوحيد، الذي نملك مخطوطات عدة عنه في الوقت الحاضر. تشكل **المخطوطة الأولى** جزءاً من مجموعة مكتبة الظاهرية التي ذكرناها سابقاً، ورمزنا إليها بـ D، والمنسوخة باليد نفسها؛ وتحتل الصفحة ٨٣ ظ. ترجع هذه المخطوطة إذاً إلى السنوات الخمسين من القرن الثاني عشر، ونسبها بمثيلاتها

(٣٠) كرد علي، «مخطوط نادر،» **مجلة المجمع العلمي العربي**، العدد ٢٠ (١٩٤٥)، ص ١ - ٧، و٤١ - ٤٣، و J. Ragep and E.S. Kennedy, «A Description of Zāhiriyya (Damascus) Ms 4871,» *Journal for the History of Arabic Science*, vol. 5, nos. 1-2 (1981), pp. 85 sqq.
قرأ هذان الآخران اسم الناسخ «العبدحاني» بدل «الغُندجاني».

من النسخ مثير للاهتمام بشكل خاص. فسابقتها المباشرة هي نسخة بخط ابن المرخّم، نقلها بدوره عن نسخة لابن الهيثم ترجع، ولا بد، إلى الثلث الأول من القرن الحادي عشر، تقريباً.

تنتمي **المخطوطة الثانية** لهذا النص نفسه ـ ونرمز إليها بالحرف L ـ إلى مجموعة B 1030 في بطرسبورغ (لينتغراد) ـ المؤسسة الشرقية ٨٩ ـ الورقات ١٣٢، ٤٨، ٤٩ (وليس ١٤٨، ١٤٩). نقرأ في الصفحة ١ و أنها قوبلت بالأصلية عند انتهاء النسخ في سنة ١٣٤٩. وباستثناء هذا النص الوحيد لابن سهل، لا تحتوي هذه المجموعة إلا على أعمال لابن الهيثم. ويذكر في D أن ابن الهيثم قد نسخ هذا النص بنفسه. نقرأ، من جهة أخرى، على الصفحة الأخيرة من هذه المجموعة: «قوبل هذا الكتاب من أوله إلى آخره مقابلة تصحيح واتقان بالأصل المنقول منه وهو بخط المصنّف ولله الحمد» [١٥٠ و].

انطلاقاً من أقوال الناسخ إذاً، نسخت هذه المجموعة عن مخطوطة بخط ابن الهيثم، وكان نص ابن سهل يشكل جزءاً منها. غير أن هذه المجموعة، التي كتبت بخط «نستعليق» رديء جداً، هي ذات نوعية علمية كبيرة، الأمر الذي يعزز، بطريقة غير مباشرة، تحدرها المخطوطي.

المخطوطة الثالثة ـ نرمز إليها بالحرف A ـ تنتمي إلى مجموعة ٣ في مكتبة بودلين في اوكسفورد (Bodleian library). من المعبّر أن نجد نص ابن سهل في هذه المجموعة على أثر نص للغندجاني، ذكرناه سابقاً. يمكننا إذاً طرح تساؤل معقول عما إذا كان النص قد نقل عن نسخة لهذا الأخير، تحوي، في ما تحوي، نصّه ونص ابن سهل كذلك. وتُظهر دراسة النص بأن الناسخ حذف غالباً الكلمات «نقطة» و«مستقيم» ليبسط النسخة. إلى جانب هذه الميزة الخاصة بالنسخة يبيّن تفحّص الحذوفات الأخرى والأخطاء نوعاً من العلاقة مع D، أو مع إحدى حفيداتها الضائعات حالياً. لقد نُسخت في السنة ١٢٧٦ وأيضاً بالخط «نستعليق».

نرمز إلى **المخطوطة الرابعة** بالحرف B هي نسخة حديثة عن السابقة، وتنتمي مثلها إلى المكتبة نفسها، وإلى المجموعة مارش ٧١٣ (Marsh 713)، في الورقات ١٧٦ و ـ ١٧٦ ظ؛ وقد أهملناها في عملية إثبات النص.

نجد أخيراً عنوان النص مذكوراً في مجموعة جانال ١٧٠٦ (Genel 1706)،

في آخر الصفحة ٢٥٨ ظ؛ لكن النص غير موجود فيها، خلافاً لما أكده بعض المفهرسين(٣١).

تكون شجرة التحدر كالتالي:

ابن سهل X ← ابن الهيثم X_1 ← ابن المرخّم X2 ← D --→ A ← B
L ←———————

إثباتنا إذاً لنصّ هذا الكتيّب ارتكز على A و D و L.

لهذا النص أهمية تاريخية خاصة جداً. فقد حرّره ابن سهل عند درسه **كتاب المناظر** لبطليموس. وكان ينوي، كما يدل عنوان الكتيب، عرض نتائج تمحيصه للمقالة الخامسة، على الأقل، من كتاب **المناظر** لبطليموس، وأن يضم هذا الكتيب إليها. يبيّن هذا النص بصورة أكيدة أن كتاب بطليموس هذا كان يُقرأ ويُستخدم من دون تشكيك فيه، فهدف ابن سهل لم يكن التعقيب على كتاب **المناظر** لبطليموس، بل تطبيق بعض قضاياه على دراسة ظاهرات تهمه، كشفافية الفلك. ومن جهة أخرى، نشهد في هذا النص، كما في رسالته حول «الحراقات» دخول لغة الانكسار ومفاهيمها، واستقراراً في المصطلحات العلمية؛ فما من شك في أن ترجمة كتاب **المناظر** لبطليموس أعطت، خصوصاً في بحث الانكسار، اصطلاحات علمية جديدة، اعتمدها الرياضيون العرب، وفي المقام الأول ابن سهل. أخيراً، تنبع أهمية كتيب ابن سهل هذا من علاقته اللاحقة بابن الهيثم، فهو موضوع الشرح في **مقالة عن الضوء**، ومن الغريب إذاً أن **البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء** لم يُدرس بعد ذلك مطلقاً.

هذه هي إذاً أعمال ابن سهل في البصريات وفي الرياضيات، التي عثرنا عليها واستطعنا تحديد هويتها، حتى يومنا هذا. فأهميتها وأصالتها تثبتان الصورة التي كانت لابن سهل في ذلك العصر والمكانة الرياضية التي تمتع بها. ربما نحصل لاحقاً على كتابات أخرى تمكننا من إيضاح أكبر لأعماله، وتسمح ببلورة المساهمة العملية لواحد من ألمع ممثلي مدرسة بغداد.

---

(٣١) Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums*, p. 232.
ومن الغريب أن يظن هذا المفهرس أنه وجد هذا النص في هذه المخطوطة، ص ٢٥٨ ـ ٢٥٩.

ثانياً: ابن الهيثم

سُجلت أعمال ابن الهيثم ووقائع حياته من قبل الفهرسيين القدامى، فباتت بذلك معروفة أكثر، بما لا يقاس، من وقائع ابن سهل وأعماله. وقد رسمت أعمال حديثة عديدة حياته وتعدّد كتاباته(٣٢)، فيكفي التذكير بأنه وُلد في الثلث الأخير من القرن العاشر -ربما سنة ٩٦٥ في البصرة- وأنه مات في القاهرة سنة ١٠٤٠ حيث أمضى أكثر حقبة من حياته العلمية نشاطاً. وقد كتب، إلى جانب تراثه الرياضي الواسع، حوالى خمس عشرة رسالة في مواضيع بصرية مختلفة، نثبت منها هنا نصوص ثلاثة هي: مقطعان مأخوذان من **المقالة السابعة** لمؤلفه **كتاب المناظر**، ونص ثالث هو **رسالة حول الكرة المحرقة**(٣٣).

١ - المقالة السابعة من «كتاب المناظر»

لدينا الآن مخطوطات ثلاث لـ **المقالة السابعة** من **كتاب المناظر** لابن الهيثم، جميعها في استانبول. الأولى - ونرمز إليها بالحرف F - تحمل الرقم ٣٢١٦ في المكتبة السليمانية. وهي عبارة عن مجلد من مجموعة «فاتح» التي كانت، في الأصل، تضم سبعة مجلدات، خصّص كل منها لمقالة من **كتاب المناظر**، ولم يبق منها سوى خمسة. لهذه النسخة أهمية خاصة جداً، ذلك أنها تعود لصهر ابن الهيثم: أحمد بن محمد بن جعفر العسكري(٣٤) الذي يبدو، كما سبق وأشار

---

(٣٢) انظر مثلاً: مصطفى نظيف، **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣)، ص ١٠ وما بعدها؛ A. I. Sabra, «Ibn al-Haytham,» in: *Dictionary of Scientific Biography* (New York: Scribner's Sons, 1972) pp. 189-210, and Matthias Schramm, *Ibn al-Haythams Weg zur Physik*, Bœthius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd. 1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), pp. 274 sqq.

(٣٣) من بين المقالات السبع التي تؤلف **كتاب المناظر** لابن الهيثم، حقق صبرا (١٩٨٣) المقالات الثلاث الأولى فقط. وبالمقابل فالمقالات الأربعة الباقية لم تحقق بعد. نحقق هنا من المقالة السابعة الأجزاء التي تتعلق بالعدسات، والتي لم يفهم أحد محتواها كاملاً حتى يومنا الحاضر (١٩٨٩)، ولم يتبيّن أهميتها الحقيقية، نتوي على هذا النحو وضع مجمل النصوص المتعلقة بنظرية العدسات بالعربية، في متناول القارئ، طبعاً بانتظار بقية نص **كتاب المناظر**.

(٣٤) نقرأ بالفعل بعد ذلك المقالة الأولى من: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **كتاب المناظر** (توبكابي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة الأولى: استانبول، فاتح ٣٢١٢، ص ١٤١ ظ. وباليد نفسها لكن بخط اصغر: «بخط صهر المؤلف كله». هذه الجملة لفتت في السابق نظر ناسخ المخطوطة احمد III (١٨٩٩) في توبكابي سراي والتي تحوي المقالات الثلاث الاولى. فقد كتب على الصفحة الأولى: «كتب هذا الجزء من أصل تم كتابته في منتصف جمادى الاولى سنة ست وسبعين وأربع مائة هجرية، هكذا كتب في آخره: وكتب أنه بخط =

مصطفى نظيف[٣٥]، أنه نسخ كتاب **المناظر** كاملاً خلال سنتي ١٠٨٣-١٠٨٤، أي بعد حوالى أربعة وأربعين عاماً على وفاة ابن الهيثم. وقد وصلتنا المقالات الثلاث الأولى[٣٦]، والمقالتان الأخيرتان من هذه النسخة، ولا تزال المقالتان الرابعة والخامسة مفقودتين[٣٧]. أنجزت هذه النسخة في البصرة، وتمت المقالة السابعة والأخيرة، كما يشير الذيل نهار «الجمعة منتصف شهر رمضان، السنة ست وسبعين وأربع مئة» - أي في ٢٦ كانون الثاني/يناير ١٠٨٤[٣٨].

وقد أوضح العسكري أن النسخة الأصل كانت نسخة ابن الهيثم نفسه، فكتب مثلاً تحت الشكل السابع في المقالة السادسة: «قال المؤلف إن الخط ك ط ع يجب أن يكون مستقيماً، وكذا وجدنا في نسخته فحكيناه»[٣٩].

وعلى الرغم من وجود نسخة ابن الهيثم تحت تصرف الناسخ واعتنائه الكبير بالنقل، نجد عدداً لا يستهان به من الحذوفات والزيادات والأخطاء في النسخة، ولا سيما في نسخ الأحرف الدالة على المقادير الهندسية. لقد تصرّف الناسخ، على الأقل في أقسام النص البرهانية، بطريقة آلية.

تتألف **مخطوطة المقالة السابعة** من ١٣٩ ورقة منقولة باعتناء، بخط «نسخي». تشهد غزارة الكلمات والعبارات الملحوظة على الهامش بيد الناسخ، مع اشارته إلى مواضعها في صلب النص، بواسطة إشارات اصطلاحية، على أنه قابل نسخته مع الأصلية أثناء النسخ أو في نهايته. وكان يفصل بين الفقرات بإشارتين استعملتا في ذلك العصر وبعده بوقت طويل، وهما: «هـ» وهي اختصار لكلمة «انتهى»، أو دائرة

= صهر المصنف كله». لكن بما أن مجمل مجلدات F هي باليد نفسها، وفي السنة نفسها، ٤٧٦ هجرية، يمكن الاستنتاج أن كل هذه المجلدات منسوخة من قبل صهر ابن الهيثم.

(٣٥) نظيف، **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**، ص ١٣.

(٣٦) المقصودة هي المخطوطات: ٣٢١٢، ٣٢١٣ و ٣٢١٤، فاتح.

(٣٧) المقالتان الرابعة والخامسة نسختا من جديد في المخطوطة F، بعد حوالى مائة وستين سنة، كما ذُكر في: نظيف، المصدر نفسه، ص ١٠ - ١١. انظر: ابو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **كتاب المناظر** (توبكابي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة الرابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٥.

(٣٨) نقرأ في المخطوطة ٣٢١٦ فاتح: «وقع الفراغ من نسخ هذا الكتاب يوم الجمعة منتصف شهر رمضان سنة ست وسبعين وأربع مئة، وكتبه أحمد بن محمد بن جعفر العسكري بالبصرة». انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **كتاب المناظر** (توبكابي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩)، المقالة السابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٦ و٣٢٦١، ص ١٣٨ظ.

(٣٩) مخطوطة ٣٣٣٩ احمد III توبكابي سراي، ص ١٢٨ظ. أعطى الناسخ ملاحظتين متشابهتين لشكلين آخرين في المقالة نفسها: الورقتان ١٢٩ظ و١٣٣ظ.

محيطة بنقطة. أما قواعد الإملاء فهي تلك المستعملة آنذاك: كتابة غير ثابتة للهمزة، وغياب للمَدّة، وكتابة بعض الكلمات مثل «احديهما»... الخ؛ سمات كثيرة لكنها لا تميز هذه النسخة في شيء من غيرها في القرنين العاشر والحادي عشر. وليس لدينا معلومات حول تاريخ هذه المخطوطة، سوى أنها حالياً في استانبول(٤٠).

ونذكر أخيراً بأن العسكري أحاط غلاف هذه المقالة السابعة، كبقية مقالات النسخة، إحاطة مذهّبة: «المقالة السابعة من كتاب أبي علي بن الحسن بن الحسن بن الهيثم في كتاب المناظر».

تحمل المخطوطة **الثانية**، ونرمز إليها هنا بالحرف U، الرقم ٢٢٤٨ من مجموعة آيا صوفيا في المكتبة السليمانية. وهي نسخة كاملة لـ **كتاب المناظر**، تتألف من ٦٧٨ ورقة، انتهى نسخها، كما يذكر الذيل، سنة ١٤٦٤ بأمر من السلطان محمد الفاتح. وقد سبق وأكد مصطفى نظيف بأنها نسخة متأخرة **للمخطوطة** F، مكملة بالمقالتين الناقصتين ـ الرابعة والخامسة ـ من مخطوطة فاتح.

هذه الأخيرة، ونلحظها بالحرف F_1، تحوي هاتين المقالتين فقط، وقد نُسخت سنة ١٢٣٩ استناداً إلى مجلدين ينقصان F، كما اعتقد نظيف(٤١). وهذا يعني، أن **المخطوطة** U هي نسخة مباشرة عن F للمقالات ١ و٢ و٣ و٦ و٧، وغير مباشرة بواسطة **المخطوطة** F_1 للمقالتين ٤ و٥. وهذا ما تثبته مقارنة مخطوطتي المقالة السابعة.

أما المخطوطة **الثالثة** للمقالة السابعة ـ ونرمز إلها بالحرف K ـ فهي ضمن مجموعة تحمل الرقم ٩٥٢ في مكتبة كوبرولو في استانبول، وتتألف من ١٣٥ صفحة غير مرتبة، وتحتوي على أجزاء من المقالات الأربع الأخيرة من **كتاب المناظر** نُسخت بخط «مغربي». لقد كُتب قسم كبير منها، بيد واحدة. والنصان اللذان يهمّاننا، واللذان يشغلان على التوالي ٦٧ظ ـ ٧٠ظ و٨٦و ـ ٨٦ظ، خُطّا بهذه اليد نفسها. وعلى الرغم من جهلنا تاريخ هذه النسخة(٤٢)، تبين لنا دراستها الداخلية

---

(٤٠) هذا عصر السلطان محمود خان كما هو مذكور في الصفحة الأولى. هذه المخطوطة «كانت سابقاً ملك يحيى بن محمد اللابودي».

(٤١) نظيف، الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية.

(٤٢) بحسب م. كروز، هذه المخطوطة هي من القرن الثامن للهجرة، إلا أنه ليس من اثبات لهذا التاريخ، انظر: Max Krause, «Stambuler Handschriften Islamischer Mathematiker,» *Quellen und Studien zur Mathematik, Astronomie und Physik*, Bd. 3, no. 4 (1936), p. 476.

أنها لم تنسخ -في مقالتها السابعة على الأقل- عن نسخة العسكري، أي عن **F**، بل تتحدران كلتاهما من سلف مشترك هو، بحسب كل الاحتمالات، أنموذج ابن الهيثم نفسه.

فانطلاقاً من النصين المحققين هنا، واللذين يشكلان أنموذجاً جوهرياً للمقالة السابعة، وبالمقارنة مع النصين المقابلين في **F** نخلص إلى التالي:

تنقص **F** ست عبارات من كلمتين على الأقل موجودة كلها في **K**: في النص الأول ٨٣، ١٤-١٥ و٨٤، ٢ و٨٦، ١٠ و٨٨، ١٧ و٨٩، ١٠، ١١ و٩٠، ١٠ - ١١؛ وفي النص الثاني ١٠٨، ٣. تنقص **F** خمس كلمات وحرف وصل: ٨٦، ١٩ و٨٧، ١٦، ١٩ و٧٨، ٦ و٨٢، ١ و٨٥، ٣ و٩١، ٣ و٩٥، ٥ و٩٧، ٥. يوجد في **المخطوطة F** ثلاثة وستون خطأً نسخياً أو لغوياً أو رياضياً. يضاف إلى هذا، الاستعمال الشائع في **F** للمخاطب المفرد، والذي لا يوجد في **K**.

وهذا ما يبيّن أن **F** لا يمكن أن تكون مطلقاً سلف **K** الوحيد.

ولا تظهر، من جهة أخرى، أية من زوائد **F** في **K**، ونعني التكرار، خصوصاً تكرار أخطاء، كالعبارات ٨٦، ١٨ و٨٨، ٦ - ٧. وأخيراً فإن الحذوفات المشتركة لـ **F** و **K**، لا يمكن أن تتأتى إلا عن سلف مشترك؛ ففي ٨٣، ١١، ١٢ مثلاً، يمنع الحذف الفهم منعاً كاملاً. كذلك الأمر بالنسبة إلى الثمانية عشر خطأً المرتكبة، فعوضاً من: «وتبعد، ه طَ، الجسمين، المبصر، خيال واحد، منعطفة، متقطعة». نجد مثلاً: «وتنفذ طَ، الجسم، البصر، خيالاً واحداً، منعكسة، منعطفة».

أما بخصوص السؤال عن هذا السلف المشترك، فمن الممكن تقبل أقوال العسكري، وهو معقول، بكون هذا السلف نسخة ابن الهيثم نفسه.

وعلى الرغم من أن هذه الفرضية محتملة جداً، يستحسن إثباتها من خلال مقارنة مع كامل **المخطوطة K**. ولقد اكتفينا نحن باختبار بضع نقاط للقول بانبثاق **المخطوطة K** من تقليد مخطوطي آخر، يرجع إلى ابن الهيثم نفسه.

أثبتنا إذاً نصوص المقالة السابعة استناداً إلى **المخطوطتين F** و **K**، وبمساعدة مصدرين غير مباشرين من الواجب ذكرهما، هما الترجمة اللاتينية لكتاب ابن الهيثم، وتعقيب كمال الدين الفارسي عليه. ومن المعلوم أن **كتاب المناظر** تُرجم إلى اللاتينية في نهاية القرن الثاني عشر أو في أوائل القرن الثالث عشر، ونشره

ريسنر (F. Risner) سنة ١٥٧٢(٤٣). وقد غابت عن هذه الترجمة، لأسباب ما زالت غامضة، الفصول الثلاثة الأولى من المقالة الأولى. وبالمقابلة مع الأصل العربي، يظهر أن هذه الترجمة لم تؤخذ عن F، وهو أمر سبقت ملاحظته(٤٤)، بل أخذت عن نسخة من عائلة K، وتحديداً أيضاً عن سلف لِ K أو عن نسخة لهذا السلف. فمقابلة الترجمة مع **المخطوطة** K، بالنسبة إلى النصين المحققين هنا، لا تدع مجالاً للشك بهذا الخصوص، كما يبيّنه جهاز التحقيق، فالثغرات من كلمة أو كلمات عدة - في F بالنسبة إلى K - نجدها نفسها بالنسبة إلى هذه الترجمة اللاتينية (ما عدا ٨٤، ٢). والأمر عينه بالنسبة إلى الأغلاط. كما إن زيادات F، غير الموجودة في K، غائبة عن الترجمة اللاتينية أيضاً. غير أن بعض ثغرات **المخطوطة** K غابت عن هذه الترجمة، الأمر الذي يبرهن أنها لم تأت من نسخة عن K. يوجد في المقابل ثغرات في الترجمة بالنسبة إلى K، لكنه من الصعب التكهن بكون هذه الثغرات أصلية أم ناجمة عن الترجمة، وهي حرفية بشكل عام، ولكن ليس دائماً. ومهما يكن، فقد أنارت هذه الترجمة أمامنا الطريق، من ناحية الثغرات، أو من ناحية تصحيح بعض القراءات.

إن لشرح الفارسي -**تنقيح المناظر**- وضعاً مختلفاً لسببين على الأقل. فهو لم يقصد منه التكرار الجامد لبحث ابن الهيثم، بل عمل على تلخيص نصّه مع مراجعته وتصويب بعض تأكيداته(٤٥). ومكّنه هذا من أن يستشهد بابن الهيثم بتصرف وبكثير من الحرية. كما إنه أسهم باغناء المصطلحات العلمية في

---

(٤٣) المقصود هو: Ibn Al-Haytham, *Opticæ Thesaurus Alhazeni Arabis Liber Septem,* edited by F. Risner and Basel (1572); With an Introduction by David C. Lindberg, 2nd ed. (New York; London: Johnson Reprint, 1972).

بخصوص الترجمة، انظر: المصدر نفسه، المقدمة، ص VI - VII لهذه الطبعة المكررة.

وجد م. كلاغت آثار هذه الترجمة في: *Liber de triangulis* لِ Jordanus de Nemore، أي حوالى ١٢٢٠ - ١٢٣٠. انظر: Marshall Clagett, ed., *Archimedes in the Middle Ages* (Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1964), vol. 1, p. 669.

ما من شيء اكيد حول هوية المترجم او حول مكان الترجمة، فالاسم الأكثر احتمالاً حتى الساعة هو اسم جيرار دي كريمون (Gérard de Crémone).

(٤٤) انظر: ابن الهيثم، كتاب المناظر، المقالات الأولى، الثانية والثالثة، تحقيق عبد الحميد صبرا (الكويت: [د.ن.]، ١٩٨٣)، ص ٤٨.

(٤٥) حول معنى شرح الفارسي، انظر: Rushdi Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham,» *Archive for History of Exact Sciences,* vol. 6, no. 4 (1970).

البصريات، إذ إن مصطلحه لم يعد مطابقاً تماماً لمصطلح سلفه. يعسّر هذان الأمران الاستعانة بشرح الفارسي في عملية الإثبات النقدي لنص ابن الهيثم، على الرغم من أنه باستعارته جملة أو جمل عدة لابن الهيثم يؤدي لنا بعضاً من المساعدة. ضمن هذا النطاق إذاً استعنّا بهذا التعقيب وراجعنا المخطوطة ٦٢٤٥١ من مكتبة «مجلس الشورى» في طهران.

٢ ـ رسالة في الكرة المحرقة

كتب ابن الهيثم هذه المعالجة بعد كتاب **المناظر**. وقد وصلتنا عنها مخطوطتان: عاطف (Atif) ١٧١٤، الورقات ٩١ظ ـ ١٠٠ظ في استانبول، و Oct. ٢٩٧٠، الورقات ٧٤ظ ـ ٨٣و، في مكتبة ستاتس ببليوتك في برلين.

تبيّن مقابلة المخطوطتين أن نسخة استانبول قد نُسخت، من دون أي شك، عن مخطوطة برلين وعنها فقط(٤٦). لذلك اكتفينا بالاستناد إلى مخطوطة برلين وحدها لتحقيق نص هذه الرسالة. وقد شكل هذا النص جزءاً من تلك المجموعة، التي لم تنسخ بيد واحدة. فأول الناسخين قاضي زاده هو رياضي أدار مرصد سمرقند فترة من الزمن، واشتغل في خدمة أُلُغ بك، وقد نسخ من المجموعة الجزء الذي تنتمي إليه رسالة ابن الهيثم. وفي ذيل نص من المجموعة نفسها ـ نص يحيى الكاشي ـ الذي نسخه أيضاً قاضي زاده نفسه، نقرأ: «فرغ من تنميقه في العاشر من ربيع الآخر السنة سبع عشرة وثمان مئة وكان ذلك في سمرقند» (الصفحة ٢١ظ). يمكننا الافتراض أن رسالة ابن الهيثم قد نقلت في السنة نفسها، ١٤١٤، وفي المدينة نفسها. يوجد أيضاً تاريخ آخر في المجموعة، في نهاية نص آخر لابن الهيثم، حول مساحة الكرة (انظر الصفحة ١٥٢و) وهذا التاريخ هو ١٤٣٥؛ لكنه هنا كُتب بيد أخرى.

النص الذي نقله قاضي زاده هو بخط «نستعليق»، نجد بعض التصحيحات على الهامش بيد الناسخ؛ لكن لا شيء يدل على أن النسخة قد قوبلت بالأصلية. كما إننا لا نعرف شيئاً حول تاريخ هذه المخطوطة، باستثناء أنها أصبحت، منذ عام ١٩٣٠، ملكاً لمكتبة برلين.

(٤٦) لا نريد إثقال الملاحظات بنتائج مقابلة النصين: إنها تبرهن ببساطة أن مخطوطة عاطف منسوخة عن مخطوطة برلين وعنها وحدها فقط.

ثالثاً: شرح الفارسي للكرة المحرقة لابن الهيثم

الفارسي رياضي وفيزيائي فارسي توفي في ١٢كانون الثاني/ يناير ١٣١٩ عن واحدٍ وخمسين عاماً ونصف. مآثره وأعماله أضحت الآن معروفة بشكل أفضل: في نظرية الأعداد، وفي الجبر، وفي البصريات خصوصاً[٤٧]. وقد قام بشرح كتاب **المناظر** لابن الهيثم تحت عنوان **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر**. هذا الشرح، أو بالأحرى هذا التنقيح، بحسب تعبير الفارسي، ينتهي بتعقيب على رسالة **الكرة المحرقة** لابن الهيثم. ولكتاب الفارسي هذا أهمية على أكثر من صعيد: إذ بواسطته عرف المؤرخون، وما زالوا، رسالة ابن الهيثم؛ إضافة إلى انتقاداته له، وهي توضح كيف فهم خلفُ ابن الهيثم مساهمته، وحدود فهمهم له، والانعطاف الذي أحدثوه على كتاب **المناظر**؛ أخيراً كان لهذا النص دور رئيسي في التقدم الذي أحرزه الفارسي في تفسير قوس قزح والهالة. بعد شرح الفارسي كتاب **المناظر**، ومن ثم شرحه **الكرة المحرقة**، هناك نص له حول قوس قزح والهالة. يتابع الفارسي الكتابة بشرح ثلاث رسائل أخرى لابن الهيثم: **في كيفية الظلال**، **وفي صورة الكسوف**، **ومقالة في الضوء**[٤٨]. كان لكتاب **تنقيح المناظر** الضخم هذا مخطوطات عديدة نجد فيها جميعاً شرح الفارسي للكرة المحرقة. ولما تجر حتى الآن أية محاولة لإصدار طبعة محققة، فقمنا بالحصول على ست مخطوطات للنص حول «الكرة المحرقة»، استعملناها لتكوين نص شرح الفارسي.

تحمل المخطوطة **الأولى**، ونرمز إليها هنا بالحرف T، الرقم ٦٢٤٥١ في مكتبة «مجلس الشورى» في طهران، وقد نُسخت بالخط النسخي في السنة ١٦٨٤، الورقات ٢٣١ظ - ٢٣٥ظ. إن جدول القيم العددية للانكسار، في هذه النسخة المتأخرة، فارغ، فقد رسم الناسخ الجدول ووضع أرقام الأسطر الخمسة عشر الأولى في العمود الأيمن، من دون نقل القيم العددية. ومع ذلك نُسخت المخطوطة باعتناء، وقوبلت بالأصلية، تشهد بذلك الملاحظات المدونة على الهامش بخط الناسخ. وهذا ما يوحي بأن الأصلية لا تحتوي على القيم العددية.

---

(٤٧) انظر الهامش رقم (٢٤) من الفصل الثاني من هذا الكتاب.

(٤٨) كمال الدين الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر** (الهند: باتنا، خودا - بخش، ٢٤٥٥ و٢٤٥٦؛ متحف مهراجا منسنغ جابور، وراذا، رامبور، ٣٦٨٧ و٦٤٤٤؛ ايران، اسطان قدس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران، سباسالار، ٥٥١ و٥٥٢، وروسيا، كيبيشيف)، مج ٢.

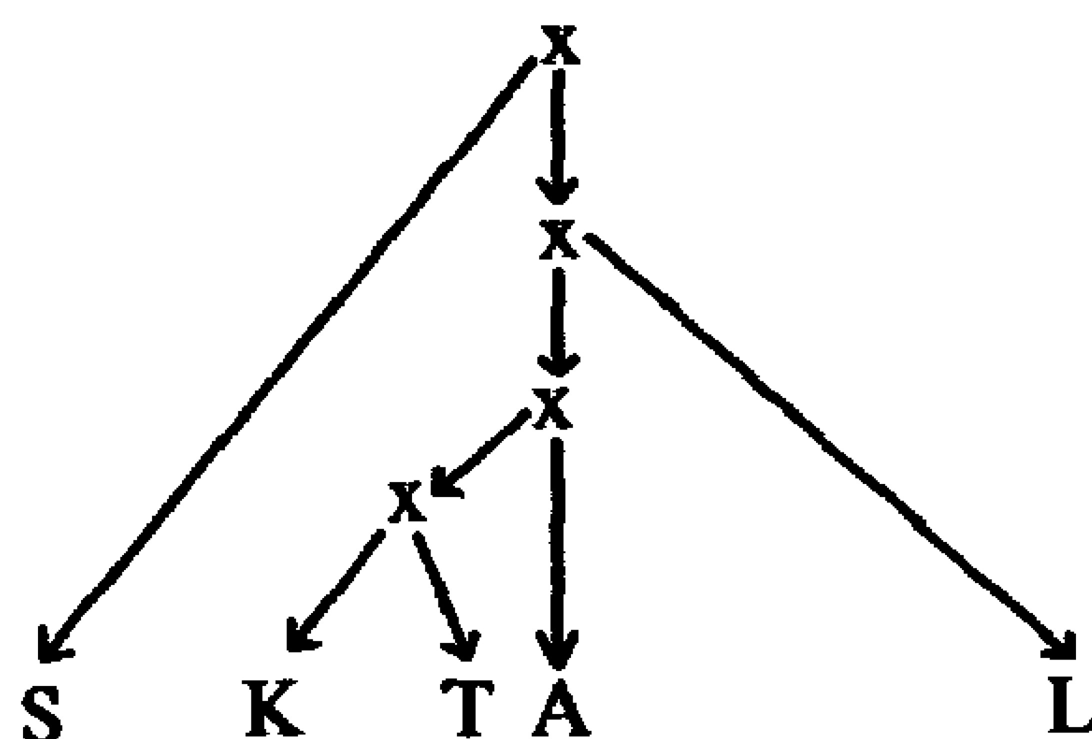
تحمل **المخطوطة الثانية**، ونرمز إليها هنا بالحرف A، الرقم ٢٥٩٨ من مجموعة آيا صوفيا في المكتبة السليمانية في استانبول، وهي منسوخة بالخط النسخي، في السنة ١٦٦٨، على أوراق ٥٥٥ـ٥٦٥. نجد كذلك في هذه المخطوطة المتأخرة، جدول القيم العددية مرسوماً، وفارغاً.

توجد **المخطوطة الثالثة**، ونرمز إليها بالحرف K، في مكتبة جامعة كولومبيا، تحت الرقم ٨٨ ـ ٢٥٢٦، شرقيات رقم ٣٠١، الورقات ٢٧٢و ـ ٢٧٧و. وهي لا تحمل تاريخاً، ومن المحتمل جداً أنها متأخرة؛ جدول القيم العددية مرسوم وفارغ؛ والكتابة فيها بالخط النسخي.

نرمز إلى **المخطوطة الرابعة** بالحرف L، وهي في مكتبة جامعة ليدن، رقمها ٢٠١، ٢٧٧ظ ـ ٢٨٣ظ، مكتوبة بالخط «نستعليق». لم يضع الناسخ تاريخاً لانتهاء النسخة. إن جدول القيم العددية منسوخ جيداً، لكن الناسخ كرّر كتابة الورقة: ٢٧٩ظ، حتى بداية ٢٨٠و.

إن رقم **المخطوطة الخامسة** ـ نرمز إليها بـS ـ هو ٣٣٤٠ في مكتبة توبكابي سراي، مجموعة أحمد III، ١٨٠ظ ـ ١٨٤و، مكتوبة بالخط النسخي، سنة ١٣١٦ في نيسابور. لا تحتوي هذه النسخة على جدول القيم العددية وحسب، بل على المقطع الذي يشرح تكوينه كذلك. فقد نقل الناسخ بوضوح هذا المقطع عن الأصلية. نلاحظ بسهولة، وبالفعل، أن هذا الناسخ كان معتنياً بقدر ما كان دقيقاً. لذلك تتضمن هذه المخطوطة عدداً أقل من الثغرات ومن حوادث النسخ، كما انتبه الناسخ أثناء مقابلة نسخته بالأصلية، للإشارة إلى أماكن الحذوفات، التي نقلها على الهامش، كما فعل في الصفحة ٨٤و، في السطر الخامس.

إن رقم **المخطوطة السادسة** ـ نرمز إليها هنا بالحرف H ـ هو ٢٩٤٥. الورقات ٢٠٩ ـ ٢١٦، في مكتبة خودا ـ بخش (Khuda-Bakhsh)، في باتنا، بالهند. شُوِّهت هذه المخطوطة بسبب الرطوبة، وضياع بعض أجزائها. الكتابة هي بالخط «نستعليق»، ويوجد جدول القيم العددية في القسم الضائع. لم ننجح في معرفة تاريخ هذه النسخة. إن كل هذه العناصر، تجعل مقارنتها صعبة مع الأخريات. وسيكون من الإفراط بالإطالة إيراد جميع نتائج مقارنة المخطوطات الخمس في ما بينها من حذوفات وزيادات وأغلاط... الخ. وسنكتفي بإيراد شجرة التحدر التي استنتجناها من هذه المقارنات.



توحي هذه «الشجرة» إذاً أن المخطوطة S هي الأقرب إلى النموذج الأصلي، ومن المحتمل إرجاع المقطع التفسيري الذي تحتويه هذه المخطوطة، إلى الفارسي نفسه. غير أنه لا يجوز أن نأمن لمثل هذا الاستنتاج إلا بعد إجراء مقارنة بين المخطوطات بشأن **تنقيح المناظر** بكامله، من دون حصرها بـ **الكرة المحرقة** وحدها، وشرط مقارنة جميع المخطوطات المعروفة وعدم الاقتصار على المخطوطات الخمس التي انتقيناها[٤٩].

وقد تمَّ تجميع **تنقيح المناظر** من مقابلة أربع مخطوطات ـ ليدن، ومخطوطتي

---

(٤٩) ليست هذه المهمة سهلة نظراً إلى عدد المخطوطات المعروفة حتى الآن عن التنقيح. هذا العدد، بحسب كل الاحتمالات، لا يغطي مجموعها. اننا نضع هنا لائحة لتلك التي نعرف مكان وجودها.

أ ـ مكتبة اسطان قدس، مشهد، ايران رقم ٥٤٨٠، ٢٧٨ ورقة، انتهت سنة ١٦٦٢.

ب ـ مكتبة سپاسالار، طهران، رقم ٥٥١، ١٨٢ ورقة، انتهت في ١٥٨٣ ـ ١٥٨٤.

ج ـ مكتبة سپاسالار، طهران، رقم ٥٥٢، ٢٥٢ ورقة، انتهت في ١٦٨٦.

د ـ مكتبة مجلس شورى، طهران، رقم ٢٢٧٨، ٣٢٦ ورقة، انتهت في ١٦٩٧ ـ ١٦٩٨.

هـ ـ مكتبة راذا، رامبور، الهند، رقم ٣٦٨٧، ٢١٥ ورقة، انتهت في ١٦٤٢.

و ـ مكتبة راذا، رامبور، الهند رقم ٦٤٤٤، ٤٢٢ ورقة، انتهت في القرن السابع عشر. بشأن هاتين المخطوطتين انظر: Imtiyāz Ali Arshi, *Catalogue of the Arabic Manuscripts in Raza Library* (Rampur: [n. pb.], 1975), vol. 5, pp. 36-37.

ز ـ مكتبة متحف مهراجا منسنغ، جابور، الهند، ١٥٠ ورقة، انتهت في ١٣٥٩. انظر: D. King, «A Handlist of the Arabic and Persian Astronomical Manuscripts in the Mahraja Mansingh II Library in Jaipur,» *Journal for the History of Arabic Science*, no. 4 (1980), p. 82.

ح ـ مكتبة خودا بخش، باتنا، الهند، ٢٤٥٥، ٢٨٠ ورقة، انتهت في القرن السابع عشر.

ط ـ مكتبة خودا بخش، باتنا، الهند، ٢٤٥٦، ٢٥٣ ورقة، انتهت في القرن الثامن عشر. بشأن هاتين المخطوطتين، انظر: Abdul Hamid Maulavi, *Catalogue of the Arabic and Persian Manuscripts in the Oriental Public Library at Bankipore* (Patna: [n. pb.], 1937), vol. 22.

ي ـ المكتبة الاقليمية في كيبيشيف، روسيا، ٣١ظ ـ ٢٧١ظ.

انظر: B. Rosenfeld, «A Medieval Physico - Mathematical Manuscript Newly Discovered in the Kuibyshev Regional Library,» *Historia Mathematica*, no. 2 (1975), pp. 67-69.

إذا أضفنا هذه المخطوطات إلى تلك التي استعملناها تصبح ست عشرة مخطوطة معروفة ـ من المحتمل وجود غيرها ـ ضرورية للكتابة في تاريخ السلالة المخطوطية. ونحن لا نزال بعيدين عن هذا الهدف.

مكتبة راذا في رامبور، ونسخة لم تحدد من خودا- بخش، وطُبع في حيدرآباد(٥٠). لم تكن الطبعة مبنيّة على تحقيق، بل جاءت تجميعاً خاطئاً. وبما أنها كانت مرجعاً لمؤرخي ابن الهيثم، ولما كان ارتكازها على مخطوطات ثلاث لم نستعملها، اعتبرنا هذه النشرة بمثابة مخطوطة إضافية -نرمز إليها بالحرف H - لتكوين نص تعقيب الفارسي.

يميز الفارسي أقواله، في هذا الشرح عن أقوال ابن الهيثم، بإدخال عبارة «أقول» أو «يقول». لكن نظرة خاطفة توضح أن الفارسي لا يستشهد بابن الهيثم بالحرف إلا نادراً، فهو يكتفي بنقل فكرة سلفه بشكل صحيح في لغته الخاصة. وبما أن نص ابن الهيثم قد حقق وترجم هنا، فلم نرَ حاجة إلى مقابلة كل النصوص المنسوبة من الفارسي إلى ابن الهيثم، مع نصوص هذا الأخير.

* * *

أما بشأن الطريقة المتبعة لتكوين النصوص العربية القديمة، فقد فسرناها في مناسبات عدة(٥١). إنها ترتكز على مبدأين: عدم التدخل في النص إلا عند الضرورة القصوى، بغية تصويب خطأ لغوي أو علمي يهدد بمنع فهم النص، مذكرين في الحواشي بجميع هذه المداخلات. ومن ناحية أخرى، عندما يتكرر خطأ بكثرة، من دون أن يشكل عائقاً للفهم، فإننا أحياناً نصححه في الحواشي في المرة الأولى دون سواها. أخيراً لم نسمح لأنفسنا بأي تغيير قبل أن نستنفد جميع الإمكانات اللغوية الممكنة للإبقاء على أصالة النص؛ كل هذه الاحتياطيات ضرورية لضمان الحصول على طبعة محققة علمياً.

بالنسبة إلى الترجمة الفرنسية، فقد اعتمدنا أيضاً طريقتنا الخاصة: ترجمة حرفية أمينة للنص بقدر أمانتها لروحيته، ومن دون التضحية بالوضوح لحساب الحرفية، بحثنا قدر المستطاع عن المسلك الضيق الذي يوفق بينهما. ولقد قبلنا، من دون شك، المجازفة بالحصول على الدقة والوضوح على حساب أناقة الترجمة، عاملين على ضبط الحدود بين الترجمة والتفسير. لقد سهّلت علينا مهمتنا هذه كون لغة البصريات العربية، حتى عند ابن سهل، قد تكونت واستقرت جيداً، مع استثناءات قليلة سنتعرض لها في ملاحظاتنا الإضافية.

---

(٥٠) الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر**، مج ٢، ص ٤٠٨ - ٤٠٩.

(٥١) Rushdi Rashid, *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*, collection sciences et philosophie arabes (Paris: Les Belles lettres, 1984), tomes 3, pp. LXXIV sqq.

الفصل الخامس

النصوص والملاحق(*)

(*) ملاحظة حول الرموز المستعملة في هذا الفصل:

< > القوسان المتعكفان يعزلان في هذا النص ما هو مضاف من أجل سد ثغرة في المخطوطة.

/ هذه العلامة تشير إلى نهاية الصفحة في المخطوطة.

أولاً: النصوص

١ ـ العلاء بن سهل

النص الأول

كتاب الحراقات

بسم الله الرحمن الرحيم ت ـ ١ ـ ظ

وبه أستعين

من حقّ الملك صمصام الدّولة وشمس الملّة – على من عرف قَدْر النعمة في عنايته بإظهار العلوم، حتى يشيعَ في الناس ذكرُها ويعظُمَ عندهم خطرُها وحتى يأخذ طلّابُها بالحظّ الوافر من فائدتها ويتهنؤوا بعائدتها – أن يجعل خدمتَه في ذلك بكل ما يجدُ السبيلَ إليه بعضَ شُكر هذه النّعمة. وكيف لا يُعنى بإظهارها وقد لاقَتْ به من يعرِف فضلَها، ويعتدُّه لها، ومن يرعاها بحُسن قيامه عليها ويتألف غائبَها بكرم مُجاورته لحاضِرها، فسببُها اليوم قويٌّ، وناصِرُها عزيزٌ، وسُوقُها قائمةٌ، وتجارتُها رابحةٌ، ورأيهُ فيها ذِمامٌ على هَواه، فلن يخافَ البريءُ أن يُقْضَى عليه، ولا يرجو السّقيمُ أن يُقْضَى له.

وقد غَبرتُ دهراً أبحث عن حقيقة ما يُنْحَلُ أصحابُ التعاليم من القدرة على إحراق جسم بضوءٍ على مسافةٍ بعيدةٍ. ويُضاف إلى أرشميدس من إحراقه سُفُنَ الأعداء بهذا الضرب من الحيل؛ حتى عرفت جملة الحال فيه، وتعقّبتُها بالتفصيل. فاستعنتُ عليه بما وجدتُه من كتب القدماء وانتزعت منها ما

8 ويتهنؤوا: ويتهنأوا.

تضمَّنت منه. وهو وصف الإحراق بضوء الشمس المنعكس عن مرآةٍ على مسافةٍ قريبةٍ؛ ونوعٌ من الإحراق بضوء جسم قريب ينعكس عن مرآة. وواصلتُ النظر فيما لم يتضمّن منه؛ حتى استخرجتُه وهو وصف الإحراق بضوء الشمس/ < الذي ينفذ في آلة وينعطف في الهواء > .

< المرآة المحرقة بالقطع المكافئ >

د - ٨١ - و / نريد أن نحرق جسماً بضوءٍ على مسافةٍ معلومة.

فليكن المسافة المعلومة خط ا ب. فإما أن يكون الإحراق بضوء ينعكس من آلةٍ أو ينفذ فيها، فإن كان الإحراق بضوءٍ ينعكس من آلة، فإنا نُخرج خط ا ج، فإما أن تكون الأضواء الخارجة من نقطة على وجه المضيء إلى جوانب الآلة متوازية في الحس، أو لا تكون متوازية فيه. فإن كانت الأضواء الخارجة من نقطةٍ على وجه المضيء إلى جوانب الآلة متوازيةً في الحسّ – وعلى ذلك كل ضوء يأتيها من السماء – فإما أن تكون زاوية ب ا ج قائمة، أو لا تكون قائمة.

فإن كانت زاوية ب ا ج قائمة، فإنّا نجعل خط ا ج نصف خط ا ب، ونخرج خط ج د قائماً على خط ا ج، ونجعل سطح ج د في ا ج مثل مربع ا ب. فالقطع المكافئ الذي سهمه خط ا ج وضلع سهمه خط ج د يمرّ بنقطة ب ويحدّ قطعةً منه تبتدىء من نقطة ب وتنتهي في خلاف جهة نقطة ج. وليكن ب ه.

---

4 الشمس: توقف بعدها نص مخطوطة «ت». راجع المقدمة – 6 نريد: قبلها نجد في «د» بعد البسملة العبارة التالية: «رسالة في الآلة المحرقة لأبي سعد العلاء بن سهل». وبجوار العنوان في الهامش كتب الناسخ عبارة تآكلت بعض كلماتها وهي «كان في أولها شكل ذكر العبدجاني أنه بعد الشكل الثاني والثالث من المقالة ... المحرقة ...» – 9 تكون: عادة ما يكتبها الناسخ «يكون». ولن نشير إليها فيما بعد – 16 خط (الأولى): خطا.

ونثبت خط ا ج وندير حوله قطعة ب ه حتى تقطع نقطة ب قوس ب و، ونقطة ه قوس ه ز. ويحدث بسيط ب ز. فنجعله وجه مرآةٍ تحاذي نقطة آ. وينبغي أن يكون ضوء الشمس إذا انعكس من جميع بسيط ب ز إلى نقطة آ أحرق عندها. ثم نركب على ظهر المرآة هدفين، يلي أحدهما قوس ه ز وفي وسطه ثقب تحيط به دائرة، والآخرُ قوس ب و، وفي وجهه المقابل الأول دائرة يوافقها ضوء الشمس النافذُ من الثقب إليها. ويكون الخط المتصل بين مركزيهما موازياً لخط ا ج، ثم تُحاذي بالمرآة الشمسُ حتى ينفذ ضوءها من الثقب إلى الدائرة.

أقول : إن ضوء الشمس ينعكس من جميع بسيط ب ز إلى نقطة آ فيحرق عندها.

الشكل رقم (١)

5 وجهه : جهة.

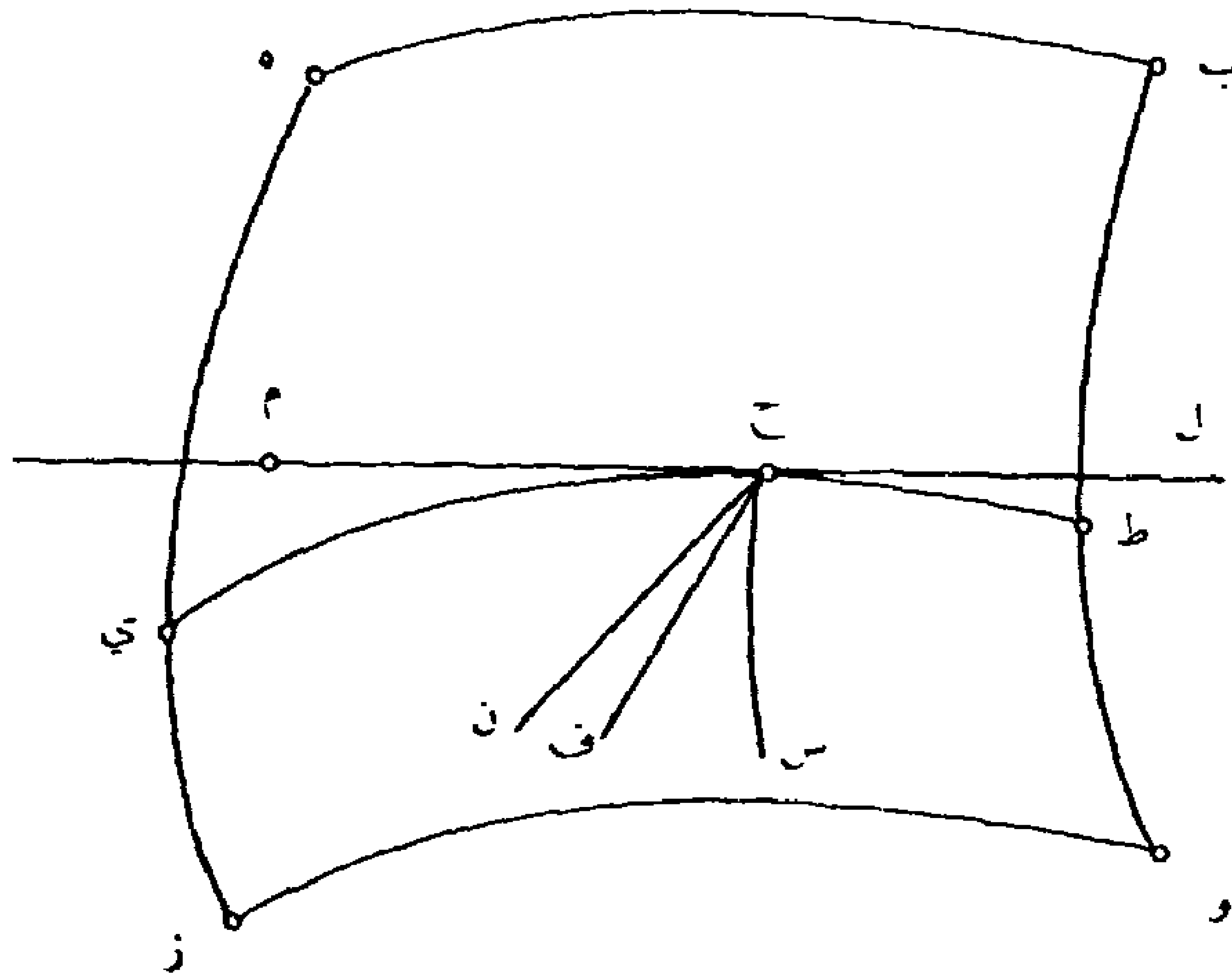
برهان ذلك : أنا نتزل على بسيط ب ز نقطة ح . ونخرج سطح ا ج ح وليحدث في بسيط ب ز ‹خط› ط ي . فلأن قطع ب ه مكافئ، سهمُه خط ا ج وضلع سهمه ج د فهو يطابق رسم ط ي ‹الذي سهمه› خط ا ج ، وضلع سهمه مثل خط ج د . ونخرج خط ح ك قائماً على خط ا ج . ونجعل خط ج ل مثل خط ج ك ، ونخرج خط ل ح م فهو يماسّ قطع ط ي على نقطة ح . ونخرج على خط ل م سطح ل م ن قائماً على سطح ا ج ح . فهو يماسّ بسيط ب ز على نقطة ح ؛ لأنه إن لم يماسّه عليها فليقطعه عليها. فلا بد من أن ينتهي من سطح ل م ن إلى نقطة ح جزء يكون داخل الزاوية التي يحيط بها بسيط و ي وسطح ا ج ح . وننزل على هذا الجزء نقطة ن ونخرج سطح ح ك ن . فإما أن يكون خط ا ج قائماً على سطح ح ك ن أو لا يكون قائماً عليه : فإن كان خط ا ج قائماً على سطح ح ك ن . فليحدث سطح ح ك ن في بسيط و ي قوس ح س ، وفي سطح ل م ن خط ح ن . فلأن نقطة ن داخل الزاوية التي يحيط بها بسيط و ي ، وسطح ا ج ح ، على سطح ح ك ن ؛ فهي داخل الزاوية التي يحيط بها قوس ح س وخط ح ك . وبيّنٌ أن نقطة ك مركز قوس ح س . فليس خط ح ن قائماً على خط ح ك . ولأن خط ا ج قائم على سطح ح ك ن ، فسطح ح ك ن قائم على سطح ا ج ح ، وكذلك سطح ل م ن . فالفصل المشترك لسطحي ح ك ن ل م ن ، وهو خط ح ن ، قائم على سطح ا ج ح ؛ فخط ح ن قائم على خط ح ك ، وهذا محال.

وإن لم يكن خط ا ج قائماً على سطح ح ك ن ، فإنا نخرج على نقطة ن سطحاً مستوياً حتى يكون خط ا ج قائماً عليه. وليحدث في بسيط و ي قوس

2 ب ز: ب د / ط ي: سمطى – 3 فهو: وهو / خط : وخط – 5 يماس : تماس – 7 يماس : تماس / يماسّه : كتب «يكن يماسّها»، ثم ضرب على «يكن» – 16 فسطح : بسطح.

ع ف . وفي سطح ا ج ح خط م ص . وليلق خط ا ج على نقطة ص ؛ وفي سطح ل م ن خط م ن . فنقطة ن داخل الزاوية التي يحيط بها قوس ع ف وخط ع ص . ونقطة م خارجها. ونقطة ص مركز قوس ع ف . فليس خط م ن بقائم على خط م ص . وبيّنٌ أن خط م ن قائم على سطح ا ج ح ، فهو قائم على خط م ص . وهذا محال. فسطح ل م ن يماسّ بسيط ب ي على نقطة ح .

الشكل رقم (٢)



ولا يماسّ بسيط ب ي على نقطة ح سطحٌ مستوٍ غيرُ سطح ل م ن. فلأنه إن ماسّه عليها سطح مستوٍ غيره – فليكن الفصل المشترك بين سطح قوس ح س وبين سطح ل م ن خط ح ن ؛ وهو يماسّ قوس ح س على نقطة ح – فلأن هذا السطح / يقطع سطح ل م ن على نقطة ح ؛ فلا بدّ من أن يقطع د - ٨١ - ظ أحد خطي ح ن ح ل على نقطة ح . فإن قطع هذا السطح خط ح ن على نقطة ح ، فليكن الفصل المشترك بينه وبين سطح قوس ح س خط ح ف .

2 فنقطة: نقطة – 3 وخط: كتب «ويحيط خط»، ثم ضرب على «يحيط» / ونقطة (الأولى): ونقطه.

فلأن هذا السطح يماس بسيط ب ز على نقطة ح فخط ح ف يماس قوس ح س على نقطة ح ؛ وكذلك خط ح ن ، وهذا محال.

وإنْ قطع هذا السطح خط ح ل على نقطة ح ، ‹كان الفصل› المشترك بينه وبين سطح قطع ط ي خطًّ ح ر. فلأن هذا السطح يماس بسيط ب ز على نقطة ح ؛ فخط ح ر يماسّ قطع ط ي على نقطة ح ، وكذلك خط ح ل ، وهذا محال. فلا يماسّ بسيط ب ز على نقطة ح سطح مستوٍ غير سطح ل م ن.

ولأن سطح جـ د في ا جـ مثل مربع ا ب ، ومربع ا ب أربعة أمثال مربع ا جـ لأن خط ا جـ نصف خط ا ب ، فسطح جـ د في ا جـ أربعة أمثال مربع ا جـ ؛ فخط ‹جـ د› أربعة أمثال خط ا جـ ، ومربع ح ک مثل سطح جـ د في ک جـ ، فربع ح ک أربعة أمثال سطح ا جـ في جـ ک . فمجموع مربعي ا ک ک ح – أعني مربع ا ح – مثل مجموع مربع ا ک وأربعة أمثال سطح ا جـ في جـ ک ، أعني مربع ا ل . فربع ا ح مثل مربع ا ل ، فخط ا ح مثل خط ا ل ؛ فزاوية ا ح ل مثل زاوية ا ل ح . ونخرج خط ح ش موازياً لخط ا ل ، فزاوية ا ل ح مثل زاوية م ح ش ، فزاوية ا ح ل مثل زاوية م ح ش . وخطَّا ا ح ح ش لا يلقيان بسيط ب ز على غير نقطة ح ؛ لأنها إن لقياه على غيرها فيلقياه على نقطة س ، فلأن نقطة س على بسيط ب ز – كما أنها على بسيط ا جـ ح – فهي على الفصل المشترك بينهما ، وهو قطع ط ي . فخطا ا ح ح ش يلقيان قطع ط ي ، وهو مكافئ ، وسهمه خط ا جـ على غير نقطة ح ، وهذا محال.

فخطَّا ا ح ح ش لا يلقيان بسيط ب ز على ‹نقطة› غير نقطة ح .

1 يماس : كتبها الناسخ «تماس» ، ولن نشير إليها فيما بعد – 9 لأن خط ا جـ : أثبتها في الهامش مشيراً إلى موضعها – 15 ال ح : ا ح – 18 فخطا : فخط – 21 يلقيان : يلتقيان.

ولأنا قد حاذينا بالمرآة الشمس حتى نفذ ضوءها من الثقب إلى الدائرة؛ فقد خرج ضوء نقطة على وجه الشمس في الهواء على الخط المتصل بين مركزي الثقب والدائرة. وكل واحد من ⟨الخطين⟩ : الخط المتصل بين مركزيها، وخط ح ش. موازٍ لخط ا ج. فالخط المتصل بينهما موازٍ لخط ح ش. ولا يلقى خط ح ش ساتراً دون تلك النقطة. ومعلوم أنه إن أُخرج ضوء نقطةٍ على وجه الشمس على أحد خطين متوازيين عندنا ثم لا يلقى الآخر ساتراً دون تلك النقطة، فإن ضوءها يخرج على الآخر، فضوء تلك النقطة يخرج على خط ح ش وهو لا يلقى بسيط ب ز على غير نقطة ح، فيلقى به غير الهواء، فيصل فيه إلى نقطة ح ثم ينعكس على خط ا ح، وهو لا يلقى بسيط ب ز على غير نقطة ح، فيلقى به غير الهواء، فيصل منه إلى نقطة آ، وكذلك سائر النقط المنزلة على بسيط ب ز؛ وإذا وافقت نقطة آ ظاهر الجسم الذي يُلتمس إحراقه، وافق خط ا ج ظل ذلك الجسم. وقد علمنا أن خط ا ج لا يلقى بسيط ب ز. وعلى ذلك كل خطٍ يمرّ بين نقطة آ وبين قوس ب و موازياً لخط ا ج. فإذا انتهى ظلُّ الجسم، في أقرب جوانبه من بسيط ب ز، إلى بعض هذه الخطوط، بقي بسيط ب ز مكشوفاً للشمس، فانعكس ضوءُها من جميعه إلى مواضع نقطة آ من ظاهر ذلك الجسم وأحرقه. وذلك ما أردنا أن نبين.

---

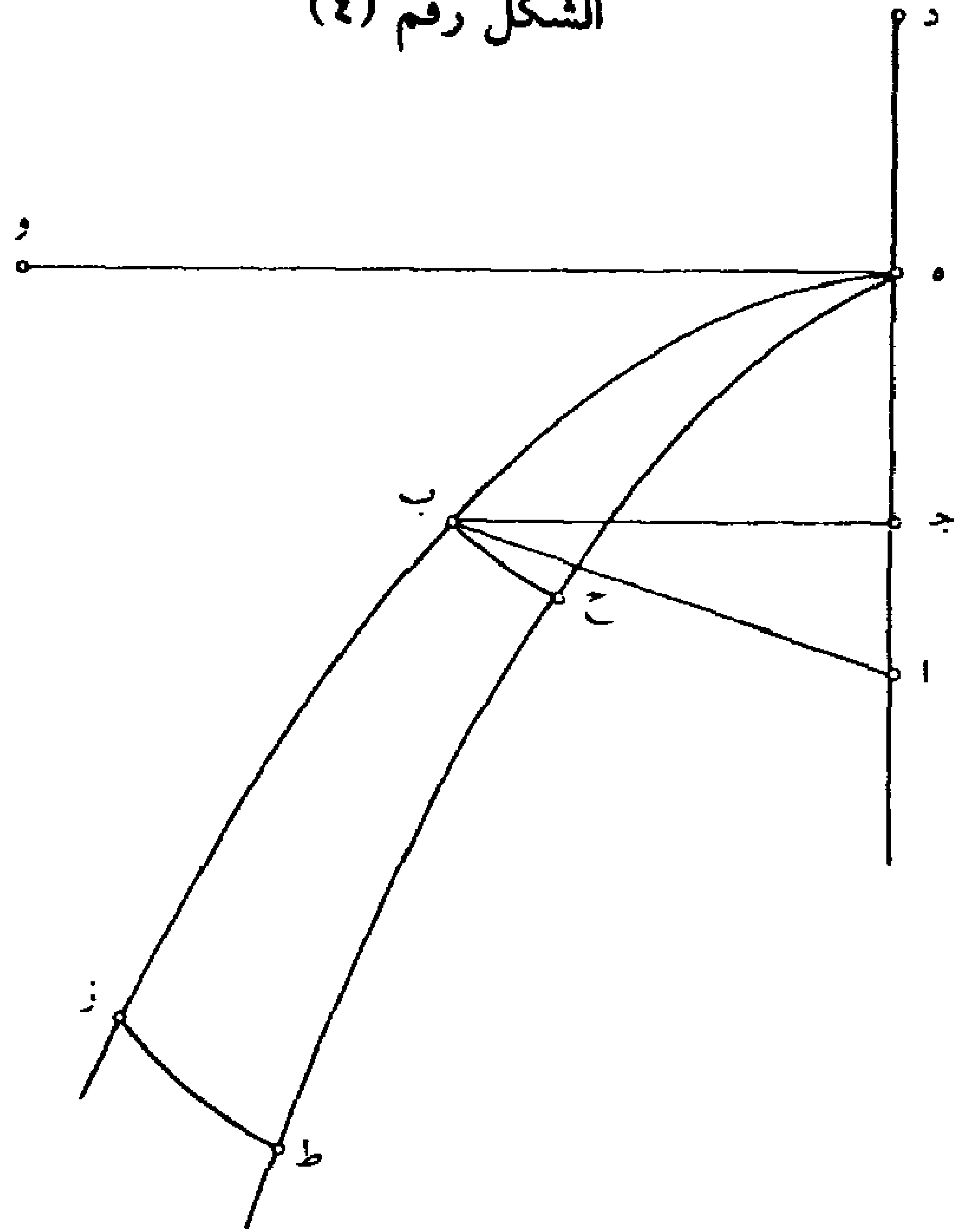
8 يلقى : يكفى – 10 فيلقى : فيكفى – 13 موازياً : وموازيا.

الشكل رقم (٣)

وإن لم يكن زاوية ب ا جـ قائمة، فإنا نخرج خط ب جـ قائماً على خط ا جـ ، ونجعل خط ا د مثل خط ا ب ، ونقسم خط جـ د بنصفين على نقطة ه ، ونخرج خط ه و قائماً على خط جـ د ، ونجعل سطح ه و في جـ ه مثل مربع ب جـ. فالقطع المكافىء، الذي سهمه خطّ ا ه ، وضلع سهمه خطّ ه و، يمرّ بنقطة ب ، ويحدّ قطعةً منه تبتدىء من نقطة ب وتنتهي في خلاف جهة نقطة ه ، وليكن ب ز. ونثبت خط ا جـ وندير حوله قطع ب ز حتى يقطع نقطة ب قوس ب ح ونقطة ز قوس ز ط ويحدث بسيط ب ط ، فنجعله وجه مرآة

5 جهة: جه ـ 6 ه: ح.

الشكل رقم (٤)



تحاذي نقطة آ. وينبغي أن يكون ضوء الشمس إذا / انعكس من بسيط د - ٨٢ - و
ب ط إلى نقطة آ أحرق عندها.

ثم نركب على ظهر المرآة هدفين، ونستعملها على ما وصفنا.

أقول : إن ضوء الشمس ينعكس من جميع بسيط ب ط إلى نقطة آ فيحرق عندها.

برهان ذلك : أن سطح ه و في ج ه مثل مربع ب ج ، فمجموع مربع ا ج وسطح ه و في ج ه مثل مجموع مربعي ا ج ب ج ، ومجموع مربعي ا ج ب ج مثل مربع ا ب . ومربع ا ب مثل مربع ا د . ومربع ا د مثل مجموع مربع ا ج وأربعة أمثال سطح ا ه في ه ج؛ فمجموع مربع ا ج وسطح ه و

1 تحاذي : مطموسة / انعكس : أوفا مطموس –2 ب ط : د ط – 9 مربع ا ج (الأولى): مربعى ا د.

في جـ ه مثل مجموع مربع ا جـ وأربعة أمثال سطح ا ه في ه جـ ، فسطح ه و في جـ ه أربعة أمثال سطح ا ه في جـ ه ؛ فخط ه و أربعة أمثال خط ا ه.

فضوء الشمس ينعكس من جميع بسيط ب ط إلى نقطة آ. فيحرق عندها بمثل ما بيّن في القسم الأول. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

⟨الرسم المتصل للقطع المكافىء⟩

⟨ فليكن خطّ د و، وننزل عليه نقطة جـ ، ونخرج خط جـ ا قائماً على خط د و، ونخرج د ه قائماً على خط د و، ونجعله أعظم من خط د ا، ونصل خط ا ه، فزاوية ه ا د أعظم من زاوية د ه ا، ونفصل من زاوية ه ا د زاوية ه ا ب مثل زاوية ا ه د. وليلق خط ا ب خط د ه على نقطة ب ، فيكون خط ا ب مساوياً لخط ب ه ، وزاوية ا د ب أعظم من زاوية قائمة، فيكون خط ا ب أعظم من خط ا د. ونخطّ حول نقطة آ ببعد خط د ه دائرة، ولتلق خط د و على نقطة و، ونصل ⟩ / خط ا و، فهو مثل خط د ه ، ت - ١٤ - و وخط ب ه مثلُ خط ا ب ، فخطُّ د ه مثلُ مجموع خطي ا ب ب د. ونصل خط ا د ، فمجموع خطي ا ب ب د أعظمُ من خط ا د ؛ فإذن خطُّ ا و أعظمُ من خط ا د. وليلق خطُّ د و خطَّ ا جـ على نقطة جـ. فلأن خط د ه موازٍ لخط ا جـ فزاويةُ ا جـ و مثلُ زاوية ه د و، وزاوية ه د و قائمة، فزاوية

4 نبين : هنا ينتهي نص مخطوطة «د» ويكتب الناسخ بعدها «تمّت والحمد لله رب العالمين. كتبته من نسخة بخط القاضي ابن المرّخم ببغداد. وذكر في آخرها : إني كتبته وقابلته بالأصل. وكان بخط العبدحاني. وفي آخره : هذا آخر ما وجد بخط العلاء بن سهل. رحمه الله. وصلى الله على نبيه محمد وآله أجمعين. الطيّبين الطاهرين».

ا جـ و قائمة، فخط ا و أبعد من خط ا جـ من خط ا د، فنقطة و أبعد من نقطة جـ من نقطة د. ونُنزل على خط د و نقطة ز، ونُخرج خط ز ح قائماً على خط د و، ونجعله مثلَ خط ا و، ونصل ا ز، فخط ا و أعظمُ من خط ا ز، فخط ز ح أعظم من خط ا ز، ونصل خط ا ح، فزاويةُ ح ا ز أعظم من زاوية ا ح ز. ونفصل من زاوية ح ا ز زاوية ح ا ط مثلَ زاوية ا ح ز، وليلْق خطُّ ا ط خطَّ ز ح على نقطة ط. ونخرج خط ي ا ك قائماً على خط ا جـ ونجعل خط ا ي مثل خط ا ك، وينبغي ألّا يكون خط ا ب أصغر من خط ي ك. ونخط حول نقطة ا ببُعدِ خط ا ي نصفَ دائرة ي ك، وليلْق خط ا جـ على نقطة ل، ونُخرج خط ب مـ قائماً على خط ب د، ونجعله مثلَ خط ا ي، ونجعل خطَّ د ن مثلَ خط ب مـ، ونخرج خط ن مـ س، ونجعل خط و ع مثل خط د ن. ونخطُّ حول نقطة ب ببُعدِ خط ب مـ دائرةً، ونخرج خطي ا ف ب ص قائمين على خط ا ب وليلقيا نصفَ / دائرة ي ودائرة مـ على ت ـ ١٤ ـ ظ نقطتي ف ص، ونصل خط ف ص، ونُخرج خط ط ق قائماً على خط ز ط، ونجعله مثلَ خط ا ي، ونجعل خط ر ز مثلَ خط ط ق، ونُخرج خط ر ق ش ونجعله مثل خط ن س، ونجعل خطَّ ر ت مثلَ خط ن ع؛ ونخطُّ حول نقطة ط ببُعدِ ط ق دائرةً، ولتلْقَ خط ح ط على نقطة ث، ونُخرج خطّي ا خ ط ذ قائمين على خط ا ط، وليلقيا نصف دائرة ي ودائرة ق على نقطتي خ ذ ونصل خط خ ذ.

فلأن خط ز ر مثلُ خط ط ق وهما قائمان على خط ز ط فخطُّ ر ش قائم على خط ر ت وخط ط ق على خط ر ش، فدائرة ق تماسُّ خط ر ش.

وكذلك نبيّن أن خط ن س قائم على ن ع، وأن دائرة مـ تماسُّ خط ن س، وخطَّ ق ر مثلُ خط ز ط؛ وخطَّ ا خ مثلُ خط ط ذ، وهما قائمان على خط ا ط، فخطُّ خ ذ مثلُ خط ا ط، وكل واحدةٍ من زاويتي ق ط ث

ك ا ل قائمة. وخط ط ق مثلُ خط ا ي. فقوس ق ث مثل قوس ك ل. وبيّنٌ أن خط ط ذ موازٍ لخط ا خ. وخطّ ط ث موازٍ لخط ا ل، فزاويةُ ث ط ذ مثل زاوية ل ا خ. فقوس ث ذ مثل قوس ل خ. وقوسُ ق ذ مثلُ قوس ك خ، فمجموعُ قوسي ي خ ق ذ مثلُ نصف دائرة ي؛ فمجموع قوس ي خ وخط خ ذ وقوس ق ث ذ وخط ق ر مثلُ مجموع خطي ا ط ز ط ونصفِ / دائرة ي. وكذلك نُبيّن أن مجموع قوس ي ف وخط ف ص وقوس مـ ص ت - ١٥ - و
وخط مـ ن مثلُ مجموع خطي ا ب ب د ونصف دائرة ي. ولأن زاوية ح ا ط مثلُ زاوية ا ح ط فخط ا ط مثلُ خط ح ط. فمجموعُ خطي ا ط ز ط مثلُ خط ز ح، وخطُّ ز ح مثل خط ا و، وخطُّ ا و مثلُ خط د ه، وخط د ه مثلُ مجموع خطي ا ب ب د؛ فإذن مجموعُ خطي ا ط ز ط مثلُ مجموع خطي ا ب ب د، فمجموعُ خطي ا ط ز ط ونصف دائرة ي مثلُ مجموع خطي ا ب ب د ونصف دائرة ي؛ فإذن مجموعُ قوس ي خ وخط خ ذ وقوس ق ذ وخط ق ر مثلُ مجموع قوس ي ف وخط ف ص وقوس مـ ص وخط مـ ن. وخطُّ ا ط أعظم من خط ا ب: لأنه إنْ لم يكن أعظمَ منه فإما أن يكون مثلَه أو أصغرَ منه، فإن كان خط ا ط مثل خط ا ب، فلأن مجموع خطي ا ط ز ط مثلُ مجموع خطي ا ب ب د، فخطُّ ز ط مثل خط ب د. ونصل خط ب ط، فلأن خطي ز ط ب د قائمان على خط د ز. فزاويةُ د ب ط قائمة، فزاوية ا ب ط منفرجة. فخط ا ط أعظمُ من خط ا ب، وكان مثلَه، وهذا محال.

وإنْ كان خط ا ط أصغرَ من خط ا ب. فلأن مجموع خطي ا ط ز ط مثلُ مجموع خطي ا ب ب د، فخط ز ط أعظم من خط ب د. ونفصل من خط ز ط خط ز ض مثلَ خط ب د، ونصل ب ض؛ فلأن خطي ز ض ب د قائمان على خط د ز / فزاوية د ب ض قائمة. ونصل خط ب ط. فزاوية ت - ١٥ - ظ

---

9 وخطُّ ا و: أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها – 20 خط : فوق السطر.

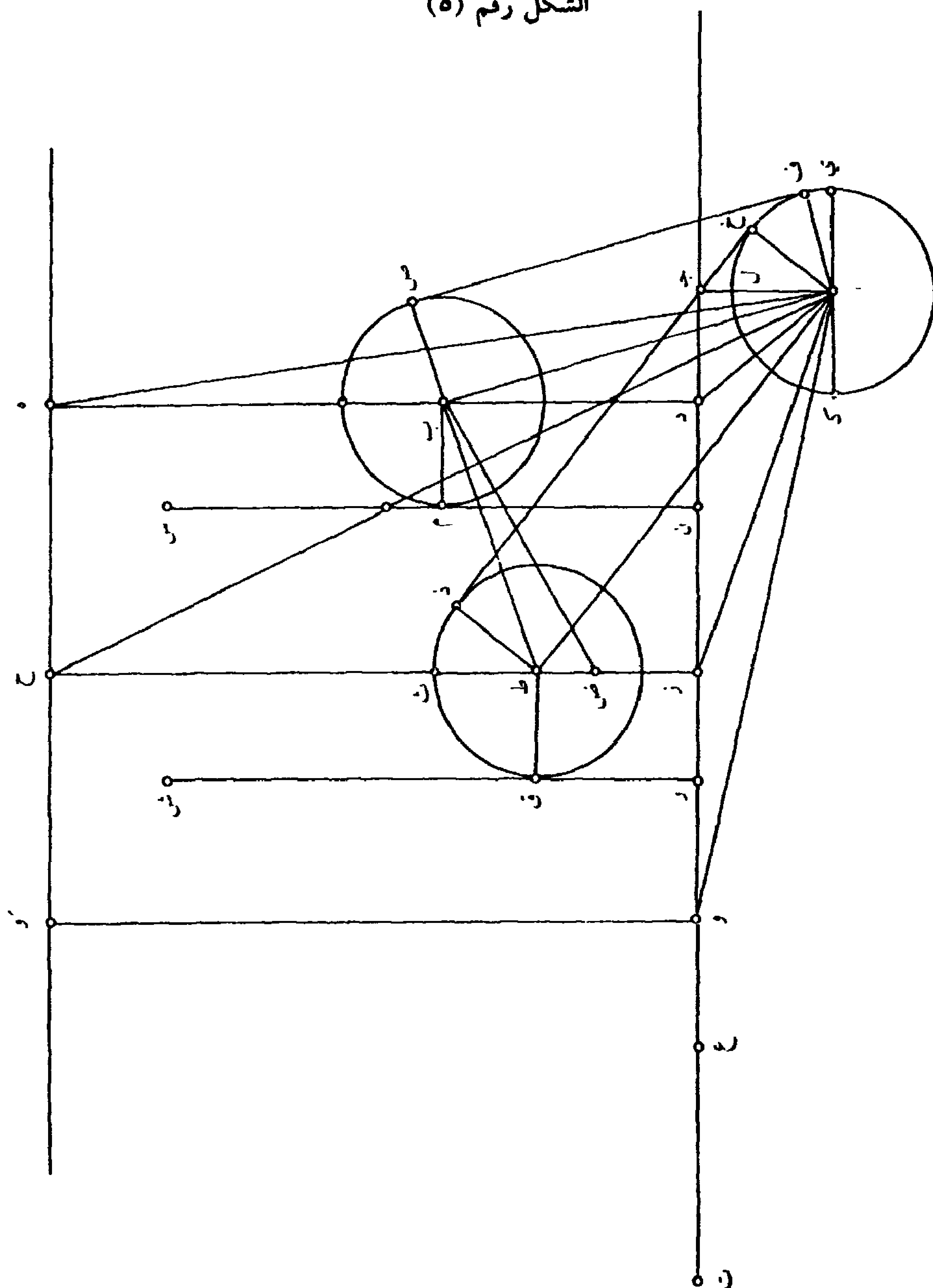
ا ب ط منفرجة، فخط ا ط أعظم من خط ا ب، وكان أصغرَ منه، وهذا محال.

فخط ا ط أعظم من خط ا ب. فخط ز ط أصغر من خط ب د، وخط ق ر مثلُ خط ز ط. وخط ب د مثلُ خط م ن. وخط م ن أصغرُ من خط ن س. وخط ن س مثل خط ر ش. فخطُّ ق ر أصغر من خط ر ش. ولأن خط ا ط أعظم من خط ا ب وخط ا ب ليس بأصغرَ من خط ي ك، وخطُّ ي ك مثلُ مجموع خطي ا ي ط ق. فخط ا ط أعظم من مجموع خطي ا ي ط ق، فنصف دائرة ي ودائرة ق لا يلتقيان. ولأن خط ا ب ليس بأصغر من خط ي ك وخط ي ك مثلُ مجموع خطي ا ي ب م فخط ا ب ليس بأصغر من مجموع خطي ا ي ب م، فنصف دائرة ي ودائرة م لا يتقاطعان.

ونُنزل نصف دائرةٍ ومجموعاً ودائرةً تطابق نصف دائرة ي ومجموعَ خطي ن س ن ع ودائرة م. ولتكن نهايات أجسام صعبة التّثني. لتبقى على صُورها، ونجعل الجزءَ المطابق لخط ن ع لازماً لخط ن ت. ونُنزل مجموعاً يُطابق مجموعَ قوس ي ف وخط ف ص وقوس م ص وخط م ن، ولتكن نهاية جسمٍ صعْبِ التمدّد سهلِ التثني. وعلى ذلك خيوط الحديد، ليبقى على مقداره، ونستبدل بصورته، وليتصل بنصف الدائرة والمجموع المطابقين لنصف دائرة ي ومجموع خطي ن س ن ع / عند نقطتي ي ن. وإنما اجتلبنا دائرة م ت - ١٦ -
لتبقى على اتصال الجسم السّهل التثني، فإنا لو عدَلْنا عنها إلى مَخطٍ لم نجد بُدّاً من أن يكون حاداً. فكان يقطع ذلك الجسم؛ واجتلبنا نصف دائرة ي لأنه تابعٌ لدائرة م.

7-8 فخط ... ط ق: أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها – 12 ن ع: ز ع – 18 عنها: عنه.

الشكل رقم (٥)



ثم نُثبت نصف دائرة ي ونعتمد على النقطة المطابقة لنقطة ب في جهة خطٍ موازٍ لخط د ز من نقطة ب إلى نقطة ط. وينبغي أن يكون نقصان القوة التي تنال الجسم السّهل التثني عن قوةٍ إذا نالته لم يتمدّد بها في الحسّ محسوساً، فلا يتمدّدُ بالقوة التي تناله في الحقيقة؛ لأنه إن تمدّد بها في الحقيقة فإن قوة صلابته ناقصةٌ عن القوة التي تناله، والقوّةُ التي تناله ناقصة عن القوة الأخرى، فقوة صلابته ناقصةٌ عن القوة الأخرى، ونقصانُها عنها محسوسٌ، فيجب أن يتمدّد بالأخرى في الحس، ولكنه لا يتمدّد بها فيه، وهذا محال.

فلا يتمدّد بالقوة التي تناله في الحقيقة. وتتحرك النقطةُ والدائرة والمجموعان المطابقةُ لنقطة ب ودائرة م ومجموع خطي ن س ن ع ومجموع قوس ي ف وخط ف ص وقوس م ص وخط م ن حتى تطابق نقطةَ ط ودائرة ق ومجموع خطي ر ش ر ت ومجموع قوس ي خ وخطّ خ ذ وقوس ق ذ وخط ق ر، كلّ واحد نظيره. / ت - ١٦ - ظ

〈الرسم المتصل للقطع الناقص〉

ت - ١٣ - و ... 〈وزاوية〉 / س و ق مثل زاوية ز ا ص، فقوس س ق مثلُ قوس ز ص، وخط و ف موازٍ لخط ج ع، وخط و س موازٍ لخط ا ز، وخط ا ز موازٍ لخط ج ط، فخطُّ و س موازٍ لخط ج ط، فزاوية س و ف مثل زاوية ط ج ع. فقوس س ف مثل قوس ط ع، فقوس ف ق مثلُ مجموع قوسيْ ز ص ط ع، ومجموعُ قوسي ح ص ي ع مشترَكٌ، فمجموعُ قسيّ ح ص ف ق ي ع مثلُ مجموع نصفي دائرتي ز ط. فمجموعُ قوس ح ص وخط ص ق وقوس ف ق وخط ع ف وقوس ي ع مثلُ مجموع خطي ا و ج و ونصفي دائرتي

11 قوس : قوسي.

ز ط . وكذلك نبيّن أن مجموعَ قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل مثلُ مجموع خطي ا ب ب ج ونصفي دائرتي ز ط . ولأن زاوية ه ا و مثلُ زاوية ا ه و، فخط ا و مثلُ خط ه و. فمجموعُ خطي ا و ج و مثل خط ج ه . وخط ج ه مثل خط ج د ، وخط ج د مثلُ مجموع خطي ا ب ب ج . فمجموعُ خطي ا و ج و مثلُ مجموع خطي ا ب ب ج . فمجموعُ خطي ا و ج و ونصفي دائرتي ز ط مثلُ مجموع خطي ا ب ب ج ونصفي دائرتي ز ط . فإذن مجموع قوس ح ص وخط ص ق وقوس ف ق وخط ع ف وقوس ي ع مثلُ مجموع قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل .

وخطُّ ا و أعظمُ من خط ا ب ، لأنه إن لم يكن أعظمَ منه فإما أن يكون مثله أو أصغرَ / منه. فإن كان خط ا و مثلَ خط ا ب فلأن مجموع خطي ا و ج و ت - ١٣ - ظ مثلُ مجموع خطي ا ب ب ج ، فخط ج و مثلُ خط ب ج ، وقد التقيا مع خطي ا و ا ب على نقطتي و ب في جهةٍ واحدةٍ، وهذا محال. وإن كان خط ا و أصغرَ من خط ا ب ، فلأن مجموع خطي ا و ج و مثلُ مجموع خطي ا ب ب ج ، فخط ج و أعظم من خط ب ج ؛ ونصل خط ب و، فزاويةُ ج ب و أعظم من زاوية ب و ج ، وزاويةُ ا ب و أعظم من زاوية ج ب و، وزاويةُ ب و ج أعظم من زاوية ا و ب ، فزاوية ا ب و أعظم من زاوية ا و ب ، فخط ا و أعظمُ من خط ا ب ، وكان أصغرَ منه، وهذا محال. فخط ا و أعظم من خط ا ب .

وكذلك نُبيّن أن خط ب ج أعظم من خط ج و. ولأن خط ا و أعظم من خط ا ب وخط ا ب ليس بأصغرَ من خط ز ح وخط ز ح مثلُ مجموع خطي ا ز و س ، فخطُّ ا و أعظم من مجموع خطي ا ز و س. فنصفُ دائرة ز

---

2 زَ ط: ز ط ـ 6 ز ط: ز ط ـ 7 ز ط: ز ط ـ 12 و ب: و ب ـ 13 ـ 14 ا و . . . ب ج (الأولى): أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها.

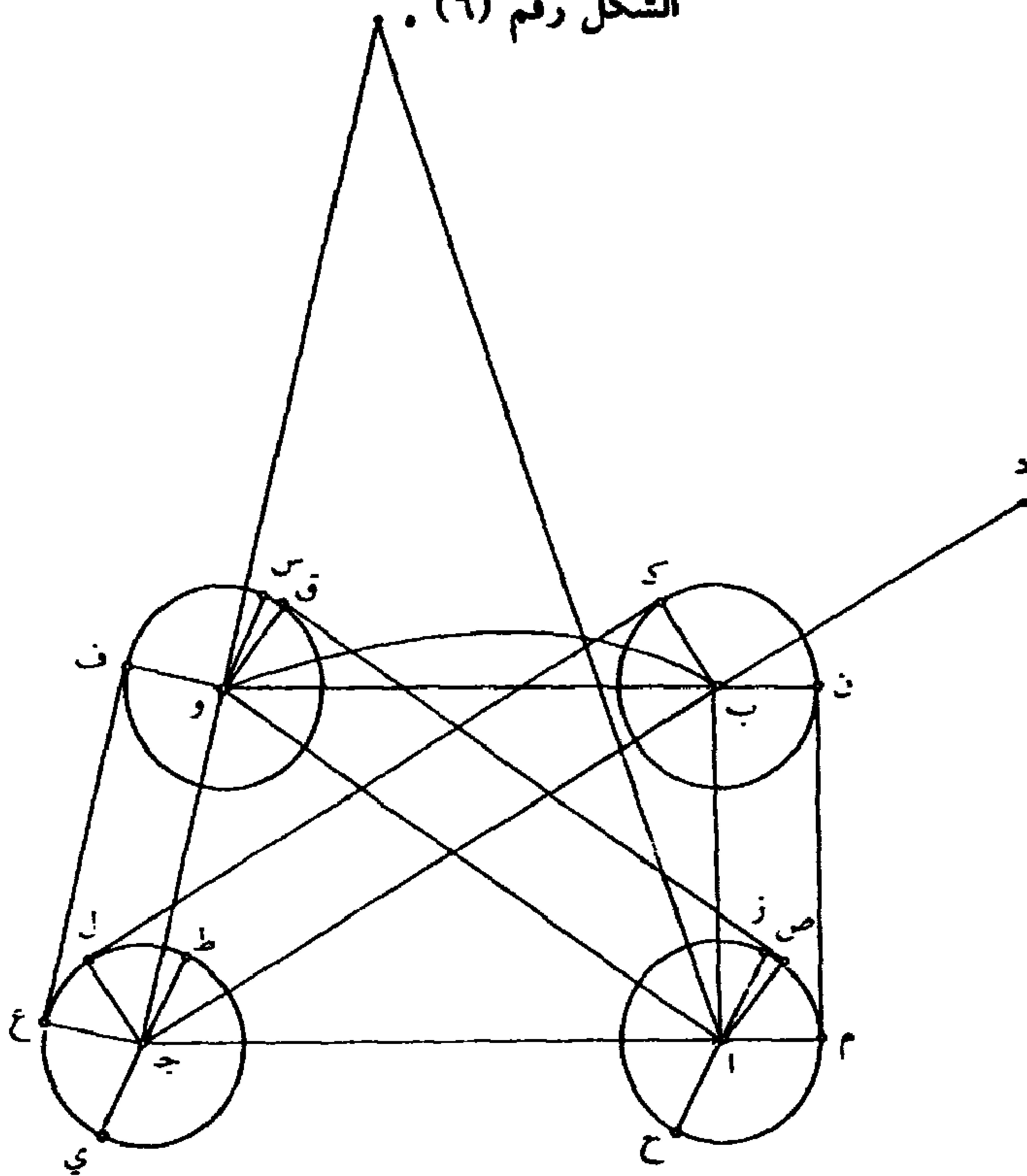
ودائرة س لا يلتقيان. ولأن خط جـ و ليس بأصغر من ا ب وخط ا ب ليس بأصغر من خط ز ح وخط ز ح مثلُ مجموع خطي جـ ط وس، فخط جـ و ليس بأصغر من مجموع خطي جـ ط وس، فنصفُ دائرة ط ودائرة س لا يتقاطعان. ولأن خط ا ب ليس بأصغر من خط ز ح وخط ز ح مثلُ مجموع خطي ا ز ب ك، فخطُّ ا ب ليس بأصغر من مجموع خطي ا ز ب ك، فنصفُ دائرة ز ودائرة ك لا يتقاطعان. ولأن خط ب جـ أعظم من / خط جـ و (ت - ٢ - و) وخط جـ و ليس بأصغر من خط ا ب، وخط ا ب ليس بأصغر من خط ز ح، وخط ز ح مثل مجموع خطي جـ ط ب ك، فخط ب جـ أعظم من مجموع خطي جـ ط ب ك، فنصف دائرة ط ودائرة ك لا يلتقيان.

ونُنزِل نصفي دائرتين ودائرة تطابق نصفي دائرتي ز ط ودائرة ك ولتكن صعبةَ التثني، ومجموعاً يطابق قوس ح مـ وخط مـ ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل، وليكن / صعبَ التمدّد. سهلَ التَّثني، وليتصل بنصفي الدائرتين (ت - ٢ - ظ) المطابقتين لنصفي دائرتي ز ط عند نقطتي ح ي. ثم نُثبّت نصفي الدائرتين المطابقتين لنصفي دائرتي ز ط ونعتمد على النقطة المطابقة لنقطة ب في جهة دائ ةٍ مركزُها نقطة جـ من نقطة ب إلى نقطة و. وينبغي أن يكون نقصانُ القوة التي تنال الجسمَ السَّهلَ التَّثني عن قوةٍ إذا نالتْه لم يتمدّد بها في الحس محسوساً، فلا يتمدّدُ بالقوة التي تناله في الحقيقة. وتتحرك النقطة والدائرة والمجموعُ المطابقةُ لنقطةِ ب ودائرة ك ومجموع قوس ح مـ وخط مـ ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ل ي حتى تُطابق نقطة و ودائرة س ومجموع قوس ح ص وخط ص ق وقوس ف ق وخط ع ف وقوس ي ع، كلّ واحد نظيرَه. ويحدث من حركة هذه النقطة ممرٌّ وليكن ب و.

---

1 س : ه س – 10 دائرتين : دائرتي – 14 المطابقة : أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها.

الشكل رقم (٦) .

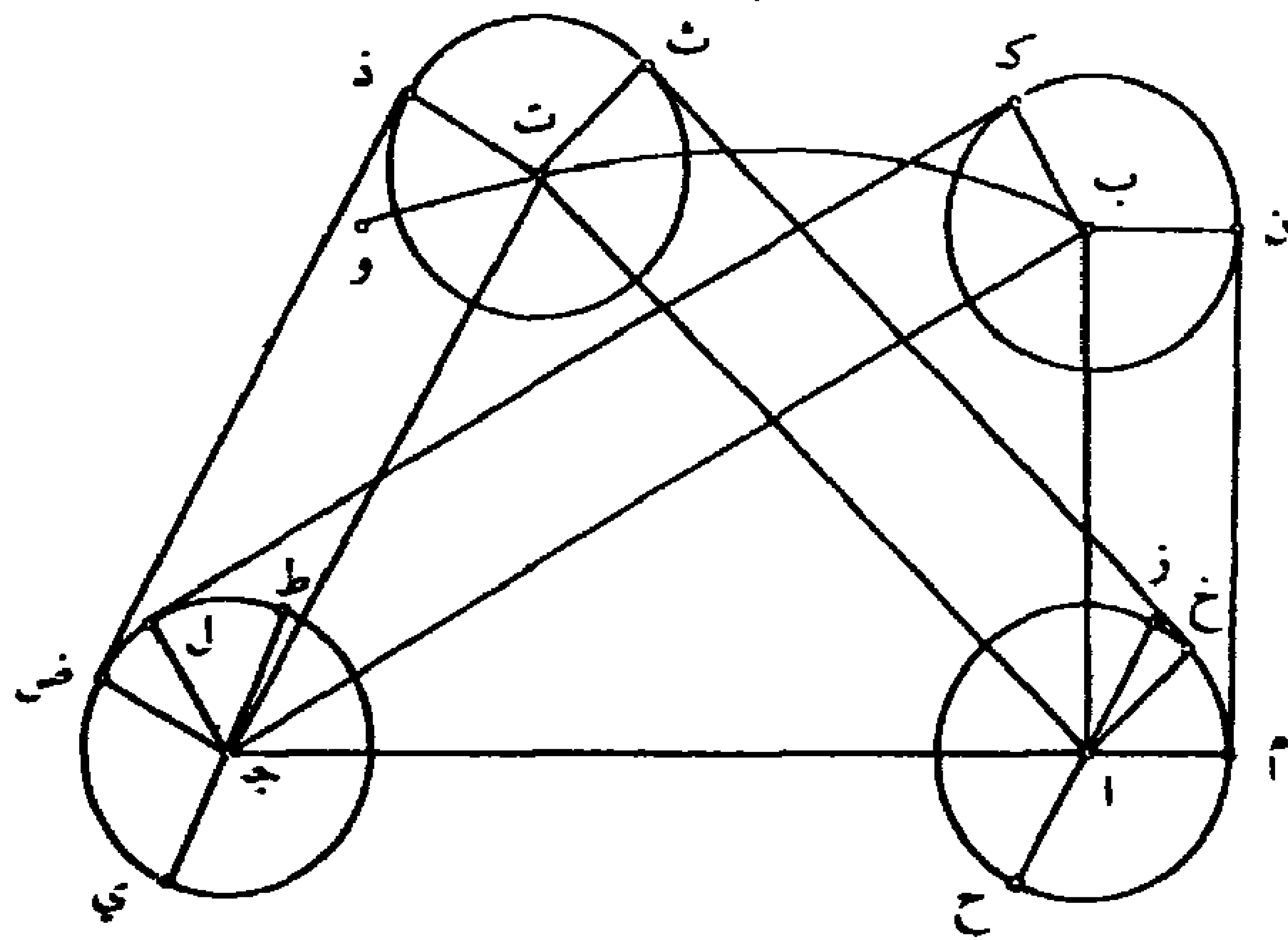


ثم نُثبّت خط ا جـ ونُدير حوله ممرّ ب و حتى تقطع نقطة ب قوس ب ر ونقطة و قوس و ش ، ويحدث بسيط ب ش ، فنجعله وجه مرآةٍ تُحاذي نقطتي ا جـ ، ونُقرّ الجسم المضيء في موضع نقطة جـ ، وينبغي أن يكون ضوءُه – إذا انعكس من جميع بسيط ب ش إلى نقطة ا – أحرقَ عندها ؛ ثم نُقرّ الجسمَ المضيء في موضع نقطة جـ . أقول : إن ضوءَ الجسم ينعكس من جميع بسيط ب ش إلى نقطة ا فيُحرق عندها.

برهان ذلك : أنا نُنزل على ممرّ ب و نقطة ت . فلأنه / لمّا تحركت النقطةُ ت - ٣ - و
والدائرةُ والمجموعُ ، التي طابقت نقطةَ ب ودائرة ك ومجموعَ قوس ح م وخطَّ م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل طابقتْ نظائرها عند نقطة ت قبل

أن تُطابق نظائرها عند نقطة و. فليكن نظائرُها التي طابقتْها عند نقطة ت، نقطة ت ودائرة ث ومجموع قوس ح خ وخطٍّ ث خ وقوس ث ذ وخط ذ ض وقوس ي ض. فمجموع قوس ح خ وخط ث خ وقوس ث ذ وخط ذ ض وقوس ي ض مثلُ مجموع قوس ح م وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل. ونصل خطي ا ت جـ ت فمجموعُ قوس ح خ وخط ث خ وقوس ث ذ وخط ذ ض وقوس ي ض مثلُ مجموع خطي ا ت جـ ت ونصفي دائرتي ز ط. ومجموعُ قوس ح م / وخط م ن وقوس ك ن وخط ك ل وقوس ي ل مثلُ ت - ٣ - ظ مجموع خطي ا ب ب جـ ونصفي دائرتي ز ط. فمجموعُ خطيْ ا ت جـ ت ونصفي دائرتي ز ط مثلُ مجموع خطيْ ا ب ب جـ ونصفي دائرتي ز ط. فمجموعُ خطي ا ت جـ ت مثلُ مجموع خطي ا ب ب جـ.

الشكل رقم (٧)



ونُنزل على بسيط ب ش نقطة ظ، ونخرج سطح ا جـ ظ، وليُحدِث في بسيط ب ش رسمَ غ با، ونصل خطي ا ظ جـ ظ، ونُخرج خط ظ ب على استقامة خط جـ ظ، ونقسم زاوية ا ظ ب نصفين بخط بـجـ ظ بد، فخط

2 نقطة ت: فوق السطر / ح خ: ه ح خ - 6 جـ ت: فوق السطر.

بـجـ بد يُماسّ رسْم غ با على نقطة ظ ، لأنه إن لم يماسّهُ عليها فليقطعْه عليها. ونصل خطي اغ جـ با ، فلا بدّ من أن ينتهي من خط بـجـ بد إلى نقطة ظ جزءٌ يكون داخل سطح ابا. ونُنزل على هذا الجزء نقطة بد ، ونجعل خط ظ بب مثل خط اظ ، ونصل خطي ابد بب بد ، فخط ظ بد ضلعٌ مشترك لمثلثي اظ بد ظ بب بد ، وزاوية اظ بد مثلُ زاوية بب ظ بد ، لأن زاوية اظ بـجـ مثل زاوية بب ظ بـجـ فخطُّ بب بد مثلُ خط ابد . ونصل خط جـ بد ، فمجموعُ خطي ابد جـ بد مثلُ مجموع خطي بب بد جـ بد ، ومجموعُ خطي بب بد جـ بد أعظم من خط جـ بب ، وخطُّ ظ بب مثلُ خط اظ ، فخطُّ جـ بب مثل مجموع خطي اظ جـ ظ ، فمجموع خطي ابد جـ بد أعظمُ من مجموع خطي اظ جـ ظ . وليلْقَ خطُّ جـ بد رسمَ غ با على نقطة به ، ونصل خط ابه . فلأن رسم ب و يطابقُ رسمَ / غ با ونقطتي ا جـ ت ـ ٤ ـ و مشتركتان لهما ، ومجموعَ خطي اب ب جـ مثلُ مجموع خطي ات جـ ت ، فمجموعُ خطي اظ جـ ظ مثلُ مجموع خطي ابه جـ به . فإذن مجموع خطي ابد جـ بد أعظم من مجموع خطي ابه جـ به ، ولكنه أصغر منه ، وهذا محال.

فخط بجـ بد يماسُّ رسمَ غ با على نقطة ظ . ولا يماسُّ رسم غ با على نقطة ظ خطٌّ مستقيمٌ غيرُ خط بـجـ بد.

5 اظ بد مثل زاوية : أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها – 6 ظ بـجـ فخط بب بد : أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها ـ 16 بـجـ بد : بي بد.

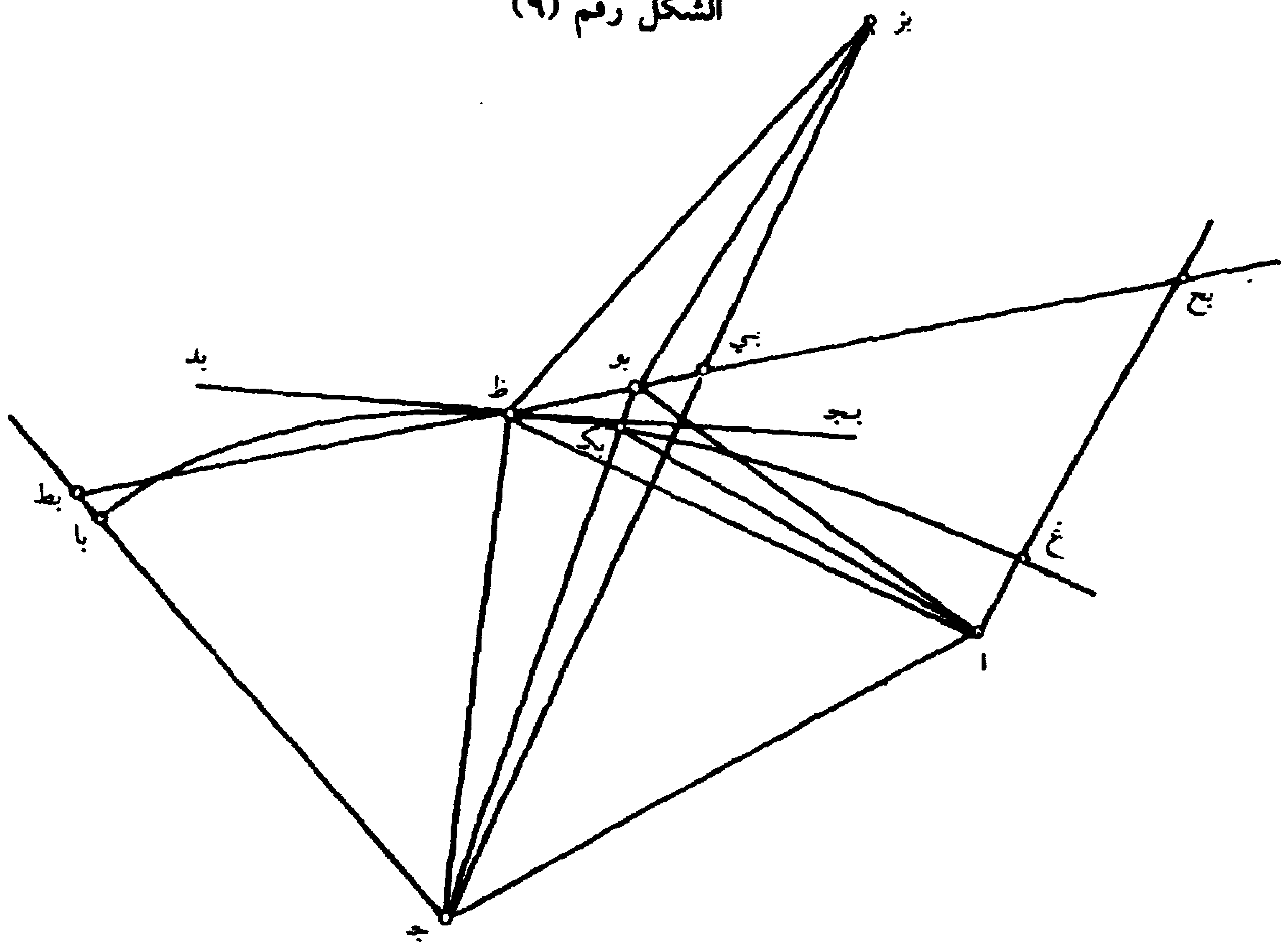
الشكل رقم (٨)

لأنه إن ماسّه عليها خطٌّ مستقيم غيرُه، فليكن ذلك الخط ظ بو. ونجعلُ زاوية بوظ بز مثلَ زاوية ا ظ بو، وخط ظ بز مثل خط ا ظ، ونصل خط ج بز، وليلْق خطُّ ظ بو خطَّ ا غ على نقطة بح، وخطَّ ج با على نقطة بط، وخطَّ ج بز على نقطة بي فلا بدّ من أن ينتهي / من خط ظ بو إلى نقطة ظ جزءٌ يكون خارجَ سطح ا با. ت - ٤ - ظ

ونُنزل على هذا الجزء نقطةً تكون بين نقطة ظ ونقطة بي وإحدى نقطتي بح بط، ولتكن بو. ونصل خطي ا بو بو بز. فلأن خط ظ بز مثلُ خط ا ظ وخطَّ ظ بو ضلعٌ مشترَكٌ لمثلثي ظ بو بز ا ظ بو وزاوية بوظ بز مثلُ زاوية اظ بو، فخطُّ بو بز مثل خط ا بو. ونصلُ خطَّ ج بو. فمجموعُ خطي ا بو ج بو مثلُ مجموع خطي بو بز ج بو. ولأن نقطة بو داخل مثلث ج ظ بز،

فمجموع خطي بو بز جـ بو أصغر من مجموع خطي ظ بز جـ ظ. ولأن خطَّ ظ بز مثلُ خط ا ظ فمجموعُ خطي ظ بز جـ ظ مثلُ مجموع خطي ا ظ جـ ظ. وليلْق خطُّ جـ بو رسمَ / غ با على نقطة بكـ. ونصل خط ا بكـ، فمجموعُ ت ـ ه ـ و خطي ا ظ جـ ظ مثلُ مجموع خطي ا بكـ جـ بكـ؛ فإذن مجموعُ خطي ا بو جـ بو أصغرُ من مجموع خطي ا بكـ جـ بكـ؛ ولكنه أعظم منه، وهذا محال. فليس يُماسُّ رسمَ غ با على نقطة ظ خطٌّ مستقيمٌ غيرُ خط بـجـ بد.

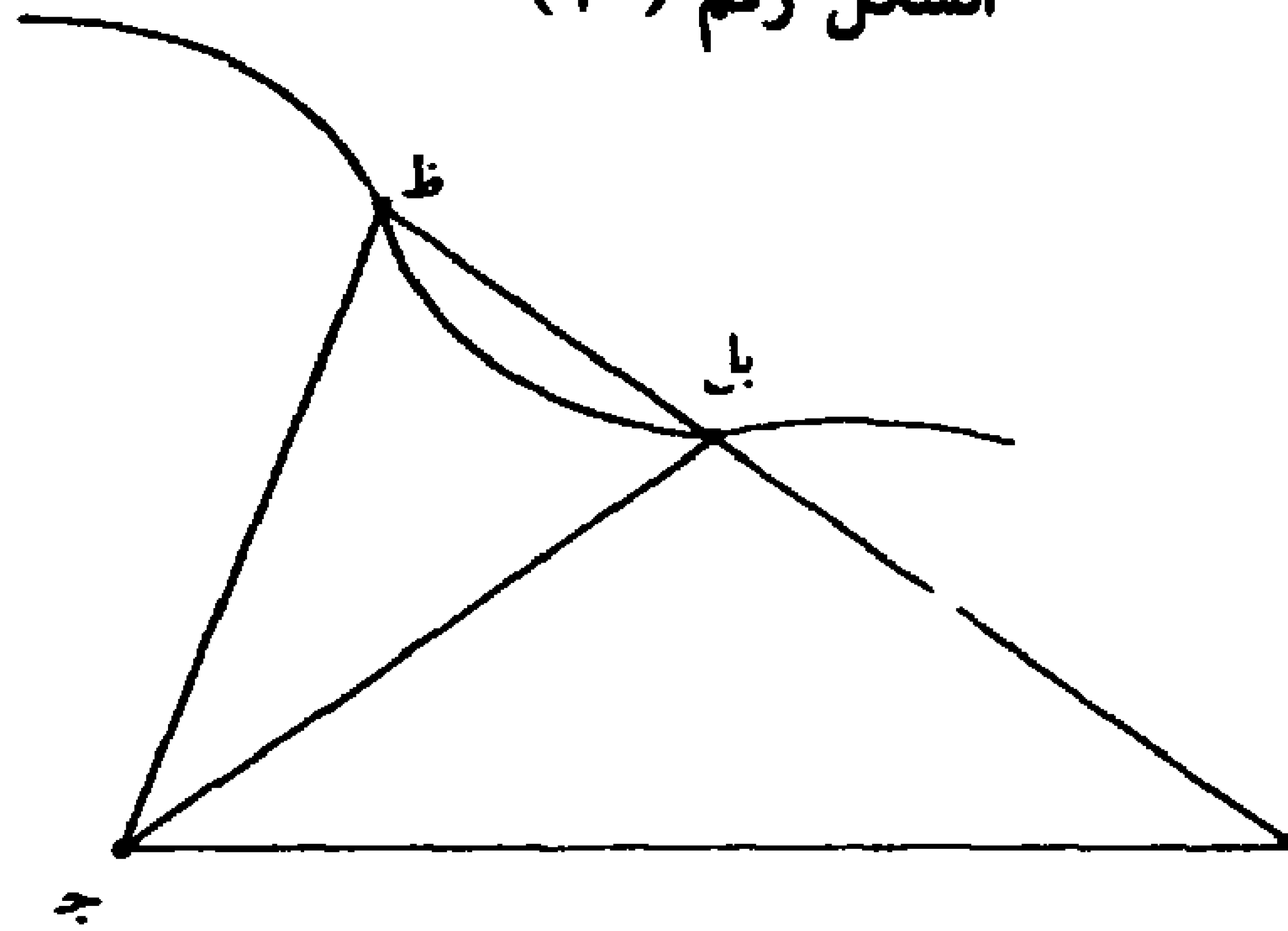
الشكل رقم (٩)



ونُخرج على خط بـجـ بد سطحاً قائماً على سطح ا جـ ظ فيماسّ بسيطَ بـش على نقطة ظ، ولا يماسُّه عليها سطحٌ مستوٍ غيرُه، لمثل ما بيّنا فيما تقدم. وزاوية جـ ظ بد مثلُ زاوية بب ظ بـجـ؛ وزاويةُ بب ظ بـجـ مثلُ زاوية

ا ظ بجـ، فزاويةُ جـ ظ بد مثلُ زاوية ا ظ بجـ، وخطّا ا ظ جـ ظ لا يلقيان بسيطَ ب ش على غير نقطة ظ ؛ لأنهما إن لقياه على غيرها فسيلْقيان رسمَ غ با على غير نقطة ظ ، فليلْقياه على نقطة بل. ونصلُ خط ا بل. فلأن نقطتي ظ بل على رسم غ با، فمجموع خطي ا بل جـ بل مثلُ مجموع خطي ا ظ جـ ظ، ولكنه/أصغرُ منه، وهذا محال. فخطا ا ظ جـ ظ لا يلقيان بسيطَ ب ش على غير نقطة ظ. وليلْق خطُّ جـ ظ الجسمَ المضيءَ على نقطة بمـ، فضوءُ نقطة بمـ يخرج على خط ظ بمـ إلى نقطة ظ وعلى خط ا ظ إلى نقطة ا. وكذلك سائر النقط المُنْزلةِ على بسيط ب ش، فضوءُ الجسم ينعكس من جميع بسيط ب ش إلى نقطة ا فيُحرق عندها، وذلك ما أردنا أن نبيّن. ت ـ ٥ ـ ظ

الشكل رقم (١٠)



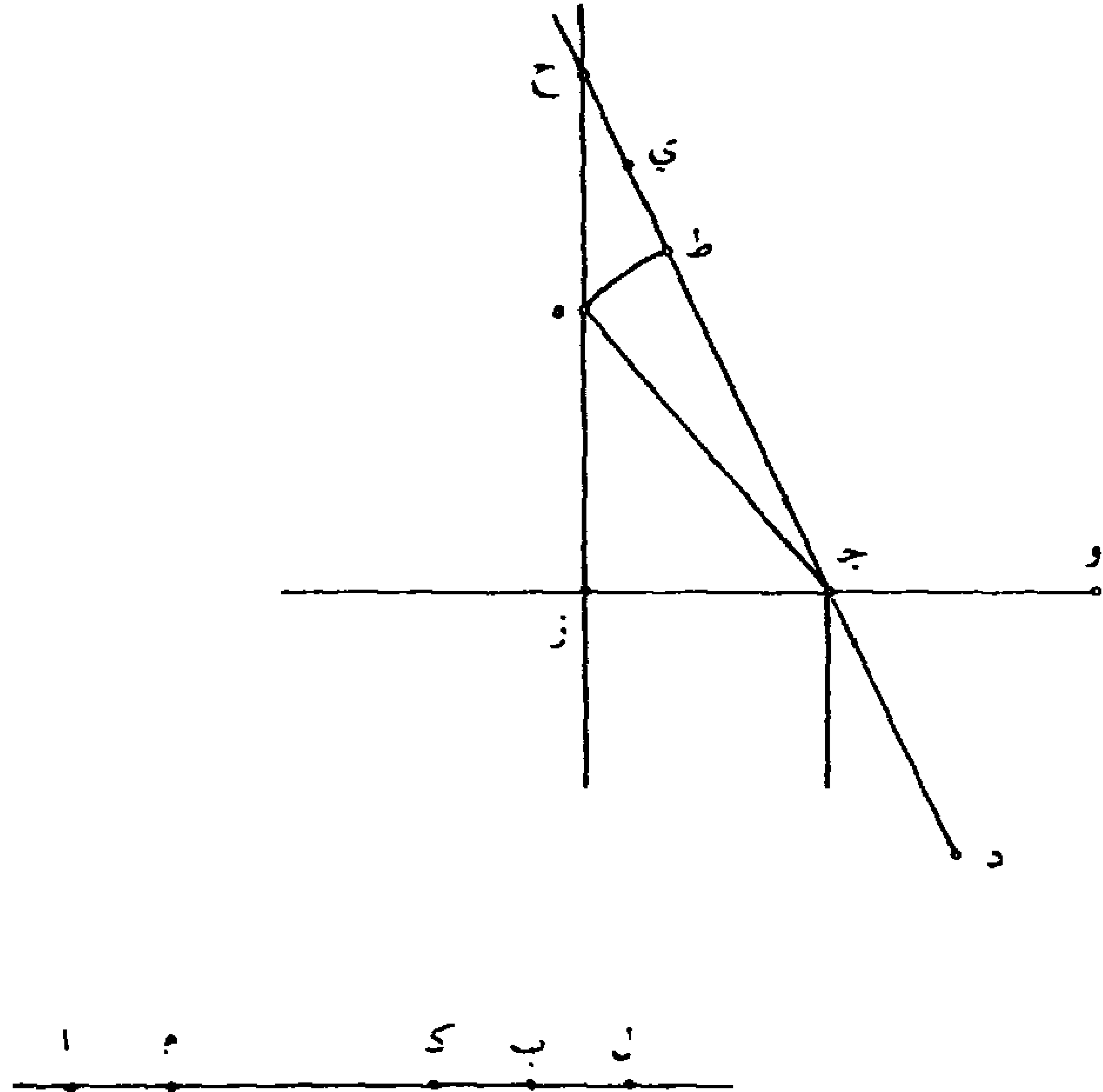
〈العدسة المسطحة المحدبة〉

وإن كان الإحراقُ بضوء ينفذُ في آلةٍ، فإنا نعمدُ إلى قطعةِ بلُّورٍ تنتهي إلى سطحٍ مستوٍ، وليكن جـ. وينبغي أن تكون بقدْر الحاجة، وأجزاؤها في الصّفاء متشابهة. ونستخرج خطين ينفذ الضوءُ على أحدهما في البلّور، وليكن جـ د

1 يلقيان : يلتقان – 5 يلقيان : يلتقان. هذا الشكل ليس في المخطوطة.

وينعطفُ على الآخر في الهواء. وليكن جـ ه. ونُخرج سطح جـ د ه، وليكن الفصلُ المشترَكُ بينه وبين سطح جـ خطَّ وجـ ز، فزاويتا د جـ و ه جـ ز حادّتان، وأصغرُهما زاويةُ ه جـ ز، ونخرج خطَّ جـ ح على استقامة خط جـ د ونُنزل على خط جـ ح نقطة ح ونُخرج خط ز ح قائماً على خط جـ ز، وليلْق خطَّ جـ ه على نقطة ه، فخطّ جـ ه أصغرُ من خط جـ ح. ونفصلُ من خط جـ ح خطَّ جـ ط مثلَ خط جـ ه، ونقسم ح ط نصفين على نقطة ي، ونجعل نسبة خط ا ك إلى خط ا ب كنسبة خط جـ ط إلى خط جـ ي ونخرجُ خط ب ل على استقامة خط ا ب ونجعله مثلَ خط ب ك. فإما أن تكون الأضواءُ الخارجةُ من نقطةٍ على وجه المُضيء / إلى جوانب الآلة متوازيةً في الحس أو ت-٦-و لاتكون متوازية فيه.

الشكل رقم (١١)



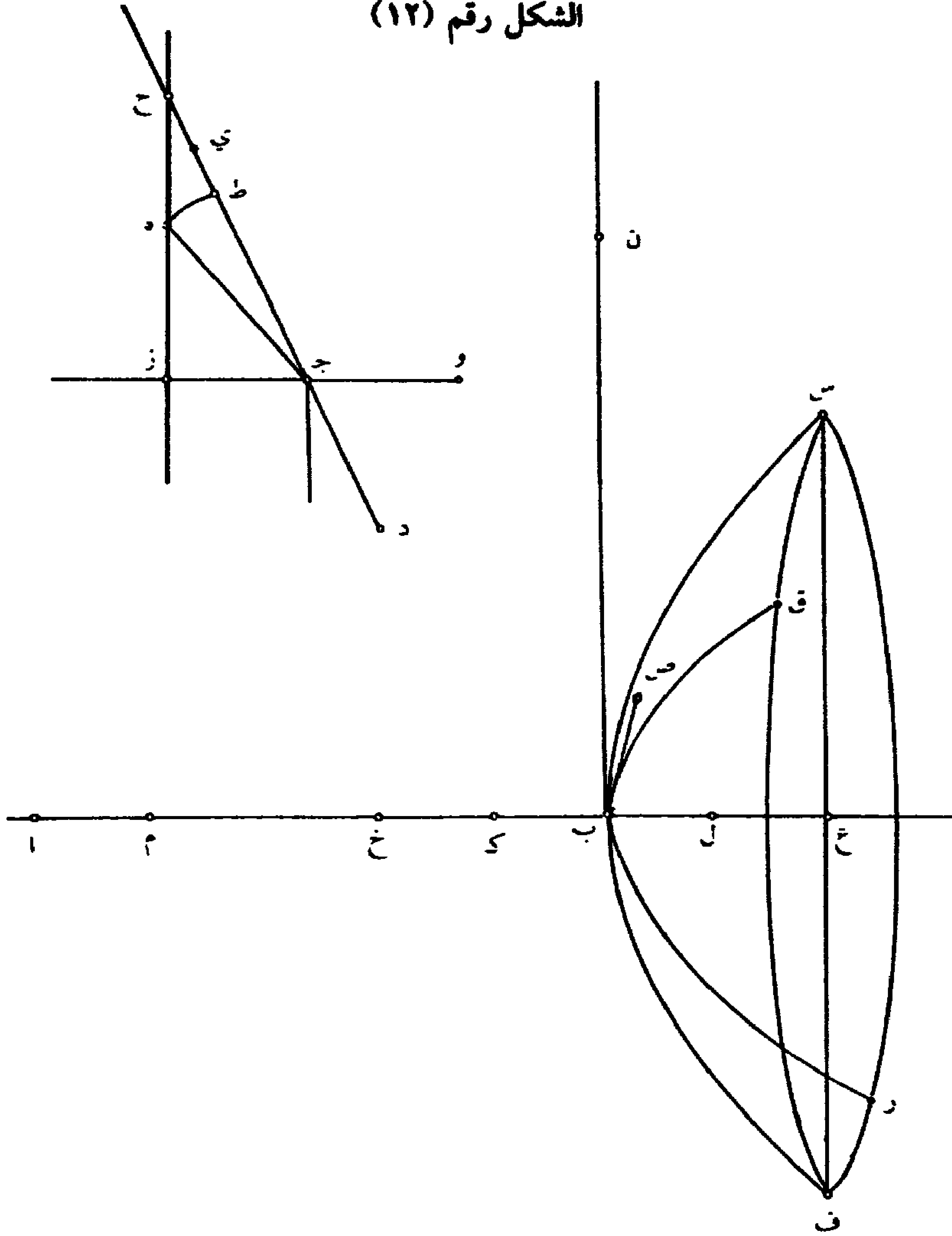
9 المضيء: لمضيء. هذا الشكل ليس في المخطوطة.

فإن كانت الأضواءُ الخارجةُ من نقطةٍ على وجه المُضيء إلى جوانب الآلة متوازيةً في الحس فإمّا أن يكون الإحراقُ على مسافةٍ قريبة أو غيرِ قريبةٍ، فإن كان الإحراق على مسافةٍ قريبةٍ فإنا نجعل خط ب م مثلَ خط ا ك. ونخرج خطًّ ب ن قائماً على خط ا ب، ونجعلُ سطح ب ن في ب م أربعةَ أمثال سطح ب ل في ل م. ونجدُ قطعاً زائداً سهمُه خطُّ ب م وضلعُ سهمه خطُّ ب ن يبتدىء من نقطة ب وينتهي إلى نقطة س؛ ونُخرج خطَّ س ع قائماً على خط ب ل، ونُثبّت خط ب ع ونُدير حوله السطحَ الذي يحيط به قطعُ ب س وخطا ب ع س ع حتى تقطع نقطةُ س دائرة س ف ويحدُث مجسمُ ب س، فنخرُطُ مثلَه مع هدفين يلي أحدُهما دائرةَ س ف وفي وسطه ثُقبٌ تحيط به دائرةٌ، ويلي الآخرُ نقطةَ ب وفي وسطه دائرةٌ يوافقها ضوءُ الشمس النافذُ من الثقب إليها، ويكون الخط المارُّ بمركزي الدائرتين موازياً لخط ب ل من نفس الجوهر الذي اعتبرنا به، ونُنزل في أحد الهدفين فضلاً لنُمسِكَه به ونجلوه، سوى الهدفين فما فوقهما. وينبغي أن يكون ضوء الشمس، إذا نفذَ من جميع سطح ع إلى جميع سطح ب، سوى موضع الهدفين فما فوقهما، ومن جميع بسيط ب سواه إلى نقطة ا، أحرَق عندها.

ثم نحاذي به الشمس حتى ينفُذ ضوءُها من الثقب إلى الدائرة / أقول: ت ـ ٦ ـ ظ
إن ضوء الشمس ينفذُ من جميع سطح ع إلى جميع بسيط ب سوى موضع الهدفين فما فوقهما ومن جميع بسيط ب سواه إلى نقطة ا فيحرق عندها.

5 ونجدُ: ونجد – 17 سوى: سوا – 17-18 موضع ... سواهُ: أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها.

الشكل رقم (١٢)



برهان ذلك : أنا نُنزل على بسيط ب نقطةً، فإما أن توافق نقطة ب وإما ألّا توافقها؛ فإن وافقتْ النقطةُ المنزلةُ نقطة ب فإنا نخرج على خط ب ن سطح ب ن ص قائماً على سطح ل ب ن فهو يُماسٌّ بسيط ب على نقطة ب ؛ لأنه إن لم يُماسّه عليها فليقطعْه عليها، فلا بدّ من أن ينتهي من سطح ب ن ص إلى نقطة ب جزءٌ يكون داخلَ مجسم ب س ف. ونُنزل على هذا

الجزء نقطةَ ص ونُخرج سطح ب ل ص وليُحدث في بسيط ب رسمَ ق ب ر. وفي سطح ع خطَّ ق ر وفي سطح ب ن ص خط ب ص. فلأن نقطة ص داخلَ مجسّم ب س ف كما أنها على سطح ب ل ص، فهي داخلَ السطح الذي يحيط به رسمُ ق ب ر وخطُّ ق ر. ولأن قطع ب س زائدٌ وسهمُه ب ل، وهو يطابق رسمَ ب ق، وخط ب ل مشترك لهما، فرسم ب ق قطْع زائدٌ، وسهمُه خط ب ل. فليس خط ب ص قائماً على خط ب ل. ولأن سطح ب ن ص قائم على سطح ب ل ن وخطَّ ب ن قائم على خط ب ل فسطح ب ن ص قائم على خط ب ل فخط ب ص قائم على خط ب ل، وهذا محال.

فسطح ب ن ص يماسُّ بسيط ب على نقطة ب ولا يماسُّ بسيط ب على نقطة ب سطحٌ مستوٍ غيرُ سطح ب ن ص. / ت - ٧ - و

لأنه إن ماسَّه عليها سطحٌ مستوٍ غيرُه، فلأن هذا السطحَ يقطع سطح ب ن ص على نقطة ب فلا بدّ من أن يقطع أحدَ خطي ب ن ب ص. فليكن ذلك الخطُّ ب ص والفصلُ المشترك بين هذا السطح وبين سطح قطْع ق ر خطَّ ب ش. فلأن هذا السطح يماسُّ بسيطَ ب على نقطة ب فخطُّ ب ش يماسُّ قِطْع ق ب ر على نقطة ب، وكذلك خط ب ص، وهذا محال، فلا يماسُّ بسيطَ ب على نقطة ب سطحٌ مستوٍ غيرُ سطح ب ن ص. / ت - ٧ - ظ

وخط ا ع لا يلقى بسيطَ ب على غير نقطة ب لأنه إن لقيه على غيرها فليُحدث سطحُ ب س ع في بسيط ب رسمَ ب ف، فسيلقى خطُّ ا ع رسمَ س ب ف - وهو قطْع زائدٌ سهمُه خط ب ل - على غير نقطة ب، وهذا محال، فخط ا ع لا يلقى بسيطَ ب على غير نقطة ب.

---

7 ب ن ص: ب ز ص.

ولأنا قد حاذَيْنا بقطعة البلُّور الشمس حتى نفذَ ضوءُها من الثقب إلى الدائرة فقد خرج ضوءُ نقطةٍ على وجه الشمس على الخط المتصل بين مركزي الثقب والدائرة، والخطُّ المتصل بينها موازٍ لخط ب ل ، فضوءُ تلك النقطة يخرج في الهواء على استقامة خط ب ع إلى نقطة ع . وهذا الخطُّ / قائم على ت - ٨ - و سطح ع فضوءُها ينفُذ في البلُّور على خط ب ع وهو لا يلقى بسيطَ ب على غير نقطة ب . فيلقى به غيرَ البلّور، فتبيَّن أنه يصل فيه إلى نقطة ب ، وخط ب ع قائم على السطح الذي يماسُّ بسيطَ ب على نقطة ب ولا يماسُّه عليها غيرُه، فضوءُها ينفُذ في الهواء على خط ا ب وهو لا يلقى بسيطَ ب على غير نقطة ب، فيلقى به غير الهواء، فبيِّنٌ أنه يصل فيه إلى نقطة ا.

وإن لم يوافق النقطةُ المنزلةُ نقطةَ ب . فلتكن ت ونخرج سطح ب ل ت وليُحدث في بسيط ب رسمَ ث ب خ ، فهو قطعٌ زائدٌ ، وسهمُه خط ب ل وضلعُ سهمه مثلُ خط ب ن . ونصل خطي ا ت ل ت ونقسم زاوية ا ت ل نصفين بخط ت ذ ، فهو يماسُّ قطع ث ب خ . ونُخرج على خط ت ذ سطحاً قائماً على سطح ب ل ت، فهو يماسُّ بسيط ب على نقطة/ت ولا يماسُّه ت - ٨ - ظ عليها سطحٌ مستوٍ غيرُه لمثل ما كنا بيّنا. ولأن سطح ب ن في ب م أربعة أمثال سطح ب ل في ل م ، فزيادة خط ا ت على خط ل ت مثلُ خط ب م . ونجعل خط ا ض مثلَ خط ب م ، فخطُّ ت ض مثلُ ل ت . ونُخرج خط ل ض وليلقَ خطَّ ت ذ على نقطة ذ ، فخطُّ ت ذ ضلعٌ مشترك لمثلثي ت ذ ض ل ت ذ وزاوية ذ ت ض مثل زاوية ل ت ذ ، فزاوية ت ذ ض مثلُ زاوية ل ذ ت ، فخط ذ ض قائم على خط ت ذ ، فخط ذ ض قائم على السطح المماس لبسيط ب على نقطة ت . ونجعل نسبةَ خط ت ذ إلى خط ظ

10 ب ل ت : ب ل ث – 13 ت ذ (الأولى) : ت ل.

كنسبة خط جـ ه إلى خط جـ ح. فلأن زاوية جـ ز ح قائمة، وخط جـ ه أصغرُ من خط جـ ح. فخط ت ذ أصغرُ من خط ظ. ونخُط حول نقطة ت ببُعدِ مثل خط ظ دائرةً. فستلقى الخطُّ الخارج من نقطة ذ على استقامة خط ل ذ فلتَلْقه على نقطة غ، ونصل خط ت غ، فهو مثل خط ظ. فنسبةُ خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط جـ ه إلى خط جـ ح. ونخرج خط ت با موازياً لخط ا ل، وليلْق خطَّ ل ض على نقطة با، فمثلث ت ض با شبيهٌ بمثلث ا ل ض فنسبة خط ت ض إلى خط ت با كنسبة خط ا ض إلى خط ا ل، وخطُّ ا ض مثلُ خط ب مـ، وخطُّ ب مـ مثلُ خط ا ك، فخط ا ض مثلُ خط ا ك كما أن خط جـ ه مثل خط جـ ط. ونسبة خط ا ك إلى خط ا ب كنسبة خط جـ ط إلى خط جـ ي وخط / ب ك مثلُ خط ب ل كما أن خط ت - ٩ - و ط ي مثلُ خط ح ي، فنسبةُ خط ا ض إلى خط ا ل كنسبة خط جـ ه إلى خط جـ ح، فنسبةُ خط ت ض إلى خط با ت كنسبة خط جـ ه إلى خط جـ ح. وقد كانت نسبة خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط جـ ه إلى خط جـ ح، فنسبةُ خط ت ذ إلى خط ت غ كنسبة خط ت ض إلى خط با ت، فنسبةُ خط ت ذ إلى خط ت ض كنسبة ⟨خط⟩ ت غ إلى خط ت با، وخط ت ذ أصغرُ من خط ت ض، فخط ت غ أصغر من خط ت با، فنقطة غ بين نقطتي ذ با. وليلْق خطُّ ت با سطح ع على نقطة بب، فخط ت بب قائم على سطح ع. ونُخرج خط ت بجـ على استقامة خط ت ذ فزاويةُ بب ت بجـ حادةٌ، وهي مثلُ زاوية ذ ت با، وزاوية ذ ت با أعظمُ من زاوية ذ ت غ، فزاويةُ بب ت بجـ أعظم من زاوية ذ ت غ، وخطّا ا ت ت بب لا يلقيان بسيط ب على غير نقطة ت، لأنهما إن لقياه على غيرها

1 وخط: فخط – 3 فستلقى: فسيلقى / خط: فوق السطر.

فسيلقيان قِطعَ ث ب خ على غير نقطة ت، وهذا محالٌ، فهما لا يلقيان بسيطَ ب على غيرها.

فضوءُ نقطةٍ على وجه الشمس يخرجُ على استقامة خط ت بب إلى نقطة بب وعلى خط ت بب إلى نقطة ت وعلى خط ا ت إلى نقطة ا، وكذلك سائر النقط المُنزلة على بسيط ب. فضوءُ الشمس ينفُذ من جميع سطح ع إلى جميع بسيط ب سوى موضع المدفين فما فوقها، / ومن جميع بسيط ب سِواهُ إلى نقطة ا فيُحرِق عندها، وذلك ما أردنا أن نبيّن. ت - ٩ - ظ

الشكل رقم (١٣)

〈الرسم المتصل للقطع الزائد〉

وإن كان الإحراق على مسافةٍ غير قريبةٍ، فإنا نعمل على خط ا ل قوساً تقبل زاوية منفرجةً، ولتكن ا مـ ل، ونخط حول نقطة ا ببُعْدِ خط ا ك دائرةً. ولتلْقَ قوسَ ا مـ ل على نقطة مـ ونُخرج خطي ل مـ / ا مـ ن، فزاويةُ ا مـ ل ت - ١٠ - و منفرجةٌ، فزاويةُ ل مـ ن حادّةٌ. ونجعلُ زاوية مـ ل س مثلَ زاوية ل مـ ن. فزاويةُ مـ ل س حادّةٌ، فخط مـ ن يلقى خطَّ ل س، فليلْقه على نقطة ن. ونُخرج خط ع ا ف قائماً على خط ا ب ونجعل خط ا ع مثلَ خط ا ف. وينبغي ألّا يكون كلّ واحدٍ من خطي ا ب ك ل أصغرَ من خط ع ف. ونخط حول نقطة ا ببُعْدِ خط ا ع نصفَ دائرة ع ف ونُخرج خط ل ص قائماً على خط ا ل ونجعله مثلَ خط ا ع، ونُخرج خط ص ع ق، ونُنزل عليه نقطة ق، ونخرجُ خط ق ر قائماً على سطح ا ل مـ وخط ب ش قائماً على خط ا ب وليلْقَ خطَّ ع ص على نقطة ش، ونُنزل على خط ع ش نقطةَ ث ونجعل خط ص ث مثلَ خط ع ق وخطَّ ث خ قائماً على سطح ا ل مـ ونجعله مثلَ خط ق ر، ونصل خط ر خ، ونخُطّ حول نقطة ب ببُعدِ ب ش دائرة ش ونُخرج خط ب ذ على استقامة خط ب ش وليلْقَ دائرة ش على نقطة ذ، ونصل خط ف ذ، ونُخرج خط ل ض قائماً على خط ل ن وخطَّ ظ ا غ موازياً لخط ل ض، وليلْقَ نصفَ دائرة ع على نقطة ظ ويتمّمُ نصف دائرة ظ غ، ونخرج خط ظ با قائماً على ا ظ ونجعله مثلَ خط ع ق، ونخرج خط با بب قائماً على سطح ا ل مـ ونجعله مثلَ خط ق ر، ونجعل خط ل ض مثل خط ل ص / ت - ١٠ - ظ ونُخرج خط ن بجـ قائماً على خط ل ن ونجعلُه مثلَ خط ل ض. ونُخرج خط

---

5 ل مـ ن (الثانية): ا مـ ن – 18 ظ با: ظ ب – 20 ن بجـ: ز بجـ.

ض بـج بد ونجعله مثلَ خط ص ت. ونجعل خط ض به مثل خط ص ث، ونُخرج خط به بو قائماً على سطح ا ل م ونجعله مثل خط ث خ. ونصلُ خط بب بو ونخط حول نقطة ن ببُعْدِ خط ن بـج دائرة بـج، ونخرج خطي ا بز ن بح قائمين على خط ا ن. وليلْقيا نصفَ دائرة ظ ودائرة بـج على نقطتي بز بح. ونصل خط بز بح وخط با به. فلأن خط به بو مثلُ ث خ وخط ث خ مثلُ ق ر وخط ق ر مثلُ خط با بب فخط به بو مثلُ خط با بب وهما قائمان على سطح ا ل م. فخط بب بو مثلُ خط با به. ونصل خطي ل به ا با. فلأن خط ض به مثلُ خط ص ث، وخط ص ث مثلُ خط ع ق. وخط ع ق مثلُ خط ظ با. فخط ض به مثلُ خط ظ با. ولأن خط ل ض مثل خط ل ص وخط ل ص مثلُ خط ا ع – لأن سطح ا ص قائمُ الزوايا – وخط ا ع مثلُ خط ا ظ، فخط ل ض مثلُ خط ا ظ، وكل واحدةٍ من زاويتي ل ض به ا ظ با قائمةٌ، فخط ل به مثلُ خط ا با، وزاوية ض ل به مثلُ زاوية ظ ا با، وخط ل ض موازٍ لخط ا ظ فخط ل به موازٍ لخط ا با وهو مثلُه فخط با به مثلُ خط ا ل وسطح ا ص قائم الزوايا، فخط ا ل مثلُ خط ع ص وخط ص ث مثلُ خط ع ق فخط ع ص مثلُ خط ق ث وخط ث خ مثلُ خط ق ر وهما قائمان على سطح ا ل م، فخط ق ث / مثل خط ر خ، فإذاً ت - ١١ - و
خط بب بو مثلُ خط ر خ.

ونُخرج خط س بد قائماً على خط ل س، فسطح ن بد قائم الزوايا، فخط بـج بد مثلُ خط ن س. ولأن خط ا بز مثلُ خط ن بح وهما قائمان على خط ا ن فخط ا ن مثلُ خط بز بح، فمجموعُ خطي بز بح بـج بد مثلُ مجموع خطي ا ن ن س. ولأن زاوية م ل ن مثل زاوية ن م ل فخط ل ن مثلُ خط

6-5 بابه ... ق ر وخط : أثبتها الناسخ في الهامش – 19 ن س : ن ش – 21 ن س : ن ش.

م ن، فمجموعُ خطي م ن ن س مثلُ خط ل س، وسطحُ ل بد قائم الزوايا. فخط ل س مثلُ خط ض بد وخط ض بد مثلُ خط ص ت. ونُخرج خط ت بط قائماً على خط ا ب. فسطحُ ل ت قائم الزوايا فخط ص ت مثل خط ل بط، وخط ب ل مثلُ خط ب ك، فخط ل بط مثلُ مجموع خطي ب ك ب بط، فمجموعُ خطي م ن ن س مثلُ مجموع خطي ب ك ب بط. ونقطة ا مركزُ دائرة ك م، فخط ا م مثلُ خط ا ك. فمجموعُ خطي ا ن ن س مثلُ مجموع خطي ا ب ب بط وسطح ب ف قائم الزوايا، فخط ا ب مثلُ خط ف ذ وسطح ب ت قائم الزوايا، فخط ب بط مثل خط ش ت، فمجموعُ خطي ا ب ب بط مثلُ مجموع خطي ف ذ ش ت. فإذن مجموعُ خطي بز بح بـج بد مثلُ مجموع خطي ف ذ ش ت، وخطُّ ن بـج موازٍ لخط ل ض وخط ل ض موازٍ لخط ا ظ فخط ن بـج موازٍ لخط ا ظ، وخط ن بح موازٍ لخط ا بز، فزاويةُ بـج ن بح / مثلُ زاوية ظ ا بز، وخط ت - ١١ - ظ ن بـج مثل خط ل ض، وخطُّ ل ض مثلُ خط ل ص، وخط ل ص مثل خط ا ع، فخطُّ ن بـج مثل خط ا ع، فقوس بـج بح مثلُ قوس ظ بز، فمجموعُ قوسيْ ع بز بـج بح مثلُ نصف دائرة ظ، ونصفُ دائرة ظ مثلُ نصف دائرة ع، وخط ا ع مثلُ خط ب ش، فنصفُ دائرة ع مثلُ نصفِ دائرة ش، فمجموعُ قوسيْ ع بز بـج بح مثلُ نصف دائرة ش، فمجموع قوس ع بز وخط بز بح وقوس بـج بح وخط بـج بد مثلُ مجموع خط ف ذ ونصف دائرة ش وخط ش ت. وخطُّ ا ن أعظمُ من خط ا ب، لأنه إن لم يكن أعظمَ منه فإما أن يكون مثلَه أو أصغرَ منه. فإن كان خط ا ن مثلَ ا ب فلأن مجموع خطّي ا ن ن س مثلُ مجموع خطي ا ب ب بط، فخطُّ ن س مثلُ خط ب بط وخط ل س مثلُ خط ل بط، فخطُّ ل ن مثلُ خط ب ل، فمجموعُ خطي ا ن ل ن مثلُ خط ا ل، ولكنه أعظمُ منه، وهذا محال. وإنْ

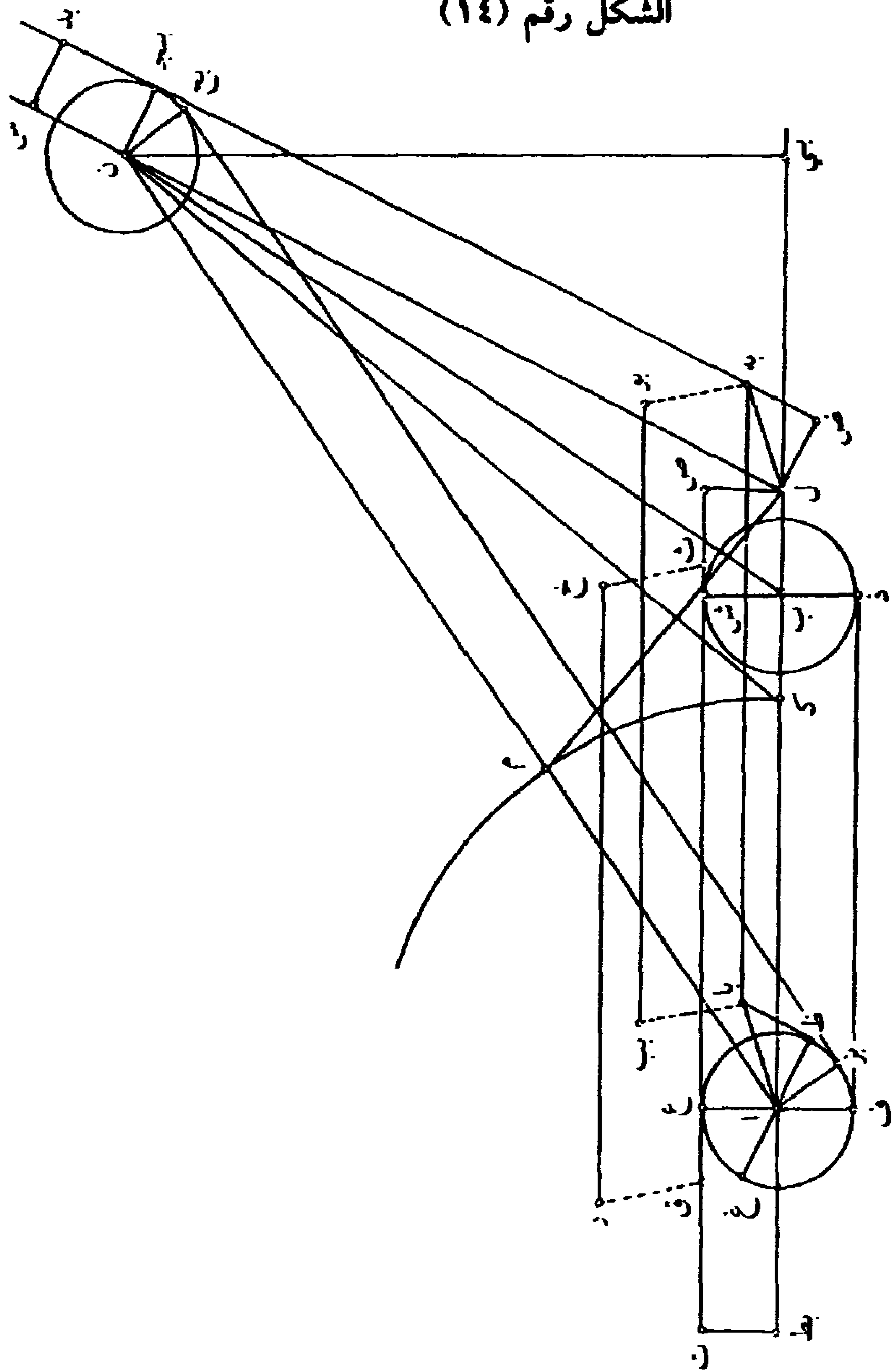
كان خط ا ن أصغرَ من خط ا ب فلأن مجموع خطي ا ن ن س مثلُ مجموع خطي ا ب ب ط فخط ن س أعظم من خط ب ط وخط ل س مثلُ خط ل ط. فخط ل ن أصغر من خط ب ل، فمجموعُ خطي ا ن ل ن أصغرُ من خط ا ل، ولكنه أعظمُ منه، وهذا محالٌ.

فخطٌّ ا ن أعظمُ من خط ا ب وخط ا ب ليس بأصغرَ من خط ع ف وخط ع ف مثلُ مجموع خطي ا ع ن ب ج فخطُّ ا ن أعظمُ / ت - ١٢ - و من مجموع خطي ا ع ن ب ج، فنصفُ دائرة ظ ودائرة ب ج لا يلتقيان. وخط ا ب ليس بأصغرَ من خط ع ف، وخط ع ف مثل مجموع خطي ا ع ب ش، فخطُّ ا ب ليس بأصغر من مجموع خطي ا ع ب ش فنصفُ دائرة ع ودائرة ش لا يتقاطعان. ونُنزل مجموعين ودائرة تطابقُ مجموعَ نصفِ دائرة ع وخطي ع ق ق ر ومجموعَ خطوط ل ص ص ث ث خ ودائرةَ ش، ولتكن نهايات أجسام صعبة التثنّي ومجموعاً يطابق مجموعَ خط ف ذ ونصفَ دائرة ش وخطَّ ش ت، وليكن صعبَ التمدُّد سهلَ التثني وليتّصِلْ بنصف الدائرة والخط المطابقين لدائرة ع وخط ص ت عند نقطتي ف ت، وخطاً يطابق خطَّ ر خ، وليكن صعب التمدّد سهل التّثني وليتّصلْ بالخطين المطابقين لخطي ق ر ث خ عند نقطتي ر خ. ثم نُثبت النقطتين المطابقتين لنقطتي آ ل ويُعتمد على النقطة المطابقة لنقطة ب في جهة دائرةٍ مركزها نقطة ن من نقطة ب إلى نقطة ن. وينبغي أن يكون نقصانُ القوّة التي تنال كل واحدٍ من الجسمين السَّهْليْ التّثني عن قوّةٍ إذا نالتْه لم يتمدَّد بها في الحس محسوساً، فلا يتمدّد بالقوة التي تناله في الحقيقة، وتتحرك النقطةُ والدائرةُ والمجموعاتُ والخط، المطابقةُ لنقطة ب ودائرة ش ومجموعِ خطوط ل ص ص ث ث خ ومجموعِ نصفِ دائرة ع وخطي

12 وليكن : ولتكن – 17 ن (الأولى) : ل.

ع ق ق ر ومجموعِ خط ف ذ ونصفِ دائرة ش وخط ش ت وخط رخ حتى / ت - ١٢ - ظ
تطابق نقطة ن ودائرةَ بـج ومجموعَ خطوط ل ض ض به به بو ومجموعَ نصف
دائرة ظ وخطي ظ با با بب ومجموعَ قوس غ بز وخط بزبح وقوس بـج بح
وخط بـج بد وخط بب بو. كلٌّ واحدٍ نظيرَهُ.

الشكل رقم (١٤)



2 ض به : ض بد.

/ ويحدثُ من حركة هذه النقطة ممرٌّ، وليكن ب ن ونصل خط ك ن، ت ـ ١٧ ـ و فلأن خط ا ن يمرُّ بمركز دائرة ك م فخط م ن أصغر من خط ك ن وخط م ن مثلُ خط ل ن، فخط ل ن أصغر من خط ك ن. وخط ب ل مثلُ خط ب ك. ونصل خط ب ن، فهو ضلع مشترك لمثلثي ب ل ن ب ك ن، فزاوية ل ب ن أصغر من زاوية ك ب ن، فزاوية ل ب ن حادّةٌ. ونخرج خط ن بي قائماً على خط ا ل. فخط ل بي على استقامة خط ا ب، وخطُّ ن بي لا يلقى ممرَّ ب ن على غير نقطة ن. لأنه إنْ لقيه على غيرها فليلْقه على نقطة بك. فلأنه لما تحركت النقطةُ والدائرةُ والمجموعاتُ والخط التي طابقت نقطة ب ودائرةَ ش ومجموعَ خطوط ل ص ص ث ث خ ومجموعَ نصف دائرة ع وخطي ع ق ق ر ومجموعَ خط ف ذ ونصفَ دائرة ش وخط ش ت وخط ر خ طابقتْ نظائرها عند نقطة بك قبل أن تطابق نظائرها عند نقطة ن. فليكن نظائرُها التي طابقتها عند نقطة بك نقطةَ بك ودائرةَ بل ومجموعَ خطوط ل بم بم بس بس بع ومجموعَ نصف دائرة بف وخطي بف بق بق بر ومجموعَ قوس بص بش وخط بش بت وقوس بل بت وخط بل بن وخط بع بر. فمجموعُ قوس بص بش وخط بش بت وقوس بل بت وخط بل بن مثلُ مجموع خط / ف ذ ونصفِ ت ـ ١٧ ـ ظ دائرة ش وخط ش ت. ونُخرج خط ل بك بث وخطَّ بن بث قائماً على خط ل بث. ونصلُ خط بس بق. فلأن خط بس بع مثلُ خط ث خ، وخطَّ ث خ مثلُ خط ق ر وخطَّ ق ر مثلُ خط بق بر، فخطُّ بس بع مثلُ خط بق بر وهما قائمان على سطح ا ل م فخط بس بق مثل خط بع بر، وخط بع بر مثلُ خط ر خ وخط ر خ مثل ‹خط› ا ل، فخطُّ بس بق مثلُ خط ا ل. ونصل

3 ل ن (الأولى) : ا ن – 6 ا ب : ا ل – 9 ص ث : ص ت – 10 وخط ش ت : أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها – 12 بم بس : بم بن – 14 بع بر: بع بو – 18-19 بق بر ... مثل خط : أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها.

خطي ل بس ا بق وخطي ل ث ا ق فيُطابق مثلثُ ل بـم بس مثلثَ ل ص ث ومثلثُ ل ص ث مثلثَ ا ع ق ومثلثُ ا ع ق مثلث ا بف بق، فيطابق مثلثُ ل بـم بس مثلثَ ا بف بق. فخطُّ ل بس مثلُ خط ا بق وخط بس بق مثلُ خط ا ل فخطُّ ل بس موازٍ لخط ا بق. وزاويةُ بـم ل بس مثلُ زاوية بف ا بق، فخطُّ ا بف موازٍ لخط ل بـم. فمجموعُ قوس بص بش وخطٍّ بش بت وقوسٍ بل بت وخطٍّ بل بن مثلُ مجموع خطي ا بك بك بث ونصفِ دائرة بف لمثل ما بينّا فيما تقدم.

ومجموعُ خط ف ذ ونصفِ دائرة ش وخط ش ت مثلُ مجموع خطي ا ب ب بط ونصفِ دائرة ع، فمجموعُ خطي ا بك بك بث ونصفِ دائرة بف مثلُ مجموع خطي ا ب ب بط ونصف دائرة ع. ونصفُ دائرة بف مثلُ نصف دائرة ع، فمجموعُ خطي ا بك بك بث مثلُ مجموع خطي ا ب ب بط. وليلق خطُّ ا بك دائرةَ ك مـ على نقطة بخ، فخطُّ ا بخ مثلُ خط ا ك، فمجموعُ خطي بك بخ بك بث مثلُ مجموع ب ك ب بط. / ومجموع خطي ب ك ب بط ت - ١٨ - و مثلُ خط ل بط، وخطُّ ل بط مثلُ خط ص ت، وخط ص ت مثلُ خط بـم بن، وخط بـم بن مثل خط ل بث. فمجموعُ خطي بك بخ بك بث مثل خط ل بث، فخطُّ بك بخ مثل خط ل بك. ونجعل خط بي بذ مثلَ خط ل بي، ونصلُ خط بك بذ. فلأن خطَّ بك بي قائم على خط ل بذ فخطُّ بك بذ مثلُ خط ل بك. ونخط حول نقطة بك ببُعْدِ ل بك دائرةً، فتمرُّ بنُقَط ل بخ بذ. ونُخرج خط بك بض على استقامة خط ا بك، وليلْقَ دائرة ل على نقطة بض، فخطُّ ل بك مثلُ خط بك بض، فمجموعُ خطي ا بك ل بك مثلُ خط ا بض. وسطحُ ا بض في ا بخ مثلُ سطح ا ل في ا بذ، فسطحُ مجموع خطي ا بك ل بك في ا بخ مثلُ سطح ا ل في ا بذ. وكذلك نبيّنُ أنّ

4 بس بق : بش بق – 15 ل بث : ل ب بث.

سطح مجموع خطي ا ن ل ن في ا م مثلُ سطح ا ل في ا بذ. فسطحُ مجموع خطي ا بك ل بك في ا بخ مثلُ سطح مجموع خطي ا ن ل ن في ا م. وخطُّ ا بخ مثلُ خط ا م. فمجموعُ خطي ا بك ل بك مثلُ مجموع خطي ا ن ل ن، وخطُّ ا بك أصغرُ من خط ا ن لأنه أقرب إلى خط ا بي القائم على خط ن بي من خط ا ن، فخطُّ ل بك أعظمُ من خط ل ن، وهو أقرب إلى خط ل بي من خط ل ن؛ وهذا محال. / ت - ١٨ - ظ

الشكل رقم (١٥)

ت - ١٩ - ظ

2 ل ن : ك ن . ر

/ فخط ن بي لا يلقى ممرّ ب ن على غير نقطة ن. ت ـ ٢٠ ـ و

ثم نُثبت خط ب بي ونُدير حوله السطحَ الذي يحيط به رسمُ ب ن وخطًا ب بي ن بي حتى تقطع نقطةُ ن دائرة ن بظ. ويحدُث مجسَّم ب ن بظ فنخرُطُ مثلَه مع هدفين على ما وصفنا من الجوهر الذي اعتبرنا به، ونجلوه سوى الهدفين وما فوقهما. وينبغي أن يكون ضوء الشمس إذا نفذ من جميع سطح بي إلى جميع بسيط ب سوى موضع الهدفين فما فوقهما، ومن جميع بسيط ب سواهُ إلى نقطة آ أحرق عندها. ونستعمله على ما قدّمنا وصفه.

أقول : إن ضوء الشمس ينفُذ من جميع سطح بي إلى جميع بسيط ب سوى موضع الهدفين فما فوقهما ومن جميع بسيط ب سواه إلى نقطة آ فيُحرِق عندها.

برهان ذلك : أنا ننزل على بسيط ب نقطةً، فإما أن توافق نقطة ب أو لا توافقها؛ فإن وافقت النقطةُ المنزلةُ نقطةَ ب فإنا نخرج سطح ب ن بي، وليُحدِث في بسيط ب رسمَ ن ب بظ وفي سطح بي خطَّ ن بظ. ونُخرج في سطح ب ل ن خطًّ بغ ب قائماً على خط ب ل، فخطُّ بغ جا يماسُّ رسم ن ب بظ على نقطة ب. لأنه إن لم يماسّه عليها فليقطعْه عليها، فلا بد من أن ينتهي من خط بغ جا إلى نقطة ب جزءٌ يكون داخل السطح الذي يحيط به رسم ن ب بظ وخط ن بظ. فليكن ذلك الجزءُ خطَّ ب جا. ونصل خط ب بظ، فلأن زاوية ل ب بظ مثلُ / زاوية ل ب ن وزاوية ل ب ن حادّةٌ، ت ـ ٢٠ ـ ظ فزاويةُ ل ب بظ حادّةٌ وزاوية ل ب جا قائمة، فزاوية ل ب جا أعظم من زاوية ل ب بظ فخطُّ ب جا داخل السطح الذي يحيط به رسم ب بظ وخط ب بظ. فسيلقى خطُّ ب جا رسمَ ب بظ، فليلقَهُ على نقطة جا. ونصل خطي

---

4 وتجلوه : ونجلوه – 9 سوى ... بسيط ب : أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها – 15 يماسه : يماسها.

ا جا جا ل. وليلْق خطُّ ا جا دائرةَ كَ على نقطة جب. فلأن رسمَ ب ن يُطابق رسمَ ب بظ ونقطتي ا ل مشتركتان لهما وخط بك بخ مثلُ خط ل بك، فخط جا جب مثل خط ل جا، فزاوية ل ب جا حادّةٌ لمثل ما بيّنا فيما تقدّم، ولكنها قائمة، وهذا محال.

الشكل رقم (١٦)

1 ا جا جا ل: ا جا ل – 2 مشتركتان: مشتركتين.

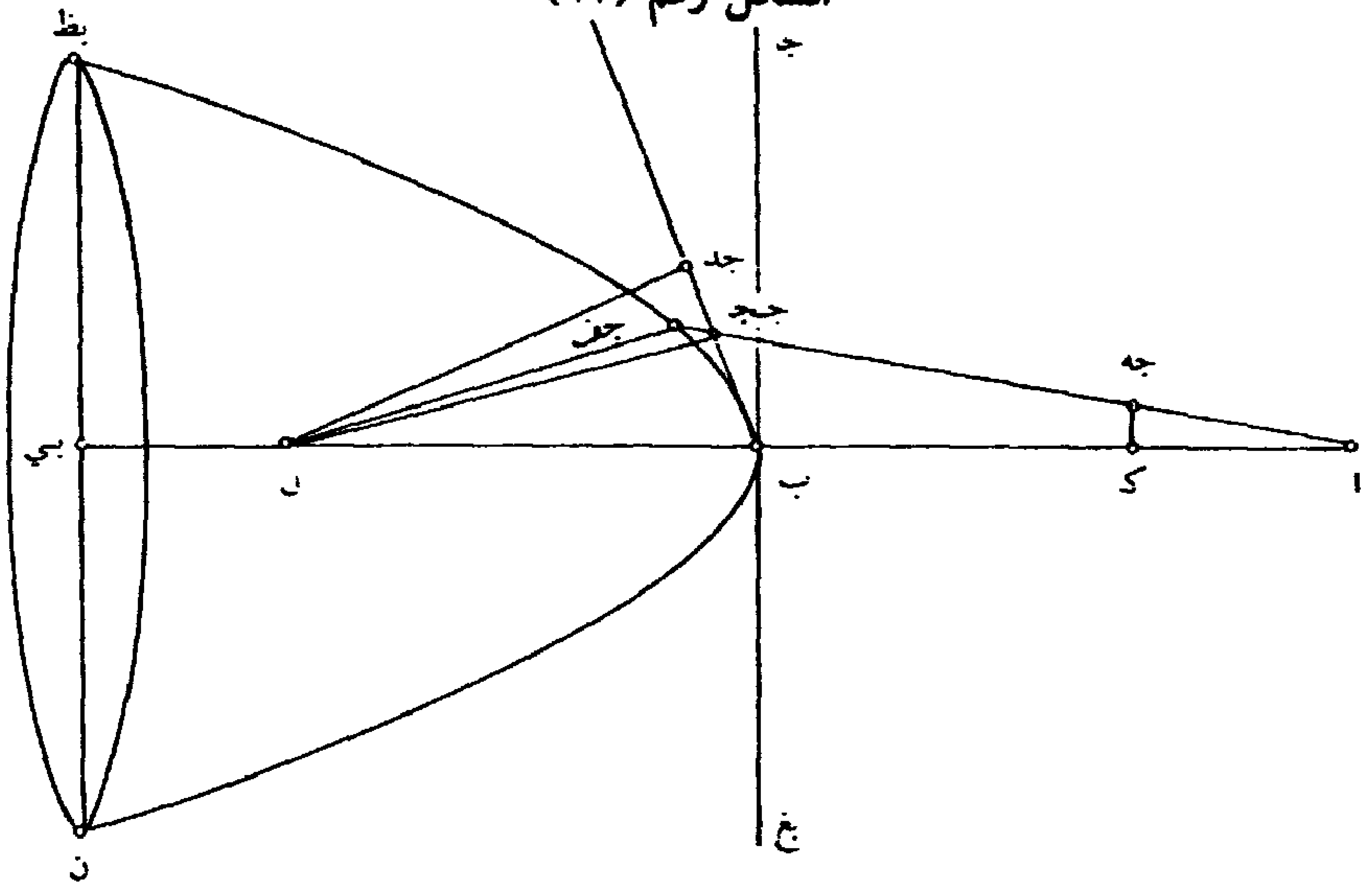
فخطُّ بغ جا يماسّ رسمَ ن ب بظ على نقطة ب. ولا يماسُّ رسمَ ن بظ ب / على نقطة ب خطٌّ مستقيمٌ غيرُ خط بغ جا. لأنه إن ماسَّه ت - ٢١ - و عليها خطٌّ مستقيمٌ غيرُه فلْيماسَّه عليها خط ب جـج بينه وبين خط ل ب. فلأن زاوية ل ب جا قائمةٌ. فزاويةُ ل ب جـج حادّة. ونخرج خطَّ ل جد قائماً على خط جـج ب. فلا بد من أن ينتهي من خط ب جـج إلى نقطة ب جزء يكون خارج السطح الذي يحيط به رسم ن ب بظ وخط ن بظ. ونُنزِل على هذا الجزء نقطة جـج ونصل خط ل جـج. فلأنه أقربُ إلى خط ل جد القائم على خط ب جد من خط ب ل فخطُّ ل جـج أصغرُ من خط ب ل؛ ونخرجُ خطَّ ا جـج وليلْقَ دائرة ك على نقطة جه ورسمَ ن ب على نقطة جو؛ ونصلُ خط ل جو، فخط جه جو مثل خط ل جو، فخط جـج جه أصغر من خط ل جـج. وخطُّ ل جـج أصغرُ من خط ب ل، وخطُّ ب ل مثلُ خط ب ك فخط جـج جه أصغر من خط ب ك، وخط ا جه مثلُ خط ا ك، فمجموعُ خطي ا جـج ل جـج أصغر من خط ا ل، ولكنه أعظمُ منه، وهذا محال. فليس يماسُّ رسمَ ن ب بظ على نقطة ب خطٌّ مستقيمٌ غيرُ خط بغ جا.

ونُخرج على خط بغ جا سطحاً مستوياً قائماً على سطح ب ل ن فهو يماسُّ بسيط ب على نقطة ب ولا يماسُّه عليها سطحٌ مستوٍ غيرُه لمثل ما بيّنا فيما تقدم.

ولا يلقى خطُّ ا ل بسيطَ ب على نقطة غير نقطة ب لأنه إن لقيه على غيرها فسيلقى رسمَ ن ب بظ / على غير نقطة ب؛ فينقسم به خط ك ل نصفين على ت - ٢١ - ظ غير نقطة ب. وهذا محال. فلا يلقى خطُّ ا ل بسيطَ ب على غير نقطة ب.

3 ل ب : جاب – 18 نقطة (الأولى) : أثبتها الناسخ في الهامش ولكنه أخطأ في الإشارة إلى موضعها.

الشكل رقم (١٧)



فضوءُ الشمس يخرجُ على استقامة خط ب بي إلى نقطة بي وعلى خط ب بي إلى نقطة ب وعلى خط ا ب إلى نقطة ا.

وإن لم يوافق النقطةُ المنزلةُ نقطةَ ب فلتكن جز. ونُخرج سطحَ ب ل جز وليُحدِث في بسيط ب رسمَ جح ب جط وفي سطح بي خطَّ جح جط. ونصل خطي ا جز ل جز ونقسم زاوية ا جز ل نصفين بخط جي جز جك، فهو يماس رسم جح ب جط على نقطة جز. لأنه إن لم يماسه عليها فليقطعه عليها، فلا بدّ من أن ينتهي من خط جي جك إلى نقطة / جز جزءٌ يكون داخل ت - ٢٢ - و السطح الذي يحيط به رسمُ جح ب جط وخطُّ جح جط. ونُنزل على هذا الجزء نقطةَ جك ونجعل خط ا جل مثلَ خط ا ك، فخطُّ جز جل مثلُ خط ل جز. ونصلُ خطي جك جل ل جك، فخطُّ جز جك ضلعٌ مشترك لمثلثي جز جك جل ل جز جك وزاوية جك جز جل مثلُ زاوية ل جز جك لأن زاوية

10 لمثلثي : ولمثلثي.

اجزجي مثلُ زاوية ل جزجي فخط جك جل مثلُ خط ل جك. ونصلُ خط اجك، ونجعل خط اجم منه مثلَ خط اجل.

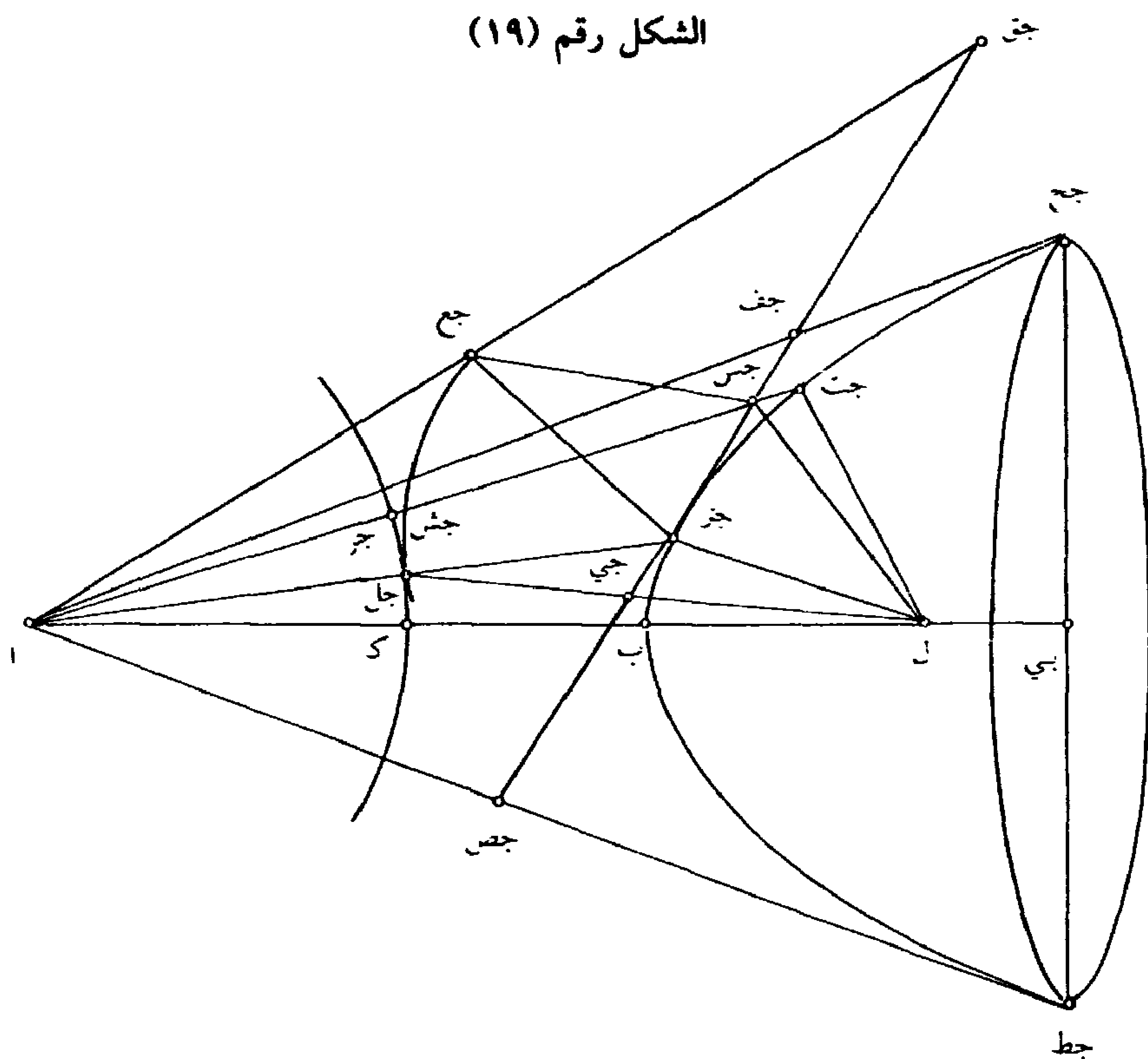
فلأن خط اجك أصغر من مجموع خطيْ اجل جك جل، فخط جك جم أصغر من خط جك جل. فخطُّ جك جم أصغر من خط ل جك. وليلْقَ خطُّ اجك رسمَ جح ب جط على نقطة جن، ونصل خط ل جن، فخطُّ جم جن أصغر من خط / ل جن، ولكنه مثلُه، وهذا محال، ت - ٢٢ - ظ
فخط جي جك يماسُّ رسم جح ب جط على نقطة جز.

الشكل رقم (١٨)

ولا يماسُّ رسمَ جح ب جط على نقطة جز خطٌّ مستقيمٌ غيرُ خط جي جك. لأنه إن ماسَّه عليها خطٌّ مستقيمٌ غيرُه فليكن ذلك الخط جزجس، ونجعل زاوية جس جزجع مثلَ زاوية ل جزجس وخطًّ جزجع مثلَ خط ل جز، ونُخرج خطوط ا جح ا جط ا جع. وليلق خطُّ جزجس خطًّ ا جح على نقطة جف وخطًّ ا جط على نقطة جص وخطًّ ا جع على نقطة جق. فلا بدّ من أن ينتهي من خط جزجس إلى نقطةٍ جزءٌ يكون خارج السطح الذي يحيط به رسم جح ب جط وخط جح جط. ونُنزل على هذا الجزء نقطةً تكون بين نقطة جز ونقطة جق وإحدى نقطتي جف جص ولتكن جس. ونصل خطي ل جس جس جع. فلأن خط جزجع مثلُ خط ل جز وخط جزجس ضلعٌ مشترَكٌ لمثلثي جزجس جع ل جزجس، وزاويةُ جس جزجع مثلُ زاوية ل جزجس، فخط جس جع مثلُ خط ل جس. ونخط حول نقطة ا ببُعْدِ خط ا جل دائرةَ جر وحول نقطة جز ببُعْد خط جزجل دائرةَ جش. فلأن كل واحدٍ من خطي جزجل جزجع مثلُ خط ل جز، فخطُّ جزجل مثلُ خط جزجع، فدائرةُ جش تمرّ بنقطتي جل جع، وهي تماسُّ دائرة جر على نقطة / جل. ونصل خط اجس، وليلْق دائرة جر على نقطة جر ودائرةَ جش على نقطة جش، فخطُّ جس جر أعظمُ من خط جس جش، وخطُّ جس جش أعظمُ من خط جس جع لأن خطَّ جس جش أقربُ إلى خط جز جس المارّ بمركز دائرة جش من خط جس جع. وخطُّ جس جع مثلُ خط ل جس. فخطُّ جس جر أعظم من خط ل جس. ت - ٢٣ - و

8 ولتكن : وليكن – 16 جش : جس – 18 جش : جس.

الشكل رقم (١٩)



وليلْقَ خطُّ ا جس رسمَ جح ب جط على نقطة جت. ونصلُ خط ل جت، فخطُّ جرجت أعظم من خط ل جت؛ ولأن خط اجر مثلُ خط اجل وخطَّ اجل مثلُ خط اك، فخطُّ اجر مثلُ خط / اك، فخط جرجت مثلُ خط ل جت. وهذا محال، فلا يماسُّ رسمَ جح ب جط على نقطة جز خطٌّ ⟨غير خط جزجي ونخرج على خط جزجي سطحاً مستوياً قائماً على سطح ا ل جز⟩، فهو يماسٌّ بسيط ب على نقطة جز ولا يماسُّه عليها سطحٌ مستوٍ غيره بمثل ما بيّنا فيما تقدم. ت - ٢٣ - ظ

5 جز خط : جزجط.

الشكل رقم (٢٠)

ونخرج خط ل جل، وليلْق خط جي جك على نقطة جي. فلأن خط
جزجل مثل خط ل جز وخطَّ جزجي ضلعٌ مشترك لمثلثي جزجي جل
ل جزجي وزاوية جي جزجل مثلُ زاوية ل جزجي، فزاويةُ جزجي جل مثلُ
زاوية ل جي جز، فزاويةُ جزجي جل قائمة، فخط جي جل قائمٌ على السطح
المماسّ لبسيط ب على نقطة جز. ونُخرج خط جزجث موازياً لخط ا ل،
وليلْق خط ل جل على نقطة جث، فمثلثُ جزجل جث شبيهٌ بمثلث ا ل جل،
فنسبةُ خط جزجل إلى خط جزجث كنسبة خط ا جل إلى خط ا ل، وخطُّ
/ ا جل مثل خط ا ك، كما أن خط جـ ه مثلُ خط جـ ط، ونسبة خط ا ك ت - ٢٤ - و
إلى خط ا ب كنسبة خط جـ ط إلى خط جـ ي وخط ب ك مثلُ خط

3-2 خط ل جز ... وزاوية جي جزجل مثل : أُثبتت في الهامش بخط آخر. الشكل الأسفل ليس في المخطوطة.

ب ل، كما أن خطَّ ط ي مثلُ خط ح ي، فنسبة خط ا جل إلى خط ا ل كنسبة خط جـ ه إلى خط جـ ح. فنسبةُ خط جزجل إلى خط جزجث كنسبة خط جـ ه إلى خط جـ ح. وليلْقَ خطُّ جزجث سطحَ بي على نقطة جخ، فخط جث جخ لا يلقى بسيطَ ب على غير نقطة جز. لأنه إنْ لقيه على غيرها فسيلقى رسمَ جح ب جط على غيرها، فليلْقه على نقطة جذ. فلأن خط جزجل مثلُ خط ل جز، فزاوية ل جل جز مثلُ زاوية جزل جل، فزاويةُ ل جل جز حادّةٌ، فزاويةُ ا جل ل منفرجةٌ. ونصل خط ا جذ، وليلْق خط ل جل على نقطة جض، فخطُّ ا جض أعظم من خط ا جل. ونفصل من خط ا جض خطَّ ا جظ مثلَ خط ا جل، فلأن خطَّ ا جل مثلُ خط ا ک، فخطُّ ا جظ مثلُ خط ا ک. ونصلُ خط ل جذ، فخط جذ جظ مثلُ خط ل جذ. ونصلُ خط ل جظ؛ فلأن نقطة جظ داخل مثلث ا ل جل، فزاويةُ ا جظ ل أعظمُ من زاوية ا جل ل، فزاويةُ ل جظ جذ – وهي مثلُ زاوية جذ ل جظ – أصغرُ من زاوية ل جل جز، وهي مثلُ زاوية جزل جل، فزاويةُ جذ ل جظ أصغرُ من زاوية جزل جل، ولكنها أعظم منها، وهذا محال.

1 ح ي: جـ ي – 4 جث جخ: جزجغ – 6 ل جل جز: آخر حرفين فوق السطر.

الشكل رقم (٢١)

فخط جز جخ لا يلقى بسيط ب على غير نقطة جز، وخطُّ ا جز لا يلقى بسيط ب على / غير نقطة جز. لأنه إنْ لقيه على غيرها فسيلقى رسمَ ت ـ ٢٤ ـ ظ جح ب جط على غيرها، فليلْقه على نقطة جغ ونصلُ خطَّ ل جغ فخطُّ جل جغ مثلُ خط ل جغ، فخط جزجل أعظم من خط ل جز. ولكنه مثلُه، وهذا محال.

فخطُّ ا جز لا يلقى بسيط ب على غير نقطة جز.

فضوءُ الشمس يخرج على استقامة خط جزجخ إلى نقطة جخ وعلى خط جزجخ إلى نقطة جز وعلى خط ا جز إلى نقطة ا. وكذلك سائرَ النُّقَط المُنزلَة على بسيط ب سوى موضع المدفين فما فوقها. فضوءُ الشمس ينفُذُ من جميع

3 ونصل خط ل جغ : أثبتها الناسخ في الهامش مع بيان موضعها.

سطح / بي إلى بسيط ب سوى موضع الهدفين فما فوقهما. ومن جميع بسيط ت - ٢٥ - و
ب سواه إلى نقطة ا فيُحرق عندها. وذلك ما أردنا أن نبين.

〈العدسة المحدبة الوجهين〉

وإنْ لم يكن الأضواءُ الخارجةُ من نقطةٍ على وجه المُضيء إلى جوانب الآلة متوازيةً في الحس – وعلى ذلك كلّ ضوءٍ يأتيها من الأماكن المطيفة بها – فإنّا نحدّ رسماً يبتدىء من نقطة ب على ما قدّمنا وصفَه، وليكن ب م، ونُنزل على استقامة خط ا ب نقطتي ن س، ونجعل نسبة خط ن ع إلى خط ن س كنسبة خط ج ط إلى خط ج ي، وخط س ف مثل خط س ع، ونحدُّ في سطح ا ل م رسماً يبتدىء من نقطة س على ما قدّمنا وصْفه، وليكن س ص. ونُنزِل على رسم ب م نقطة م ونصل خطي ا م ل م ونقسم زاوية ا م ل نصفين بخط م ق فهو يماسُّ رسمَ ب م وليلْق خط ا ب على نقطة ق ونجعل خط م ر مثلَ خط ل م، ونصِلُ خط ل ر وليلْقَ خط م ق على نقطة ش، فزاويةُ ل ش ق قائمة، فزاوية ل ق ش حادّة. ونُنزل على رسم س ص نقطة ص ونصِل خطي ن ص ف ص، ونقسم زاوية ن ص ف نصفين بخط ص ت، فهو يماسُّ رسم س ص، وليلْق خط ن س على نقطة ت، فزاوية ف ت ص حادّةٌ، فخط م ق يلقى خط ص ت، فليلْقه على نقطة ث. فلأن رسم ب م لا يلقى خط ق ب على غير نقطة ب ولا خطَّ ق ث على غير نقطة م فسيلقى خطَّ ت ث فليلْقه على نقطة / خ. ولأن رسم س ص لا يلقى خط ت - ٢٥ - ظ
ب ت على غير نقطة س ولا خطَّ ت خ على غير نقطة ص فسيلقى رسمَ

6 نحدّ : نجد – 8 ونحدّ : ونجد – 9 ا ل م : ا ل.

ب خ، فليلْقه على نقطة ذ. ونُثْبت خط ب س ونُدير حوله السطح الذي يحيط به رسْما ب ذ س ذ وخط ب س حتى تقطع نقطةُ ذ دائرةَ ذ ض ويحدُث مجسّم ب ذ س ض فنخرُط مثلَه من الجوهر الذي اعتبرناه ونجلوه. وينبغي أن يكون ضوْءُه إذا نفذَ من جميع بسيط ذ س ض إلى جميع بسيط ذ ب ض ومن جميع بسيط ذ ب ض إلى نقطة ا أحرَق عندها. ثم نُقِرُّ الجسمَ المضيءَ في موضع نقطة ن.

أقول : إنّ ضوءَ الجسم ينفذُ من جميع بسيط ذ س ض إلى جميع بسيط ذ ب ض ومن جميع بسيط ذ ب ض إلى نقطة ا فيُحرِق عندها.

برهان ذلك : أنّا نُنزل على بسيط ذ س ض نقطةً، فإما أن توافق نقطة س أو لا تُوافقها.

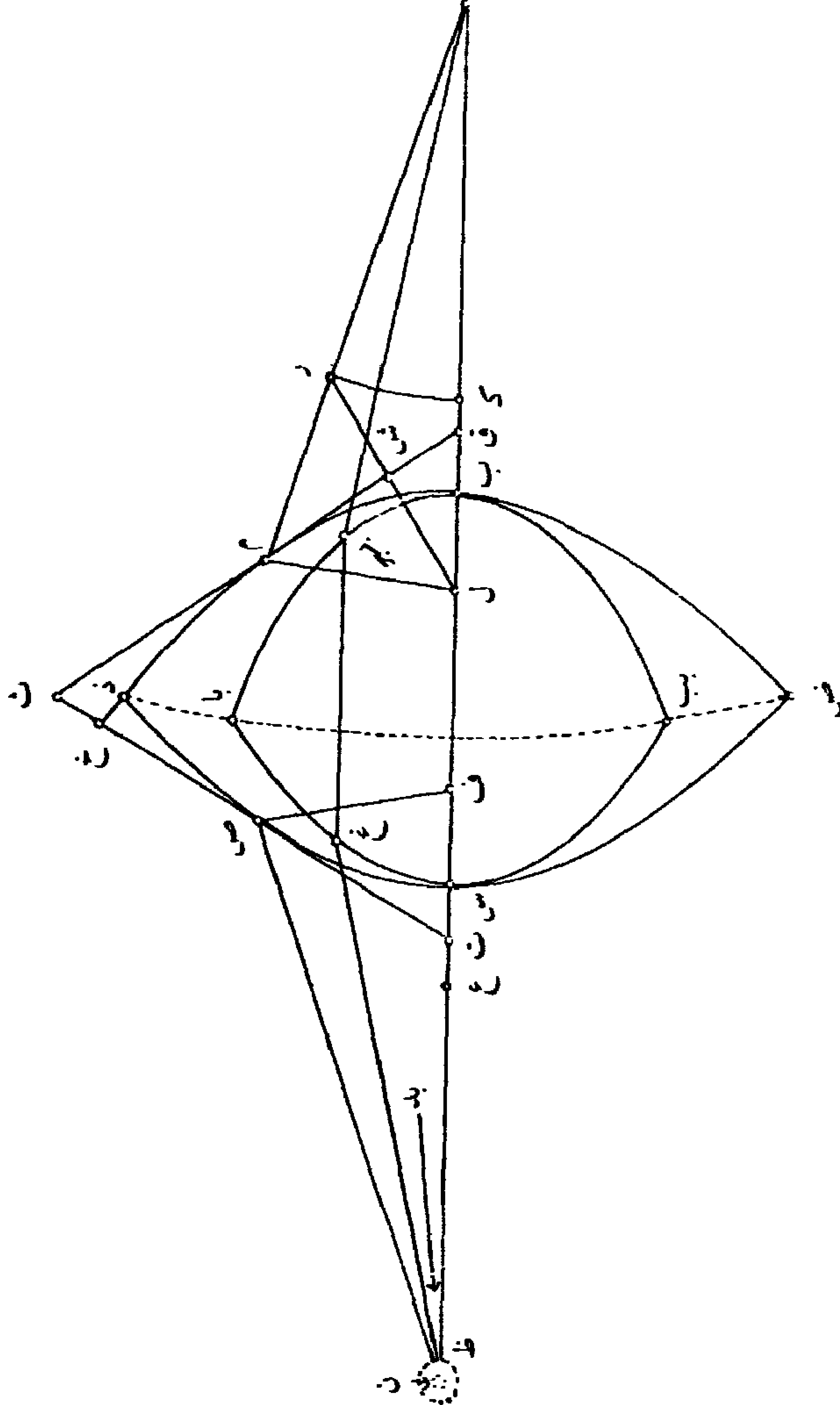
فإن وافقتْ النقطةُ المنزلةُ نقطة س فليلْق خطٌّ ن س الجسمَ المضيء على نقطة ظ. فخط ا ظ لا يلقى بسيطَ ب ذ س ض على غير نقطتي ب س، فضوءُ نقطة ظ يخرج على خط س ظ إلى نقطة س وعلى خط ب س إلى نقطة ب وعلى خط ا ب إلى نقطة ا.

وإن لم توافق النقطةُ المنزلةُ نقطةَ س فلتكن غ، ونُخرج سطح ب س غ وليحدث في مجسّم ذ س ض رسم با س بب وفي مجسّم ذ ب ض رسم با ب بب. ونخرج خط غ بجـ موازياً / لخط ب س. فلأن خط غ بجـ ت - ٢٦ - و
لايلْقى خط ب س ورسمَ س با على غير نقطة غ فسيلقى رسمَ ب با فليلْقَه على نقطة بجـ. ونصلُ خط ن غ وليلْق الجسم المضيءَ على نقطة بد و⟨نصلُ⟩ خطَّ ا بجـ، فخطوطُ غ بد غ بجـ ا بجـ لا تلقى بسيط ب ذ س ض على غير نقطتي غ بجـ. فضوءُ نقطة بد يخرج على خط غ بد إلى نقطة غ وعلى خط غ بجـ إلى نقطة بجـ وعلى خط ا بجـ إلى نقطة ا؛ وكذلك سائرُ النُقَطِ

13 س ظ : س ض – 20 تلق : يلق.

المنزلةِ على بسيط ذ س ض. فضوءُ الجسم ينفذُ من جميع بسيط ذ س ض إلى جميع بسيط ذ ب ض ومن جميع بسيط ذ ب ض إلى نقطة آ فيُحرق عندها. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٢٢)



بلغنا المقابلة بالنسخة المنقولة عنها وكانت بخط أحمد بن أحمد ابن جعفر الغُنْدِجَاني. فرغ من تشكيله علي بن يحيى بن محمد بن أبي الشكر المغربي يوم الخميس حادي عشر ربيع الآخر سنة تسعين وستمائة. وصلى اللهُ على سيدنا محمد وآله أجمعين.

النص الثاني

البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء

ل - ١٣٢ - ظ
ا - ٩٣ - و
د - ٨٣ - ظ

بسم الله الرحمن الرحيم
وبه أستعين

البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصّفاء استخرجه أبو سعد العلاء بن سهل عند تصفحه كتاب بطلميوس في **المناظر** وأراد أن يُضمنّه جملة التصفح للمقالة الخامسة من هذا الكتاب.

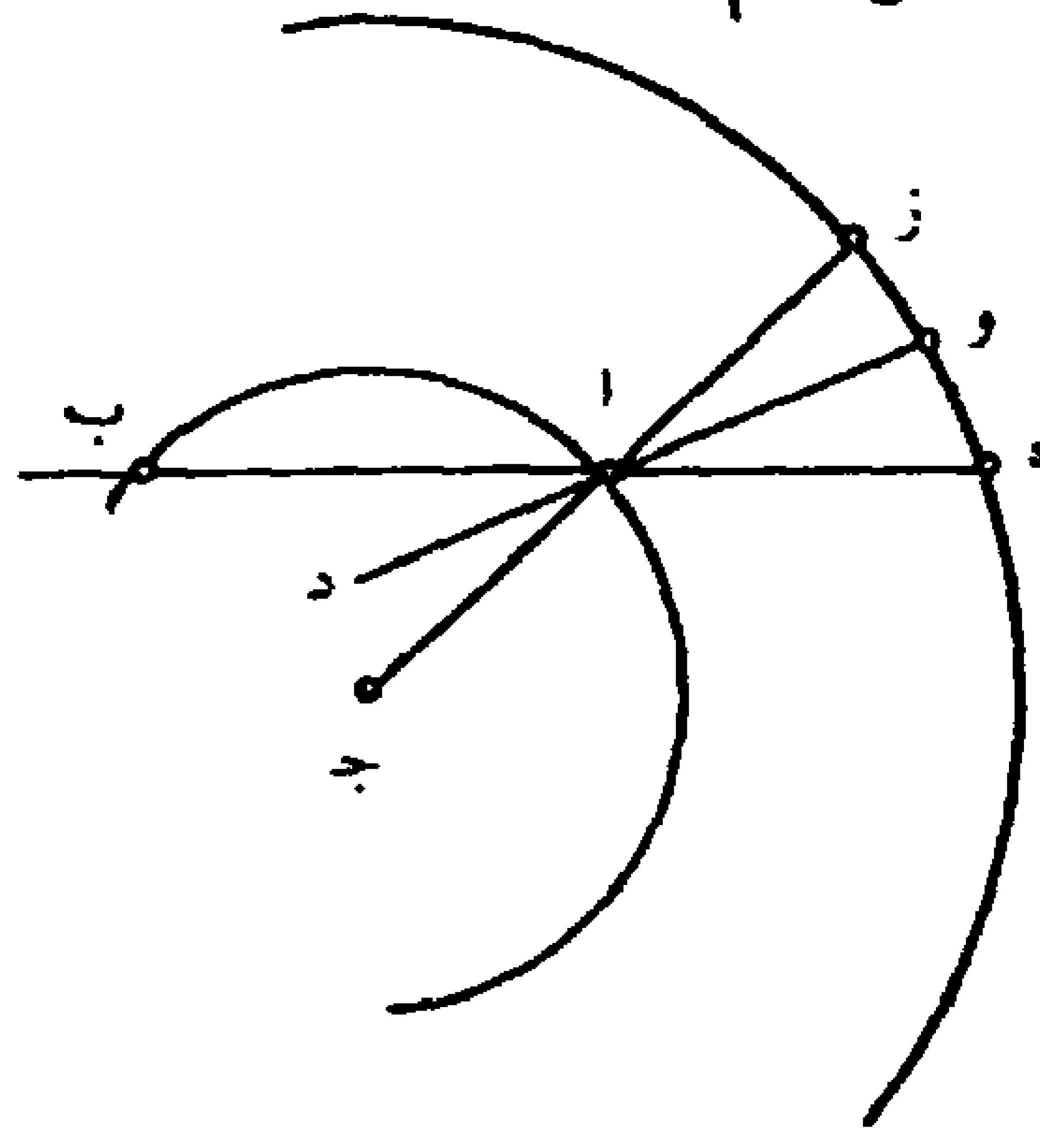
قال : ليكن كرة العناصر ا ب ومركزها نقطة جـ وسطح الفلك ز ه، ونخرج سطح ا ب جـ وليكن الفصل المشترك بينه وبين سطح كرة ا ب دائرة ا ب. ونخرج خطي جـ ا ز ب ا ه. وليكن نقطة ثابتة في وجه كوكب يخرج ضوءُها على خط ا ب وهي نقطة و. فنقطة و في جانب خط ا جـ الذي فيه نقطة ه لما بيّنه

سبق أن أشرنا إلى أن نسخة «ا» ينقصها كلمات : «نقطة» و«خط»، ومثنى كل منهما. ولن نثبت هذا في ملاحق التحقيق بعد ذلك. – 4-5 نقص [ا] – 7 كتاب : لكتاب [ا. د] – 8-9 من هذا الكتاب : منه [ا] – 10 قال : ناقصة [ا] / كرة : كتبها أولاً «دائرة» قبل أن يثبتها فوقها [د] / ومركزها : على مركز [ا] – 11 كرة : كتبها أولاً «دائرة» قبل أن يثبتها فوقها [د] – 12 ونخرج : مكررة [ا] / جـ ا ز : جـ ا ه [ا] جـ ا ب [د] – 13 نقطة و فنقطة : ناقصة [ا].

بطلميوس في المقالة الخامسة من كتابه في **المناظر**. فإما أن يكون نقطة و بين خطي ا ز ا ه أو على خط ا ه أو في جانب خط ا ه الذي فيه نقطة جـ.

فإن كانت نقطة و بين خطي ا ز ا ه فإنا نصل خط ا و ونخرجه على الاستقامة إلى نقطة د. فلأن خط ا ب – وهو الذي ينعطف عليه ضوء نقطة و في العناصر – أبعدُ من خط ا جـ / – وهو العمود الخارج من نقطة ا في ل - ٤٨ - و العناصر على الفصل المشترك بين العناصر وبين الفلك – من خط ا د وهو الذي يخرج على استقامة خط ا و والذي يخرج عليه ضوء نقطة و في الفلك، فما يخرج فيه خط ا ب من العناصر أصفى مما يخرج فيه خط ا و من الفلك لما بيّنه بطلميوس في المقالة المذكورة، فالفلك ليس هو في غاية الصفاء.

الشكل رقم (١)

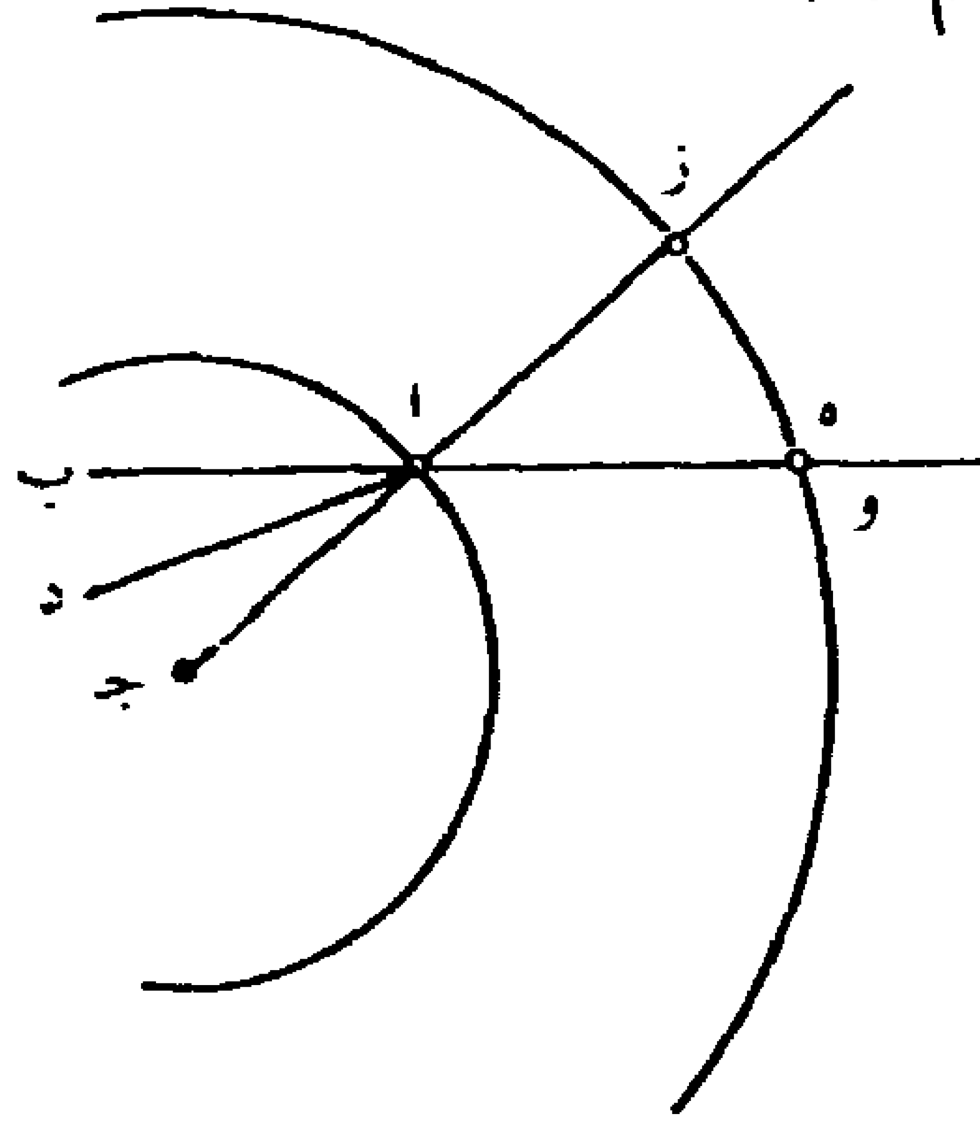


وإن كانت نقطة و على خط ا ه فإنا نخرج خط ا د بين خطي ا ب ا جـ. فلأن خط ا د أقرب إلى خط ا جـ – وهو العمود الخارج من نقطة ا في العناصر على الفصل المشترك بينها وبين الفلك – من خط ا ب وهو الذي يخرج عليه ضوء نقطة و في العناصر، فإذا بقيت العناصر بحالها فما يخرج فيه ضوء نقطة

1 كتابه في المناظر: مناظره [ا] – 2 على : ناقصة [ا. د] / خط : خطى [د] / أو: ا و [ا. د] – 3 فإنا نصل : فنصل [ا] – 4 ضوء : ناقصة [ا. د] / نقطة : ناقصة [ا] – 6 وبين : وهو [د] وهذا [ا] – 10 فإنا نخرج : فنخرج [ا] / ا د : ا ب [ا. د] – 11 ا د : مكررة [ل] – 12 بينها : بينهما [د].

وَ على / خط ا وَ لو انعطف على خط ا دَ أصفى مما يخرج فيه ضوء نقطة وَ على خط ا وَ وإذا خرج على خط ا بَ لما بيّنه بطلميوس في المقالة المذكورة. لكن ما يخرج فيه ضوء نقطة وَ على خط ا وَ وإذا خرج على خط ا بَ هو الفلك. فما يخرج فيه ضوء نقطة وَ على خط ا وَ لو انعطف على خط ا دَ هو أصفى من الفلك. وكل صافٍ هو ما في الوهم أصفى منه، فليس هو في غاية الصفاء، كما أن كل عظيم أو كبير يفوقه في الوهم أعظم أو أكبر منه، فليس هو في غاية العظم والكبر. فالفلك إذاً ليس هو في غاية الصفاء. ل ـ ٤٨ ـ ظ

الشكل رقم (٢)

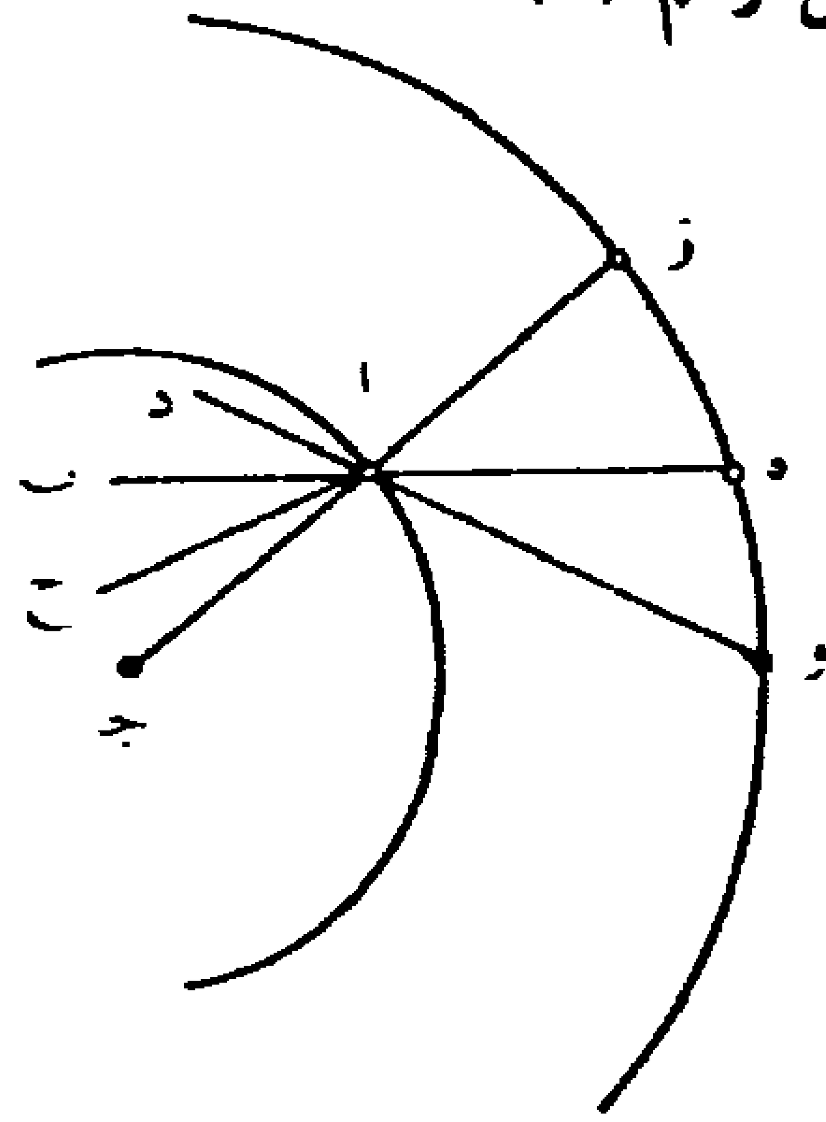


وإن كانت نقطة وَ في جانب خط ا هَ الذي فيه نقطة جَ فإنا نصل خط ا وَ ونخرجه على الاستقامة إلى نقطة دَ ونخرج خط ا حَ بين خطي ا جَ ا بَ. فلأن خط ا حَ أقرب إلى خط ا جَ – وهو العمود الخارج من نقطة اَ في العناصر على الفصل / المشترك بينها وبين الفلك – من خط ا بَ وهو الذي ينعطف عليه ضوء نقطة وَ في العناصر، فإذا بقيت العناصر على حالها فما يخرج ل ـ ٤٩ ـ و

4 فيه : ناقصة [ا، د] / ا وَ: ناقصة [ا، د] / خط (الثانية) : ذكرها ناسخ [ا] على غير عادته – 5 ما في : توهم في [ا]، كتب ناسخ [ا] كلمة في الهامش يبدو أنها متعلقة بهذه الأخيرة. ولعلها «له هو» – 6 يفوقه : يفوق [ا، د] – 8 فإنا نصل : فنصل [ا] – 12 وَ: جَ [ا، د].

فيه ضوء نقطة وَ على خط اوَ لو انعطف على خط احَ أصفى مما يخرج فيه ضوء نقطة وَ على خط اوَ إذا انعطف على خط ابَ لما بيّنه بطلميوس في المقالة المذكورة. لكن ما يخرج فيه ضوء نقطة وَ على خط اوَ إذا انعطف على خط ابَ هو الفلك، فما يخرج فيه ضوء نقطة وَ على خط اوَ لو انعطف على خط احَ هو أصفى من الفلك، فالفلك إذاً ليس هو في غاية الصفاء. فالفلك على الوجوه كلها ليس هو في غاية الصفاء. / ل ـ ٤٩ ـ ظ

الشكل رقم (٣)



آخر ما وجدت من هذه المقالة وكتبته من خط القاضي ابن المرخم ببغداد، وذكر في آخره أنه كتبه وقابله من خط أبي علي بن الهيثم رحمه الله، والحمد لله رب العالمين وصلواته على سيدنا نبيّه محمد وآله أجمعين.

---

1 ضوء (الأولى) : صورة [د] / مما : فيما [د] – 2 على (الثانية) : ممحوة [ا] – 3 لكن : إلى [ا. د] – 4 فما يخرج : ممحوة [ا] – 5 أصفى : أصغر [د. ل] – 6 هو: ناقصة [ل] / الصفاء : يتبعها في [ا] «تمت الرسالة» ـ 8 بن : ابن [د] ـ 7 ـ 10 ناقص [ا]، ونجد في [ل] «فالحمد لله وصلواته (وصلو في المخطوطة) على سيدنا محمد، بلغت المقابلة (العاه في المخطوطة) وصح، فالحمد لله رب العالمين وصلواته (صلواة في المخطوطة) على سيدنا محمد النبي وآله الطاهرين».

النص الثالث

في خواص القطوع الثلاثة

بسم الله الرحمن الرحيم ١٣٩ - ظ

في خواص القطوع الثلاثة

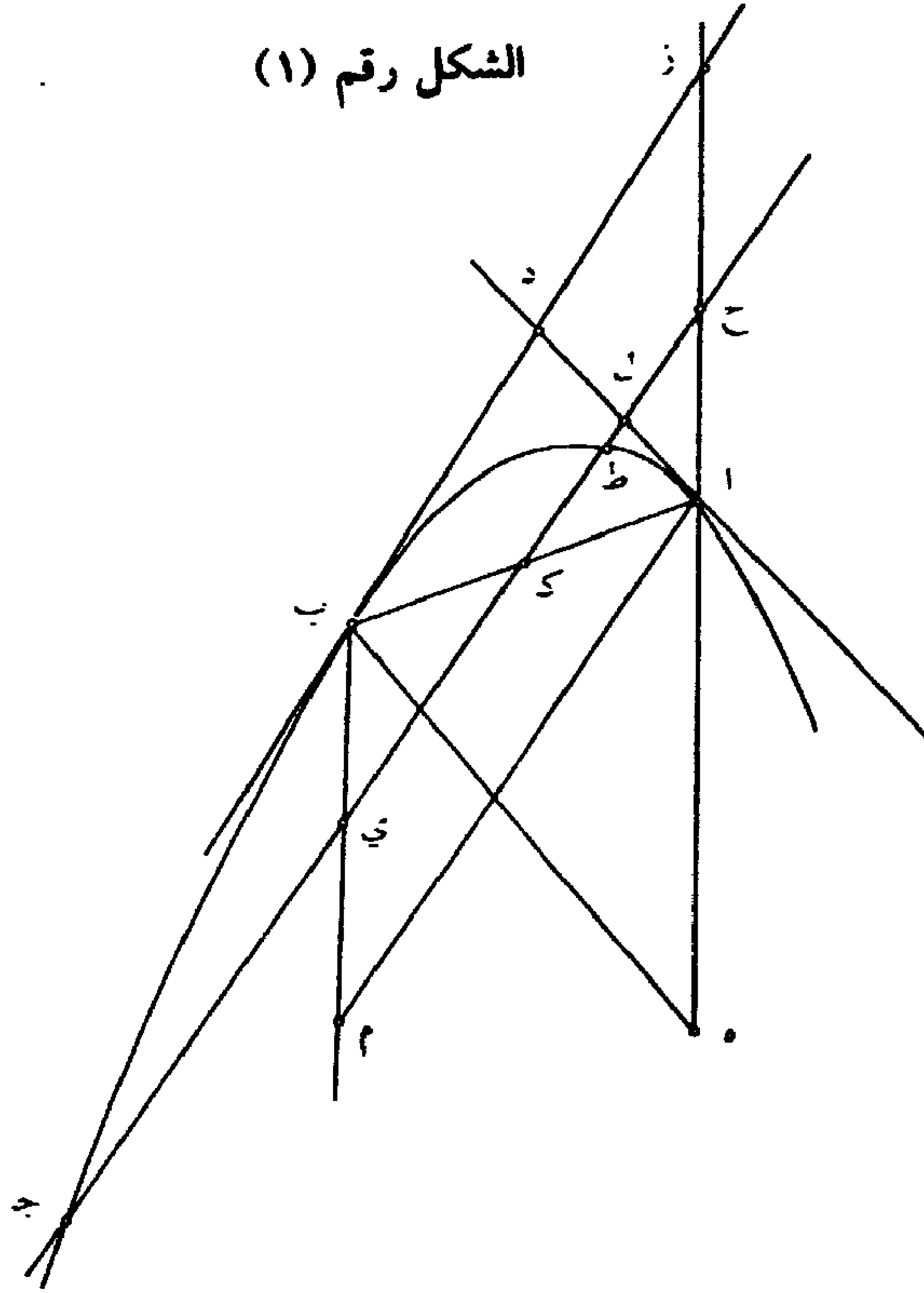
استخراج العلاء بن سهل
أطال الله بقاءه

آ

إذا كان قطع ا ب جـ مكافئاً وخطا ا د ب د يماسانه فإني أقول : إنه إن أُخرج قطره ا ز وخط د ز على استقامة خط د ب حتى يلتقيا على نقطة ز كان خطُّ ز د مساوياً لخط د ب.

برهانه : أنا نخرج خطَّ ب ه موازياً لخط د ا، فلأنه على ترتيب وخط ز ب مماس القطع، فخط ه ا مساوٍ لخط ا ز. لكن خط ا د موازٍ لخط ه ب. فخط ب د مساوٍ لخط د ز.

الشكل رقم (١)



ب

وأقول : إنه إن وُصل خط ا ب وأخرج قطر ب ي وخط ح ل ط ك ي موازياً لخط د ب، كان مربع ط ي مساوياً لسطح ح ي في ي ك.

برهانه : أنا نخرج خط ا م موازياً لخط ز ب، فيكون على ترتيب وليلق قطر ب ي على نقطة م، فنسبة مربع ا م إلى سطح ح ي في ي ك مؤلفةٌ من نسبة خط ا م إلى خط ح ي ومن نسبة خط ا م – أعني خط ح ي – إلى خط ك ي، التي هي كنسبة خط ا م إلى خط ك ي، أعني كنسبة خط م ب إلى خط ب ي. فإذاً نسبة مربع ا م إلى سطح ح ي في ي ك كنسبة

م ب إلى خط ب ي، وهي كنسبة مربع ا م إلى مربع ط ي، فنسبة مربع ا م إلى سطح ح ي في ي ك كنسبته إلى مربع ط ي، فمربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك.

ج

وأقول : إنه إن أُخرج خط ح ي ليلقى القطع على نقطة ج، كان سطح ج ل في ل ط مساوياً لمربع ل ك.

برهانه : أن خط ط ج قُسم بنصفين على نقطة ي، وزيد عليه خط ل ط، فسطح ج ل في ل ط مع مربع ط ي مساوٍ لمربع ل ي، كما أن خط ح ك قُسم بنصفين على نقطة ل، وذلك أنه موازٍ لخط ب ز المقسوم بنصفين على نقطة د كما تبيّن في الفصل الأول، وزيد عليه خط ك ي، فسطح ح ي في ي ك مع مربع ل ك مساوٍ لمربع ل ي؛ فإذاً سطح ج ل في ل ط مع مربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك مع مربع ك ل. لكن مربع ط ي مساوٍ لسطح ح ي في ي ك كما تبيّن في الفصل الثاني. فسطح ج ل في ل ط مساوٍ لمربع ل ك.

د

وأقول : إن نسبة سطح ج ل في ل ط إلى مربع ا ل كنسبة مربع ب د إلى مربع ا د.

1-2 فنسبة مربع ... مربع ط ي: مكررة – 12 ح ي في ي ك: ج ي في ي ل.

برهانه : أن سطح جـ ل في ل ط مساوٍ لمربع ل ك كما تبيّن في الفصل الثالث، لكن نسبة مربع ك ل إلى مربع ا ل كنسبة مربع ب د إلى مربع ا د. فنسبة سطح جـ ل في ل ط إلى مربع ا ل كنسبة مربع ب د إلى مربع ا د.

آ

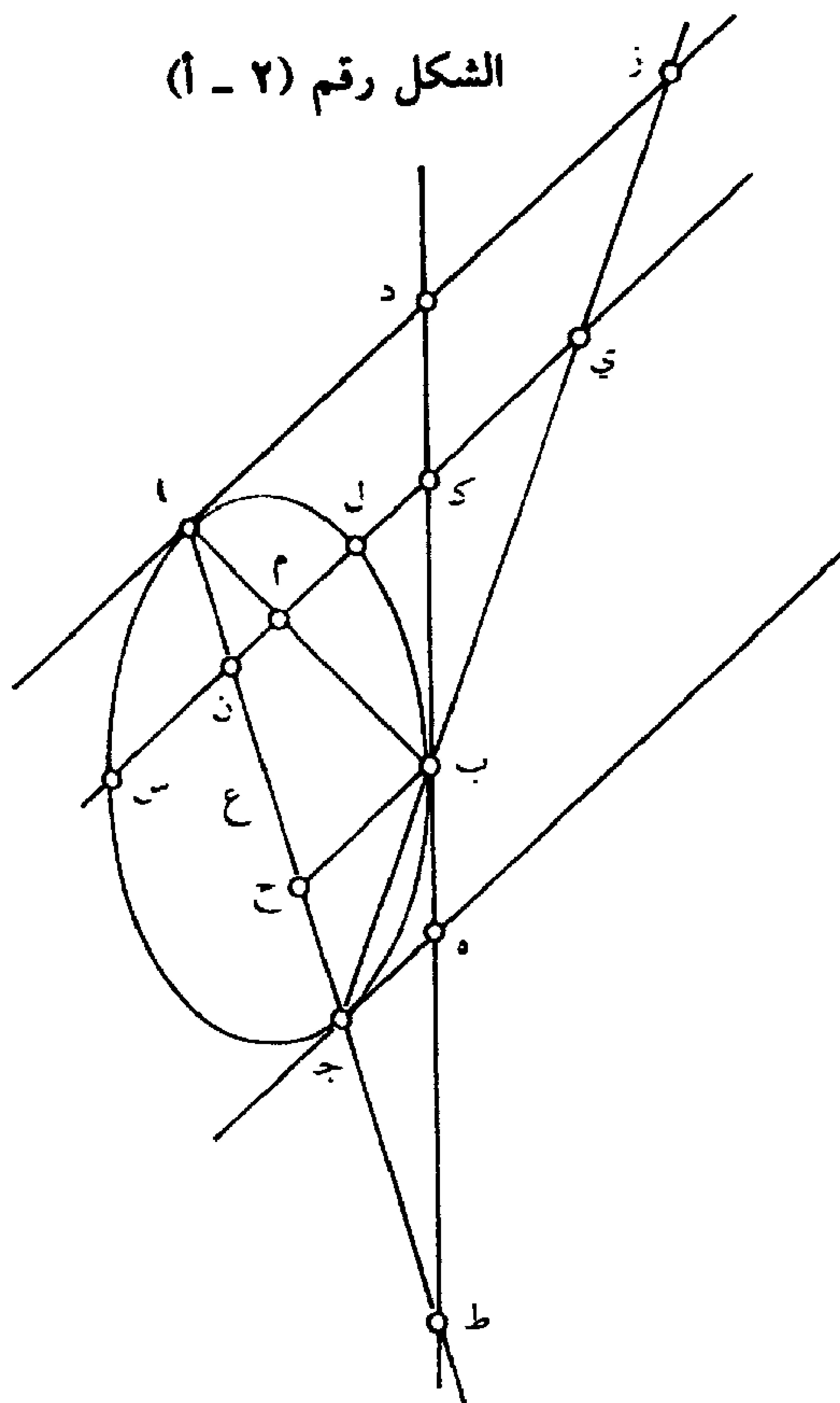
وإذا كان قطع ا ب ناقصاً أو دائرة أو زائداً مفرداً أو متقابل الوضع، وخطا ا د ب د يماسانه، فإني أقول : إنه إن أخرج قطر ا جـ ووصل خط جـ ب ولقي خطُّ جـ ب خطَّ ا د على نقطة ز، كان خط ا د مساوياً / لخط ز د. ١٤٠ - و

برهانه : أنه ليلق خطُّ د ب خطَّ ا جـ على نقطة ط، ولنخرج خط جـ ه موازياً لخط ا د، وليلق خط ب د على نقطة ه، ولنخرج خط ب ح موازياً لخط ا د حتى يكون على ترتيب، وليلق قطر ا جـ على نقطة ح. فلأن نسبة خط ا ط إلى خط ط جـ كنسبة خط ا ح إلى خط ح جـ، لكن نسبة خط ا ط إلى خط ط جـ كنسبة خط ا د إلى خط جـ ه، ونسبة خط ا ح إلى خط ح جـ كنسبة خط ز ب إلى خط ب جـ أعني كنسبة خط ز د إلى خط ه جـ، فنسبة خط ا د إلى خط ه جـ كنسبة خط د ز إليه، فخطا ا د د ز متساويان.

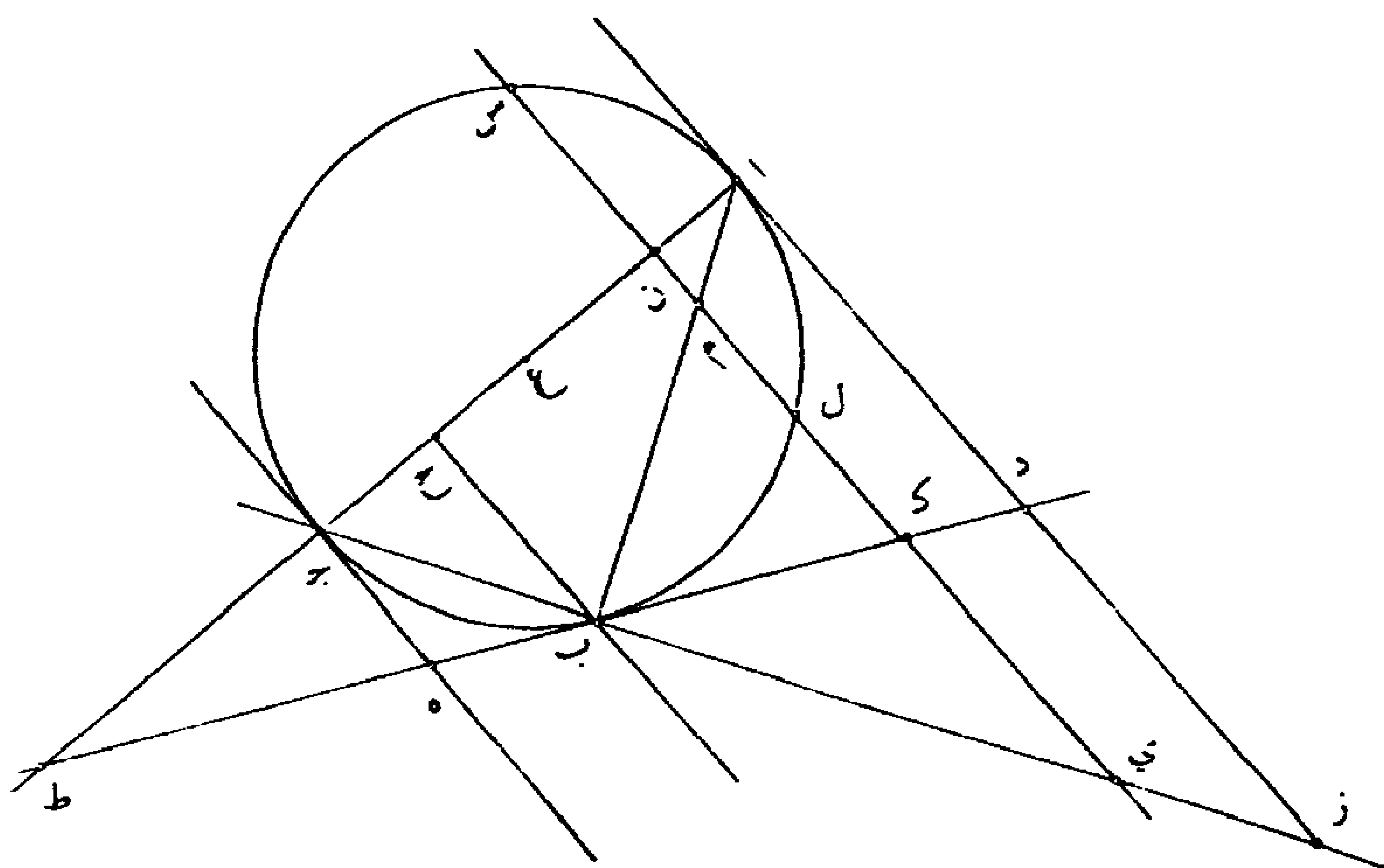
---

5 أو دائرة : فوق السطر / مفرداً أو متقابل الوضع : فوق السطر ـ 12 خط (الأولى) : أثبتها في الهامش مع بيان موضعها.

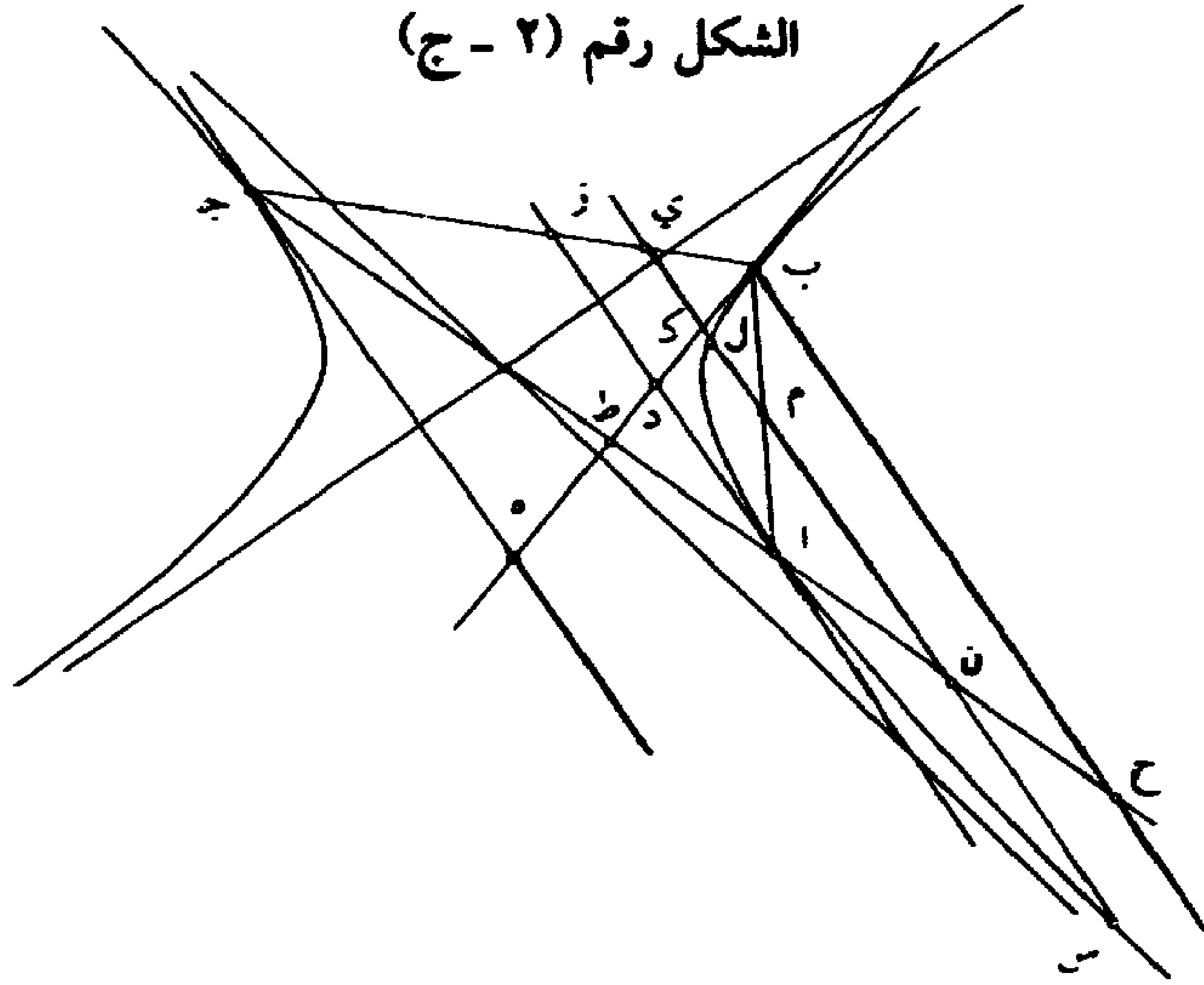
الشكل رقم (٢ ـ أ)



الشكل رقم (٢ ـ ب)



الشكل رقم (٢ ـ ج)



ب

وأقول : إنه إن وصل خط ا ب وأخرج خط ي ك ل م ن س موازياً لخط ا د، كان سطح ي ن في ن م مساوياً لمربع ل ن.

برهان ذلك : أن نسبة سطح ي ن في ن م إلى سطح ا ن في ن ج مؤلفةٌ من نسبة خط ي ن إلى خط ن ج ومن نسبة خط ن م إلى خط ن ا. فأما نسبة خط ي ن إلى ⟨خط⟩ ن ج فكنسبة خط ب ح إلى خط ج ح. وأما نسبة خط م ن إلى خط ن ا فكنسبة خط ب ح إلى خط ح ا؛ فإذاً نسبة سطح ي ن في ن م إلى سطح ج ن في ن ا مؤلفة من نسبة خط ب ح إلى خط ج ح ومن نسبته إلى خط ح ا، التي هي كنسبة مربع ب ح إلى سطح ج ح في ح ا ⟨وهي⟩ كنسبة مربع ل ن إلى سطح ج ن في ن ا. فنسبة

2 ي ك ل م ن س : ي ك ل م ن – 10 ح ا : ي ك.

سطح ي ن في ن م إلى سطح جـ ن في ن ا كنسبة مربع ل ن إلى سطح جـ ن في ن ا. فسطح ي ن في ن م مساوٍ لمربع ل ن.

جـ

وأقول : إنه إن أخرج خط ي ن ليلقى القطع على نقطة س كان سطح س ك في ك ل مساوياً لمربع ك م.

برهانه : أن خط س ل قُسم بنصفين على نقطة ن، وزيد عليه خط ك ل، فسطح س ك في ك ل مع مربع ل ن مساوٍ لمربع ك ن. كما أن خط ي م قُسم بنصفين على نقطة ك لموازاته لخط ا ز ولانقسام خط ا ز بنصفين على نقطة د كما تبيّن في الفصل الأول. وزيد عليه خط م ن. فسطح ي ن في ن م مع مربع م ك مساوٍ لمربع ن ك. فسطح س ك في ك ل مع مربع ل ن مساوٍ لسطح ي ن في ن م مع مربع م ك. لكن مربع ن ل مساوٍ لسطح ي ن في ن م كما تبيّن في الفصل الثاني؛ فسطح س ك في ك ل مساوٍ لمربع ك م.

د

وأقول : إن نسبة سطح س ل في ك ل إلى مربع ك ب كنسبة مربع ا د إلى مربع ب د.

7 س ك : س ل.

برهانه : أن سطح س ك في ك ل مساوٍ لمربع ك م كما تبيّن في الفصل الثالث، لكن نسبة مربع ك م إلى مربع ك ب كنسبة مربع ا د إلى مربع ب د. فنسبة سطح س ك في ك ل إلى مربع ك ب كنسبة مربع ا د إلى مربع د ب. / ١٤٠ - ظ

4 جمع الناسخ كلّ الأشكال الهندسية في صفحة ١٤٠–ظ. وكتب في آخرها «عورض بالأصل».

النص الرابع

‹شرح كتاب صنعة الأصطرلاب لأبي سهل القوهي›

بسم الله الرحمن الرحيم ٢٨٢

رب يسرّ وأعن

وجدت في صدر كتاب **الأصطُرْلاب** المنسوب لأبي سهل ويجن بن رُستُم القوهي كلاماً غلِقاً يحتاج إلى تفسير، ويتضمن معاني أهمل أبو سهل ذكرِها، وسلك فيها طريق العلماء الذين عزمتهم إفهام أكفائهم [في]، فيشتبه لذلك كلامهم على من دونهم، وينغلق على أفهام من لم يبلغ شأوهم؛ فسألت الشيخ أبا سعد العلاء بن سهل إيضاح ذلك بشرحٍ يسبق معناه إلى قلب القارئ له ويفتح به المنغلق من كلامه، فأملى في تفسير فصول منه ما قرنته بآخر هذا الكتاب ليتكامل معناه وترك الاشتباه فيه، ويشترك في المعرفة العالم الماهر والمتعلم والمبتدئ، وبالله التوفيق، وهو حسبنا.

قال أبو سهل: والكرة تتسطح على سطوح مختلفة الأجناس من مواضعَ مختلفة، لكن لا يتحرك أحد السطحين منها على الآخر بحركة الكرة، إلا أن

6 الأصطرلاب: يكتبها بالصاد أو بالسين، وكلاهما مستعمل / ويجن: ونحى – 7 أهمل: أجمل، ويمكن تركها كما هي. والمقصود أن أبا سهل قد ساق الكلام موجزاً عند ذكره لهذه المعاني فغمضت. والأفضل «أهمل» لأنها تتفق مع السياق، فلقد ترك أبو سهل الكثير من هذه المعاني ولم يذكرها، وسيأتي بها ابن سهل – 9 وينغلق على أفهام: كتبت هكذا «ويتقلق سعلى الافهام» والكلمة الثانية مهملة، ولذا يمكننا أيضاً قراءتها على هذه الصورة «ويتعلق بسفلى الأفهام» وهو يتمشى أيضاً مع سياق الكلام إلا أنه لا يتمشى مع عبارات أبي سهل في هذه المقالة.

يكون على السطوح المخروطية والأسطوانية أو ما أشبهها من ذوات المحور التي محورها محور الكرة، أو المستوية التي يكون محور الكرة عمودًا عليها.

التفسير: كل سطحين متطابقين من سطوح الأسطرلاب، فإما أن يكونا من السطوح الحادثة من إدارة خط حول المحور، أو لا يكونا منها.

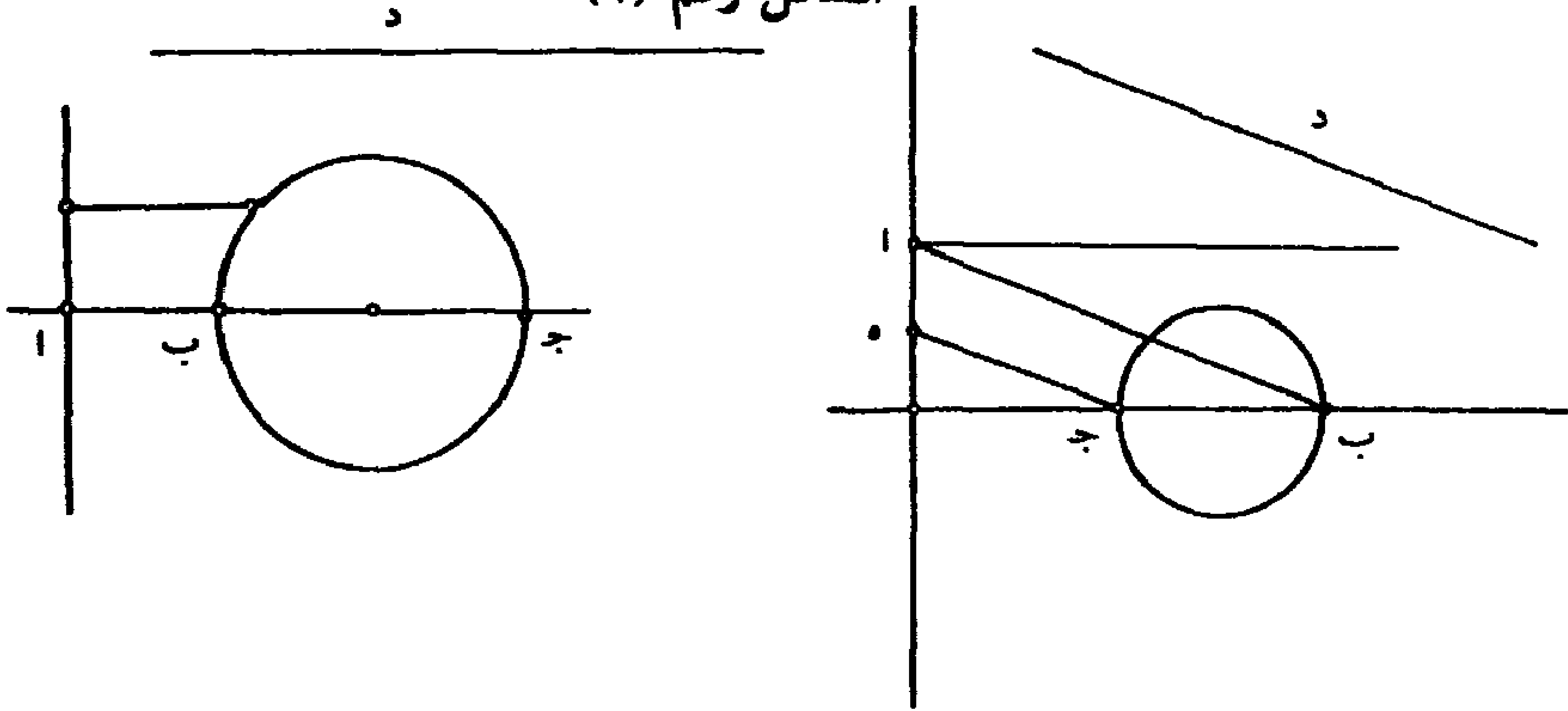
فإن كان السطحان المتطابقان من السطوح الحادثة من إدارة خط حول محور – والمعروف من هذه السطوح: السطح المستوي، والسطح الكري، وجوانب الأسطوانة والمخروط القائمين، وسطوح تقويرات المجسمات المكافئة والزائدة والناقصة القائمة – فليكن السطح المتحرك منها آ ومحور الكرة التي يراد تسطيحها / على سطح آ هو ب ج، فإما أن يكون محور ب ج مسامتًا لمحور ٢٨٣ سطح آ أو لا يكون مسامتًا له.

⟨آ⟩ فإن كان محور ⟨ب ج⟩ مسامتًا لمحور سطح آ، فإما أن يكون التسطيح على موازاة أو مسامتةِ خط مستقيم أو يكون على مقابلة نقطة. فإن كان التسطيح على موازاة أو مسامتة خط مستقيم، فإما أن يكون على موازاة أو مسامتة محور ب ج أو لا يكون على موازاته أو مسامتته. فإن ⟨كان⟩ التسطيح على موازاة أو مسامتة محور ب ج، أمكن أن يدور سطح آ على السطح الآخر. فليلق محور ب ج سطح آ على نقطة آ. فلأن التسطيح على موازاة أو مسامتة محور ب ج فنقطة آ ساكنة، فيمكن أن يدور سطح آ حول نقطة آ على السطح الآخر؛ لأنه إن دار حولها فإنما يدور حول محور ب ج؛ فلزم جملة سطح آ في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، وفي هذا المكان يطابق سطح آ السطح الآخر، فإذًا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك يمكن أن يدور عليه.

---

2 عموداً: عمود ـ 3 يكونا: يكون ـ 4 من (الثانية): مكررة ـ 5 حول: مكررة ـ 8 يراد: يزاد ـ 9 تسطيحها: مكررة/ هو: وهو ـ 11 فإما: مكررة ـ 12 أو (الأولى): في هذا الاستعمال تعبر عن مطلق الجمع كالواو ـ 15 السطح: سطح ـ 18 السطح: سطح ـ 19 يطابق: تطابق/ آ: الالف ـ 20 يطابقه: تطابقه.

الشكل رقم (١)



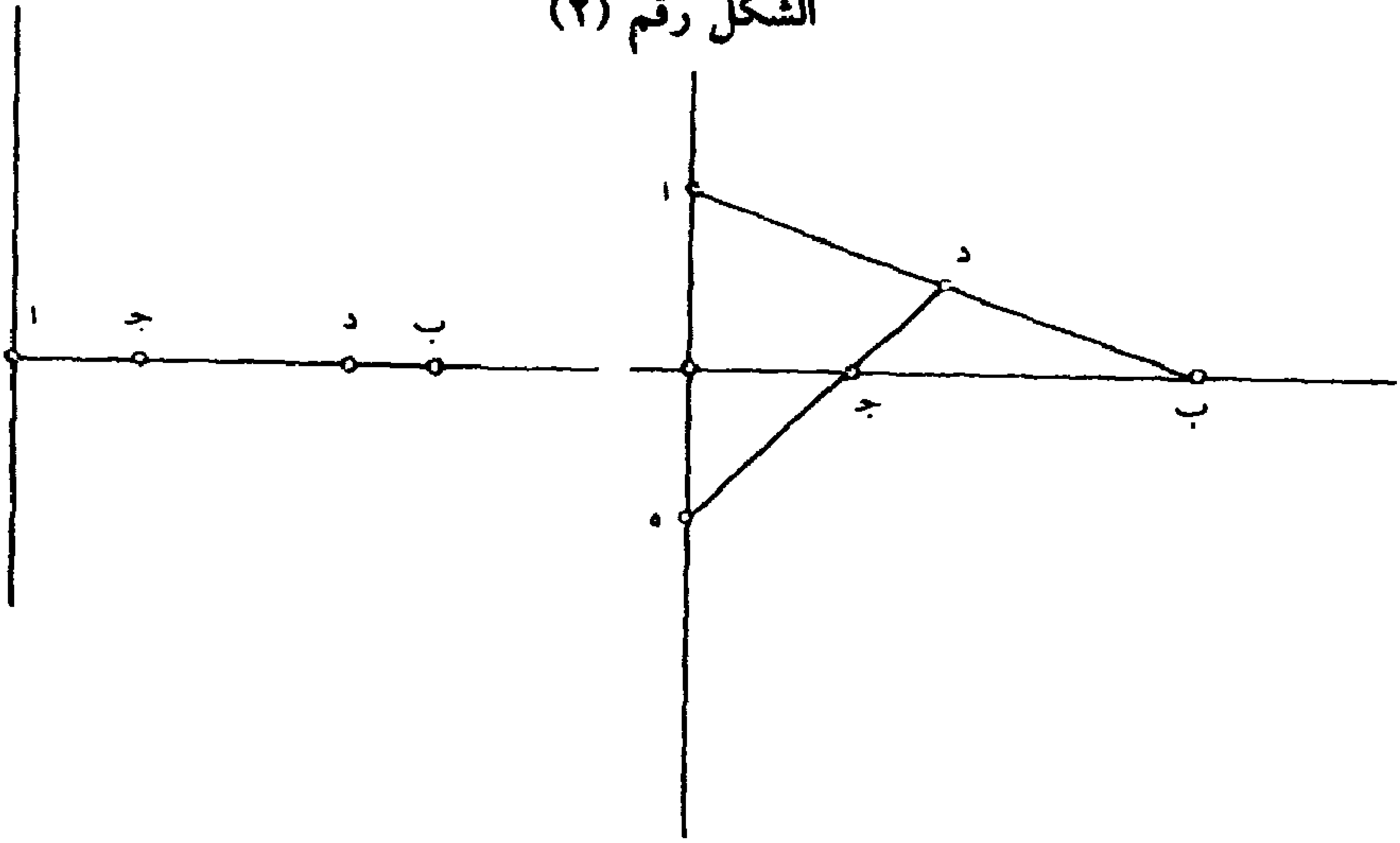
وإذا لم يكن التسطيح على موازاة أو مسامتة محور ب ج ، لم يمكن أن يدور سطح آ على السطح الآخر. فليكن التسطيح على موازاة أو مسامتة خط د ، ونخرج خطي ا ب جـ ه موازيين لخط د ، ويلقيا سطح آ على نقطتي آ ه ، فنقطة آ تسطيح قطب ب ، ونقطة ه تسطيح قطب ج . وقطبا ب ج ساكنان، فنقطتا ا ه ساكنتان، وهما على سطح ا ، فلا يمكن أن يدور سطح ⟨آ⟩ على السطح الآخر.

وإن كان تسطيحٌ على مقابلة نقطة، فلتكن تلك النقطة د. فإما أن تكون نقطة د على محور ب ج أو لا تكون عليه. فإن كانت نقطة د على محور ب ج ، أمكن أن يدور سطح آ على السطح الآخر. فليلق محور ب ج سطح آ على نقطة آ. / فلأن نقطة د على محور ب ج ، فنقطة آ تسطيح أحد قطبي ب ٢٨٤
ج إن وافقت نقطة د القطب الآخر، وهي تسطيحهما جميعًا إن لم توافق نقطة د واحداً منهما. وقطبا ب ج ساكنان فنقطة آ ساكنة، فيمكن أن يدور ⟨سطح آ⟩ على السطح الآخر كما بيّنا في القسم الأول.

---

3 ـ ونخرج: ويخرج/ لخط: مكررة/ ويلقيا: ويلتقيا ـ 4 ونقطة: وقطب ـ 5 ساكنتان: ساكنان ـ 6 السطح: سطح ـ 7 فلتكن: فليكن/ تكون: يكون ـ 12 واحداً: واحد.

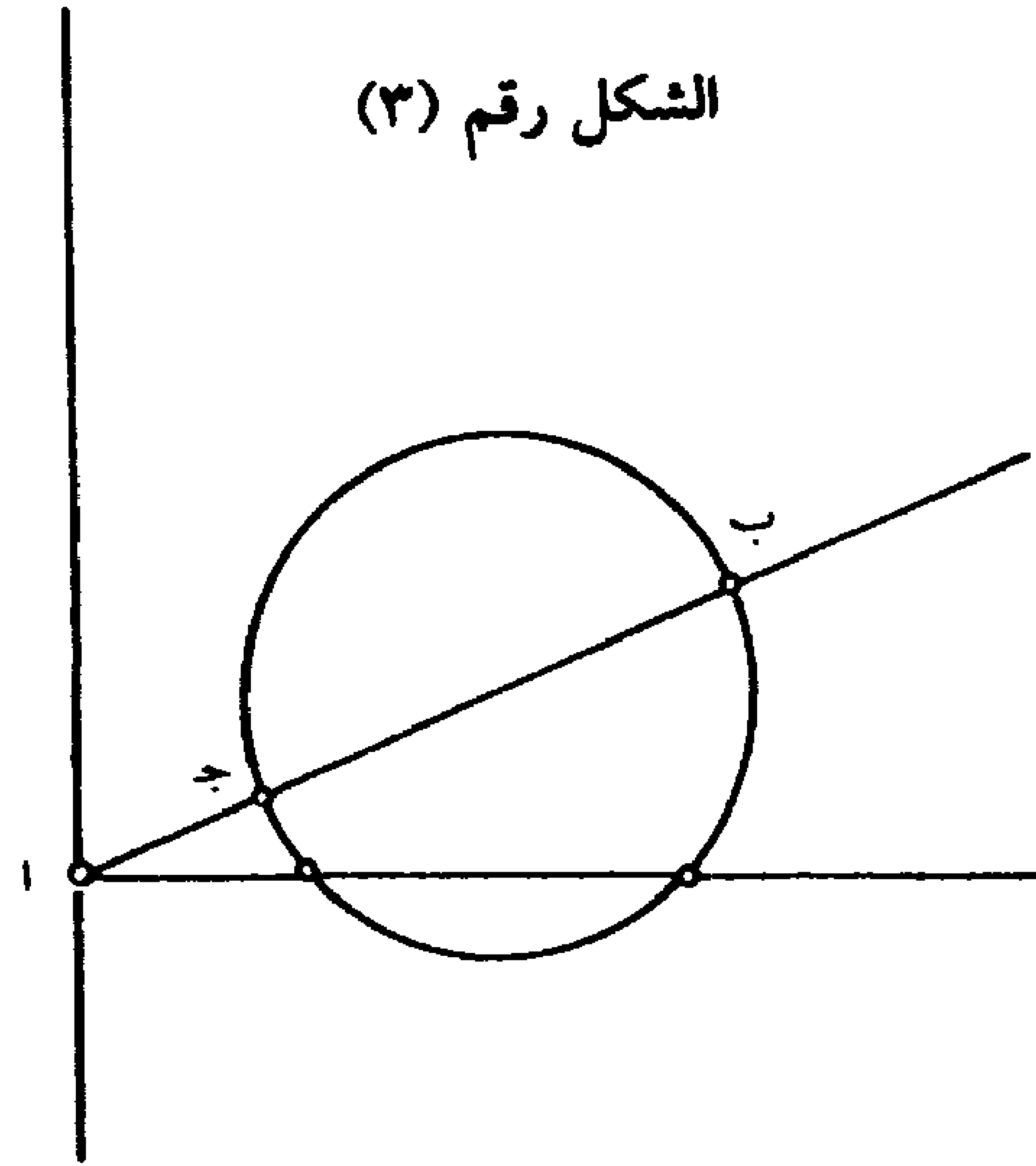
الشكل رقم (٢)



وإن لم يكن نقطة د على محور ب ج ، لم يمكن أن يدور سطح آ على السطح الآخر. وذلك أنا نخرج خطي ب د ج د ، وليلقيا سطح آ على نقطتي آ ه ، فنقطة آ تسطيح قطب ب ، ونقطة ه تسطيح قطب ج . وقطبا ب ج ساكنان، فنقطتا آ ه ساكنتان، وهما على سطح آ ، فلا يمكن أن يدور سطح آ على السطح الآخر.

〈ب〉 وإن لم يكن محور ب ج مسامتًا لمحور سطح آ ، لم يمكن أن يدور سطح آ ، على السطح الآخر. وذلك أنه إن دار عليه ، فإنما يدور بدوران الكرة المتسطحة عليه، وهذه الكرة تدور حول محور ب ج ، فسطح آ يدور حول محور ب ج ، وليس محور ب ج يسامت لمحور سطح آ . فلا تلزم جملته سطح آ في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، وفي هذا المكان يطابق سطح آ السطح الآخر. فإذاً لا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك لا يمكن أن يدور عليه.

2 نقطتي: قطبي - 6 مسامتا لمحور: الأفصح «مسامتا محور» لأن الفعل يتعدى بنفسه؛ ولن نشير إلى مثلها فيما بعد - 9 سطح: تسطيح/ جملته: حمله/ سطح (الأولى): لسطح - 11 فلذلك: ولذلك.



الشكل رقم (٣)

وإن لم يكن السطحان المتطابقان من السطوح الحادثة من إدارة خط حول محور، لم يمكن أن يدور أحدهما على الآخر. وذلك أنه إن دار عليه، انتقل جزء من الجسم المتحرك إلى مكان جزء من الجسم الساكن، فوجدا معاً وهذا محال؛ فإذاً لا يمكن ⟨أن يدور⟩ أحدهما على الآخر.

عبر أبو سعد هذا الفصل إلى هذه الحكاية: وذلك أنه إن دار لم يلزم جملته في جميع أوقات دورانه مكانه الأول، لأنه لم يحدث من إدارة خط حول خط مستقيم؛ وفي مكانه الأول يطابق السطح الآخر. فإذاً لا يطابقه في جميع أوقات دورانه، فلذلك لا يمكن أن يدور أحدهما على الآخر.

قال أبو سهل: أما السطوح المخروطية أو الأسطوانية، فإن تسطيح الدوائر التي على الكرة تكون / فصولاً مشتركة للمخروط وللأسطوانة أو للمخروطين أو ٢٨٥
للأسطوانتين.

3 الجسم (الأولى والثانية): الجسم – 7 يطابق: تطابق – 11 للأسطوانتين: للاسطوانين.

تفسير: يعني بالفصول المشتركة للمخروط وللأسطوانة أو للمخروطين أو للأسطوانتين الفصولَ المشتركة لسطح الأسطرلاب وللسطوح المارّة بدوائر الكرة. ومرورهم بها على وجهين: أحدهما أن يكون على موازاة أو مسامتة خط مستقيم وقد سمّاه الأسطواني، ويصح ما حكم به عند ذلك على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه الدوائر هذا الخط ولا تمرّ به؛ والآخر أن يكون على مقابلة نقطة وقد سمّاه المخروطي، ويصح ما حكم به عند ذلك على شرط وهو ألا تمرّ سطوح هذه الدوائر بهذه النقطة. وهذا بيّن، وإنما ⟨ترك⟩ ذكره للتساهل. فإذا كان سطح الأسطرلاب جوانب مخروط أو جوانب أسطوانة، والسطوحُ التي يكون بها التسطيح جوانب أساطين أو جوانب مخروطات، كان تسطيح دوائر الكرة على الأسطرلاب فصولاً مشتركة للمخروط والأسطوانة أو للمخروطين أو الأسطوانتين.

قال أبو سهل: والأسطواني هو الذي يكون من الدوائر التي على الكرة بأساطين متوازية المحاور على السطح الذي تتسطح الكرة عليه.

تفسيره: إنما يصح ما حكم به على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه الدوائر الخط الذي يكون التسطيح على موازاته أو مسامتته ولا تمرّ به؛ فإنها إن وازته أو مرّت به، كان تسطيح هذه الدوائر بسطوح مستوية؛ وإنما ترك ذكر ذلك للتساهل.

قال أبو سهل: الخطوط والنقط التي على الكرة ⟨فإن تسطيحها يكون⟩ بسطوح وخطوط موازية لتلك المحاور على ذلك السطح.

تفسيره: إنما يصح ما حكم به في الخطوط على شرط وهو ألا يوازي أو يسامت ⟨سطوح⟩ هذه الخطوط الخطُّ الذي يكون التسطيح على موازاته أو

---

1 وللأسطوانة: والاسطوانة - 2 وللسطوح: ولسطوح - 3 ومرورهم: ومروره - 7 تمرّ: يمر - 13 تتسطح: يتسطح - 15 تمرّ: يمرّ - 16 وازته: وازيه - 20 ما: انما.

مسامتته؛ فإنها إن وازته أو سامتته كان تسطيحها بخطوط ⟨مستقيمة⟩ ؛ وإنما ترك ذكره للتساهل.

٢٨٦ قال أبو سهل : والمخروطي هو الذي يكون عن / الدوائر التي على الكرة بمخروطات رؤوسها نقطة واحدة وقواعدها على السطح الذي تتسطح الكرة عليه.

تفسيره : إنما يصح ما حكم به على شرط وهو ألا تمرّ سطوح هذه الدوائر بالنقطة التي يكون التسطيح على مقابلتها، وتركه للتساهل.

قال أبو سهل : وإذا كان تسطيح الكرة أسطوانياً موازي المحور لمحور الكرة أو مخروطياً رأسه على المحور على غير قطب الكرة، فإنه ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح.

تفسيره : هذا صحيح لأنه عند ذلك تمرّ كل أسطوانة أو مخروط لا يماسان الكرة أو مخروطين متقابلين بدائرتين في جهتين مختلفتين، ويكون الفصل المشترك لسطح الأسطرلاب ولسطح الأسطوانة أو المخروط – اللذين لا يماسان الكرة – أو المخروطين المتقابلين تسطيحَ الدائرتين جميعاً.

قال أبو سهل : ويكون الدوائر التي على الكرة إلا الدوائر – التي محور الكرة عمود عليها – ليست تقع دوائر في ذلك السطح لكنها قطوع المخروط أو غيرها.

تفسيره : إنما يصح ما حكم به إن كان التسطيح أسطوانياً على شرط وهو ألا توازي سطوح هذه الدوائر الخط الذي يكون التسطيح على موازاته أو مسامتته ولا تمرّ به؛ وإن كان التسطيح مخروطياً على شرط وهو ألا تمرّ سطوح

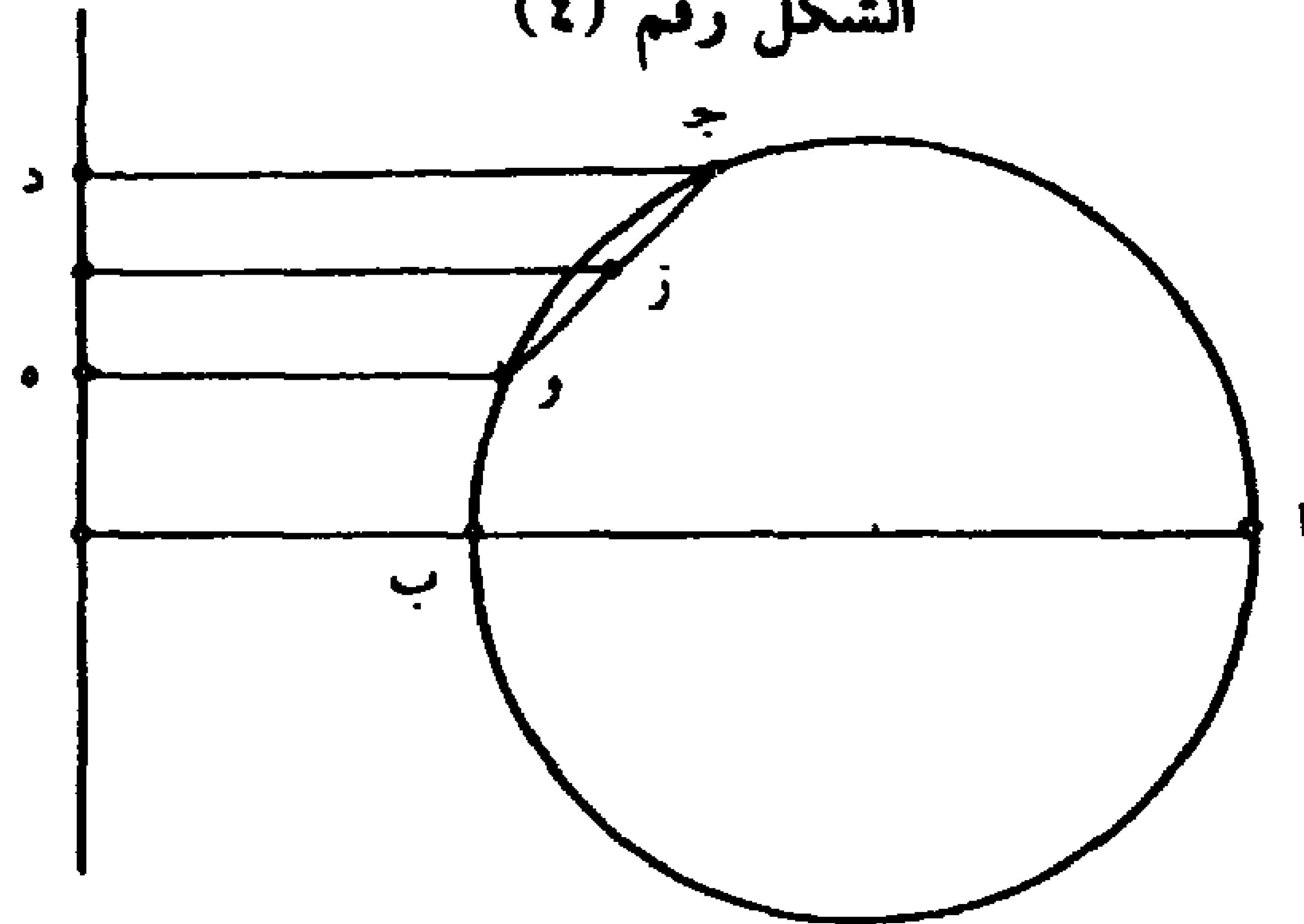
---

1 ـ وازته: قارنت/ تسطيحها: المقصود هنا تسطيح الخطوط، وتركنا العبارة كما هي عليه ـ 4 بمخروطات: مخروطات/ تتسطح: يتسطح ـ 6 ألا: لا ـ 13 الأسطوانة: الأسطرلاب ـ 16 الكرة: الكورة ـ 19 التسطيح: السطح.

هذه الدوائر بالنقطة التي يكون التسطيح على مقابلتها؛ وقد ‹ترك› ذكره للتساهل.

فإن كان سطح الأصطرلاب مستوياً، كان تسطيح هذه الدوائر قطوع مخروط. وذلك أنا إن جعلنا الكرة ا ب جـ ومحورها ا ب وسطح الأسطرلاب د ه وبعض دوائر كرة ا ب جـ التي ليس محور ا ب بعمود على سطوحها، ‹مثل› دائرة جـ و. فإن كان التسطيح على موازاة أو مسامتة محور ا ب - فلتكن الأسطوانة المارّة بدائرة جـ و هي جـ د ه و، والفصل المشترك لها ولسطح د ه قطعَ د ه، ومركز دائرة جـ و نقطة ز؛ ونخرج سطح ا ب ز ولتحدث عنه في سطح دائرة جـ و خط جـ ز و وفي سطح قطع د ه خط د ه، وفي جوانب أسطوانة جـ د ه و خط و ه ‹وخط جـ د› / وليس بعمود على ٢٨٧ سطح جـ ز و - فخط جـ د عمود على سطح د ه وليس بعمود على سطح جـ ز و، فزاوية جـ د ه قائمة، وليست زاوية د جـ و بقائمة، وليست زاوية جـ د ه مثل زاوية د جـ و، وقطع جـ و دائرة، فليس قطع د ه بدائرة، وهو قطع مخروط كما بيّنه ثابت بن قرّة في كتابه في **قطع الأسطوانة**؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٤)



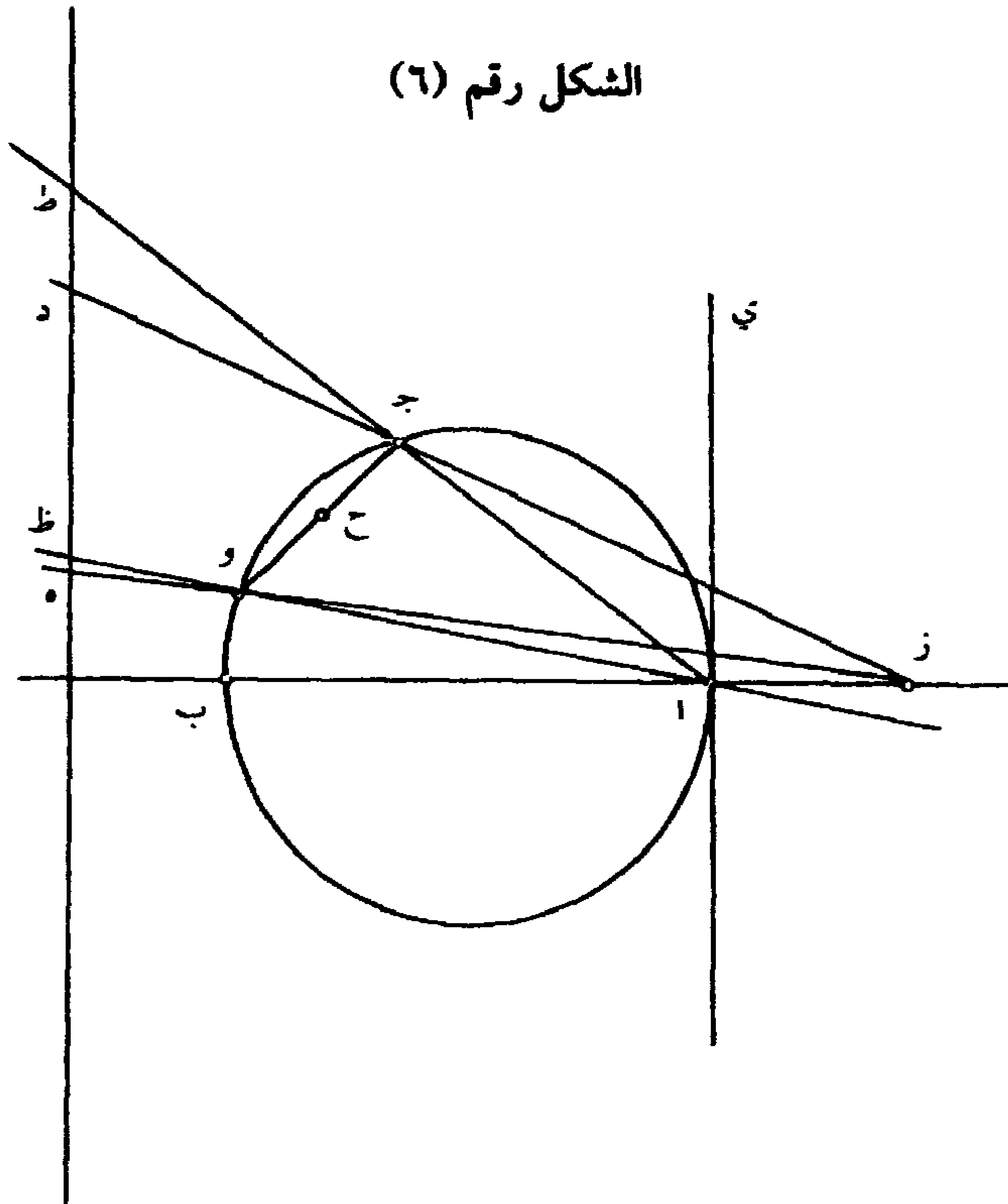
1 - يكون: تكون - 3 سطح: صح - 8 ا ب ز: ا ر - 9 ولتحدث: ولنحدث / جـ ز و: جـ ز د - 10 و ه: د ه/ وليس بعمود على: بعد زيادة خط جـ د حتى يستقيم المعنى كان علينا أن نكتب «وليسا بعمودين على» ولكن آثرنا ترك النص كما هو - 12 وليست (الأولى): ليست.

وإن كان التسطيح على مقابلة نقطة، فليكن المخروط المارّ بدائرة جـ و ه زجـ ورأسه نقطة ز، والفصل المشترك له ولسطح د ه قطع د ه، ومركز دائرة جـ و نقطة ح. ونخرج سطح ا ب ح، وليحدث عنه في سطح دائرة جـ و خط جـ ح و وفي سطح قطع د ه خط د ه وفي جوانب مخروط ز جـ د ه خطا ز جـ د ز و ه. ونصل خط ا جـ ط، وليلق خط د ه على نقطة ط، ونصل خط ا و؛ فزاوية ز و جـ أعظم من زاوية ا و جـ في الصورة الأولى وأصغر منها في الثانية. ونخرج ا ي مماساً لدائرة ا ب جـ، فزاوية ا و جـ مثل زاوية ط ا ي. وخط ا ب عمود على خطي ا ي د ه، فخط ا ي موازٍ لخط د ه، فزاوية ط ا ي مثل زاوية ا ط ه؛ وزاوية ا ط ه أعظم من زاوية ز د ه في الصورة الأولى وأصغر منها في الثانية؛ وقطع جـ و دائرة، فليس قطع د ه – وهو قطع مخروط ـ/ دائرة كما بيّنه أبلونيوس في **المخروطات**؛ وذلك ما أردنا أن ٢٨٨
نبيّن.

الشكل رقم (٥)

2 ه ز جـ: هو ـ 3 وليحدث: ولنحدث ـ 5 وليلق: وليكن.

الشكل رقم (٦)



وإن لم يكن سطح الأسطرلاب مستوياً، لم يكن تسطيح هذه الدوائر قطوع مخروط. والكلام في هذا يطول ولذلك تركناه.

قال أبو سهل : وإذا كان التسطيح على غير السطح المستوي الذي محور الكرة عمود عليه، فإنه يمكن ألا تتسطح كل رسوم الكرة أو شيء منها.

تفسيره : هذا صحيح، وذلك أنه إذا كان التسطيح على غير السطح المستوي الذي محور الكرة عمود عليه، فإنه يمكن أن يكون التسطيح على مقابلة أحد قطبي الكرة، فلا يتسطح ذلك القطب؛ ويمكن أن يكون التسطيح على موازاة أو مسامتة محور الكرة، ويكونَ سطح الأسطرلاب جوانب أسطوانة يسامت محورها محور الكرة فلا يتسطح شيء من رسوم الكرة.

3 السطح: كتبها التسطيح ثم صححها عليها ـ 7 يتسطح: تسطح ـ 9 يسامت: تسامت.

قال أبو سهل : فإذا كان مخروطياً رأسه على قطب الكرة وتسطيحاً على سطح مستوٍ ، محور الكرة عمود عليه ، لم يكن له شيء من هذا الأحوال البتّة ولم يبق شيء من الكرة لا يتسطح.

تفسيره : يعني « شيء من الكرة » شيئاً من رسوم الكرة. ومعلوم أنه لا يبقى عند ذلك شيء منها لا يتسطح إلا القطب الذي يكون التسطيح على مقابلته. وقد ذكر ذلك في الفصل الثاني ، فتركه ههنا للتساهل.

ووجدت في هذا الكتاب أشكالاً عملها أبو سهل على جهة التحليل ، فسألت أبا سعد العلاء بن سهل شَرْعَ تركيبها ، ففعله. ومن هذه الأشكال :

〈آ〉 إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة ، وهي تسطيح نقطة معلومة من الكرة ونقطةُ ب معلومة وهي قطب الكرة ؛ وأردنا أن نسطح فيه سائر رسوم الكرة ، فإنا نخط في سطح مستوٍ دائرة – ولتكن جـ د ومركزها ه – ونعلم على محيطها نقطة ولتكن جـ ، ونسطح في سطح جـ د عن قطب جـ ودائرة جـ د النقطة المعلومة من الكرة ؛ وليكن 〈تسطيحها〉 نقطة و ، ونصل خطوط جـ ه جـ و ا ب ، ونجعل زاوية ا ب ز مثل زاوية و جـ ه ونسبةَ خط ا ب إلى خط ب ز كنسبة خط جـ و إلى خط جـ ه. ونخط حول نقطة زَ وببعد ب ز دائرة ولتكن ب ح ، ونسطح في سطح ا ب ز عن قطب ب ودائرة ب ح سائر رسوم الكرة /. ٢٨٩

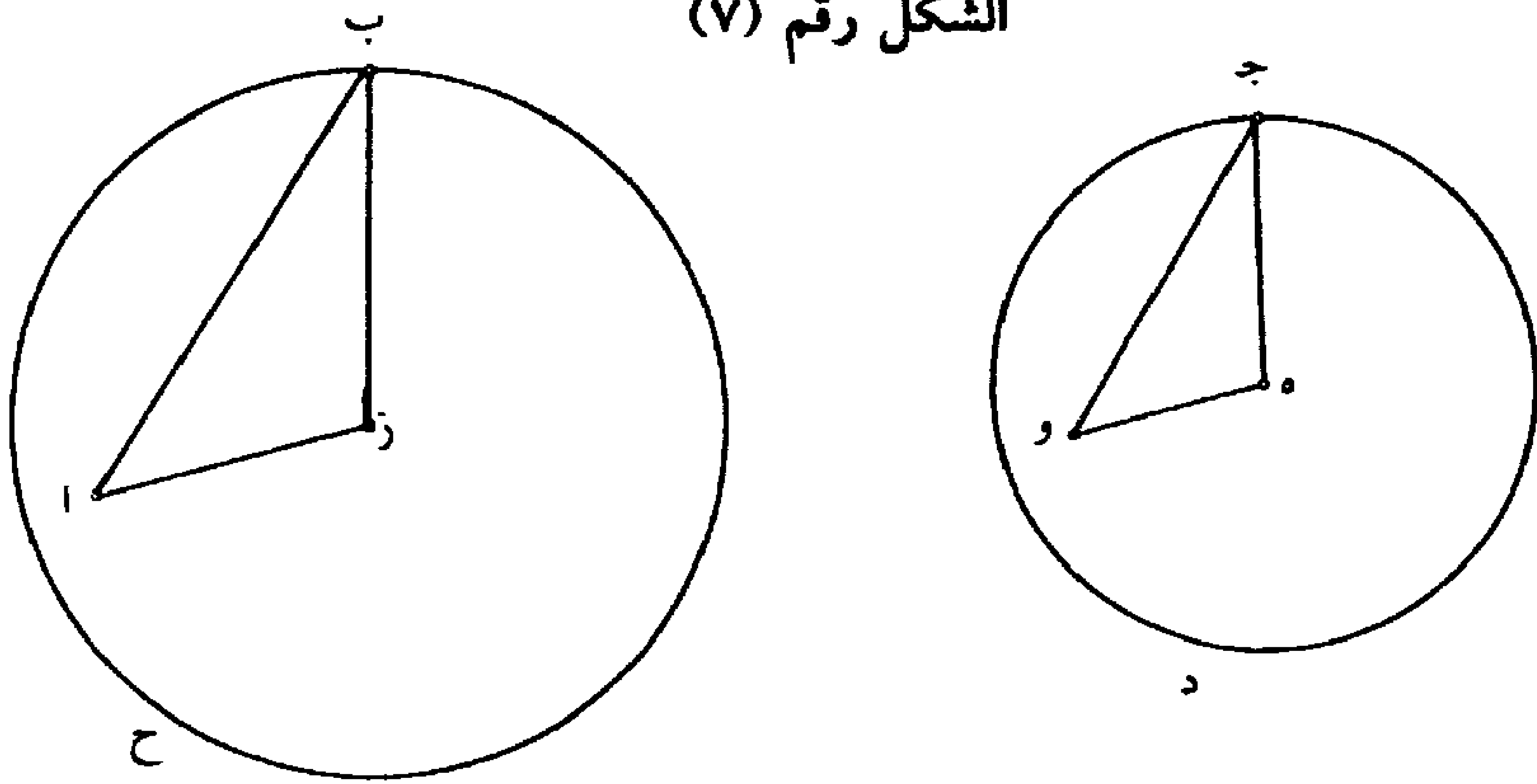
أقول : إن سائر رسوم الأسطرلاب تسطيح سائر رسوم الكرة عن قطب ب ودائرة ب ح.

برهان ذلك : أنا نصل خطي ا ز و ه. فلأن نسبة خط ا ب إلى خط ب ز كنسبة خط جـ و إلى خط جـ ه وزاويةَ ا ب ز مثل زاوية و جـ ه ، فمثلث ا ب ز

3 ـ ولم : لم ـ 11 دائرة : دادير ـ 12 ونسطح : وتسطح ـ 16 ولتكن : وليكن / ونسطح : وتسطح.

شبيه بمثلث وجـ ه ؛ فنسبة خط آ ز إلى خط ب ز كنسبة خط و ه إلى خط جـ ه ؛ فوقع نقطة آ من قطب ب ودائرة ب ح كموقع نقطة و من قطب جـ ودائرة جـ د. ونقطة و تسطيح النقطة المعلومة من الكرة عن قطب جـ ودائرة جـ د ، فنقطة آ تسطيح تلك النقطة عن قطب ب ودائرة ب ح ، فسائر رسوم الأسطرلاب تسطيح سائر رسوم الكرة عن قطب ب ودائرة ب ح ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٧)



⟨ب⟩ إذا كان على خط آ ب المعلوم الوضع والقدر نقطتا جـ د معلومتين؛ وأردنا أن نحدث على جـ د نقطة حتى يكون نسبة ⟨سطح⟩ أحد الخطين المنتهيين من نقطتي آ د إلى تلك النقطة في الآخر إلى سطح أحد الخطين المنتهيين من نقطتي ب جـ إلى تلك النقطة في الآخر كنسبة ه إلى و، فإنا نقسم خط آ د بنصفين على نقطة ز وخطَّ ب جـ بنصفين على نقطة ح ؛ ونخرج خط ح ط عموداً على آ ب، ونجعل نسبة مربع د ز إلى مربع خط يخرج من نقطة جـ وينتهي إلى خط ح ط – وهو خط جـ ط – كنسبة ه إلى و. ونصل خط ز ط ، ونجعل نسبة مربع جـ ز إلى مربع خط يخرج من نقطة جـ وينتهي إلى

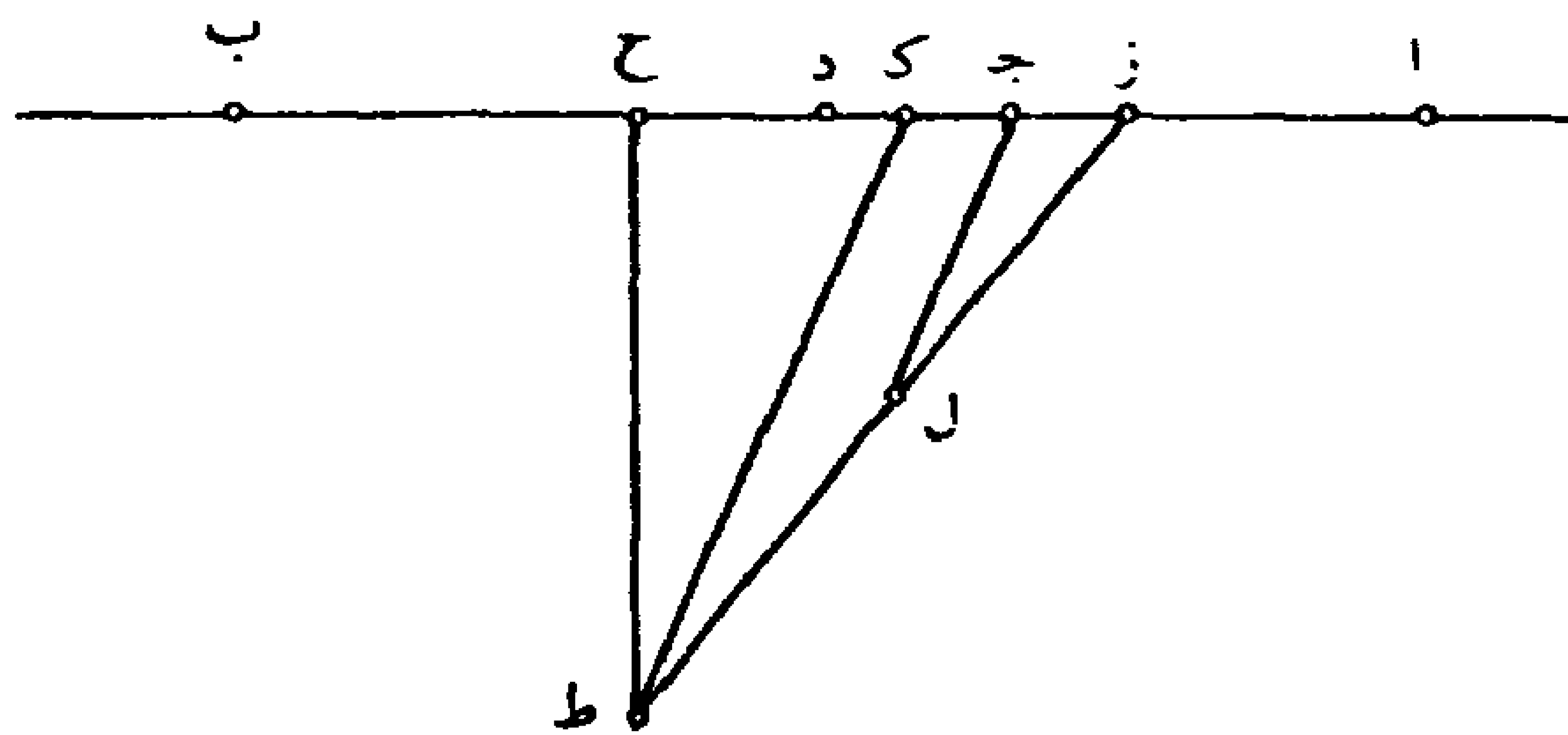
1 آ ز: آ ب ـ 3 تسطيح: وتسطيح ـ 12 عموداً: عمود.

خط ز ط – وهو جـ ل – كنسبة ه إلى و. ونخرج خط ط ك موازياً لخط جـ ل، وليلق خط جـ د على نقطة ك.

أقول : إن نسبة سطح ا ك في ك د إلى سطح ب ك في ك جـ كنسبة ه إلى و.

برهان ذلك : أن خط ط ك موازٍ لخط جـ ل، فنسبة مربع ز ك إلى ⟨مربع⟩ ط ك كنسبة مربع / جـ ز إلى مربع جـ ل. ونسبة مربع جـ ز إلى مربع ٢٩٠ جـ ل كنسبة ه إلى و؛ وخط ا د مقسوم بنصفين على ز وبقسمين آخرين على نقطة ك، فمجموع سطح ا ك في د ك ومربع ز ك مثل مربع د ز؛ وخط ب جـ ⟨مقسوم⟩ بنصفين على ح وبقسمين آخرين على ك، فمجموع سطح ب ك في جـ ك ومربع ح ك مثل مربع جـ ح؛ ومربع ح ط مشترك، فمجموع سطح ب ك في جـ ك ومربعي ح ك ح ط، وهو مجموع سطح ب ك في جـ ك ومربع ط ك، مثل مجموع مربعي جـ ح ح ط، وهو مربع جـ ط. ونسبة مربع د ز إلى مربع جـ ط كنسبة ه إلى و، فنسبة مجموع سطح ا ك في د ك ومربع ز ك إلى مجموع سطح ب ك في جـ ك ومربع ط ك كنسبة ه إلى و. وكنّا بيّنا أن نسبة مربع ز ك إلى مربع ط ك كنسبة ه إلى و. فنسبة سطح ا ك في د ك الباقي إلى سطح ب ك في جـ ك الباقي كنسبة ه إلى و؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٨)



4 و: واو – 7 ز: ب – 8 ز ك: بك – 10 جـ ح: جـ ح ك – 11 ب ك (الثانية): ه ك – 16 ب ك: إلى ك.

⟨جـ⟩ إذا كان على خط ا ب المعلوم القدر والوضع نقطة جـ معلومة؛ وأردنا أن نحدث على خط جـ ب نقطة حتى تكون نسبة سطح ا جـ في الخط المنتهي من نقطة جـ إلى تلك النقطة إلى سطح أحد الخطين المنتهيين من نقطتي ا ب إلى تلك النقطة في الآخر كنسبة د إلى ه ، فإنا نقسم خط ا ب بنصفين على نقطة ک ؛ ونجعل نسبة سطح ا جـ في جـ ز إلى مربع ب ک كنسبة د إلى ه ، ونسبةَ خط ا جـ إلى خط ک ز كنسبة د إلى ح ، ونسبة مربع ز ط إلى مربع ک ط كنسبة مجموع ح وربع ه ، إلى ربع ه ونجعل خط ط ل مثل خط ک ط.

أقول : إن نسبة ⟨سطح⟩ ا جـ في جـ ل إلى سطح ا ل في ب ل كنسبة د إلى ه.

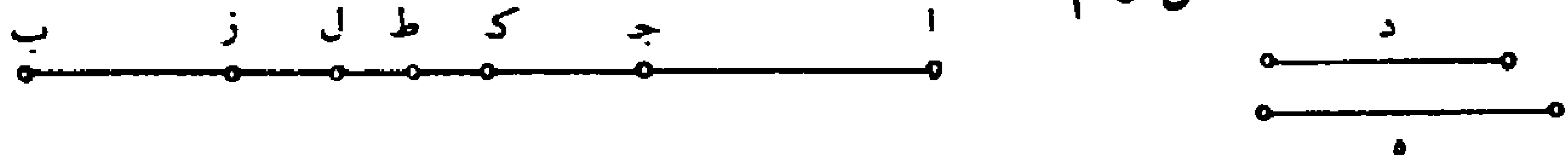
برهان ذلك / : أن خط ط ل مثل خط ط ک ، وخط ز ل زيادة، ٢٩١ فمجموع سطح ک ز في ز ل ومربع ک ط مثل مربع ز ط. ونسبة مربع ز ط إلى مربع ک ط كنسبة مجموع ح وربع ه إلى ربع ه ، وكنسبة مجموع سطح ک ز في ز ل ومربع ط ک إلى مربع ک ط ، وكنسبة مجموع ح وربع ه إلى ربع ه. وإذا فصلنا، فنسبة سطح ک ز في ز ل إلى مربع ک ط كنسبة ح إلى ربع ه. ومربع ک ط ربع مربع ک ل ، فنسبة سطح ک ز في ز ل إلى [ربع] مربع ک ل كنسبة ح إلى ه ؛ ونسبة سطح ا جـ في ز ل إلى سطح ک ز في ز ل كنسبة ا جـ إلى ک ز، ونسبة ا جـ إلى ک ز كنسبة د إلى ح ، فنسبة سطح ا جـ في ز ل إلى سطح ک ز في ز ل كنسبة د إلى ح. فبالمساواة إذاً نسبة سطح ا جـ في ز ل إلى مربع ک ل كنسبة د إلى ه. ومجموع سطحي ا جـ في قسمي جـ ل ز ل مثل سطح ا جـ في جـ ز؛ ومجموع سطح ا ل في ب ل ومربع ک ل مثل مربع

---

1 نقطة: ونقطة ـ 11 ز ل: ر ک ـ 12 ز ل: ر ک/ مثل: مكررة ـ 14 ز ل: ر ک/ ط ک: ک ک/ وكنسبة: كنسبة/ مجموع: أثبتها في الهامش ـ 15 ز ل: ر ک ـ 17 ز ل: ر ا/ ز ل: ر ک/ كنسبة: نسبة ـ 19 ز ل (الأولى): ر ک ـ 21 ا ل: ا ب.

ب ك . ونسبة سطح ا ج في ج ز إلى مربع ب ك كنسبة د إلى ه ، فنسبة مجموع سطحي ا ج في قسمي ج ل ز ل إلى مجموع سطح ا ل في ب ل

الشكل رقم (٩)



ومربع ك ل كنسبة د إلى ه . وكنّا بيّنا أن نسبة سطح ا ج في ز ل إلى مربع ك ل كنسبة د إلى ه ، فنسبة سطح ا ج في ج ل الباقي إلى سطح ا ل في ب ل الباقي كنسبة د إلى ه ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

⟨د⟩ إذا كانت نقطة آ معلومة ومحيط دائرة ب ج معلوم الوضع ؛ وأردنا أن نخرج من نقطة آ خطين ينتهيان إلى محيط دائرة ب ج ويحيطان بزاوية مثل زاوية د ه م ويكون نسبة أحدهما إلى الآخر كنسبة خط د ه إلى خط م ه ، فإنا نصل خط د ه ونخرجه إلى نقطة ز ؛ ونفصل من دائرة ب ج قطعة ح ط ن حتى تقبل زاوية مثل زاوية م د ز ؛ ونعمل على خط ح ن قطعة دائرة ح ك ن حتى تقبل زاوية مثل زاوية د ه م ؛ ونجد مركز دائرة ب ج وليكن ل ؛ ونخط حول نقطة ل وببعد ا ل دائرة ؛ ولتلق قوس ح ك ن على نقطة ك . ونصل خطي ح ك ن ك . وليلق خط ⟨ح ك⟩ دائرة / ب ج على نقطة ط . ونصل ٢٩٢ خطوط ك ل ط ل ب ل ؛ ونجعل زاوية ا ل ب مثل زاوية ك ل ط وزاوية ا ل ج مثل زاوية ك ل ن ، ونصل خطي ا ب ا ج .

أقول : إن زاوية ب ا ج مثل زاوية د ه م ، ونسبة خط ا ب إلى خط ا ج كنسبة خط د ه إلى خط ه م .

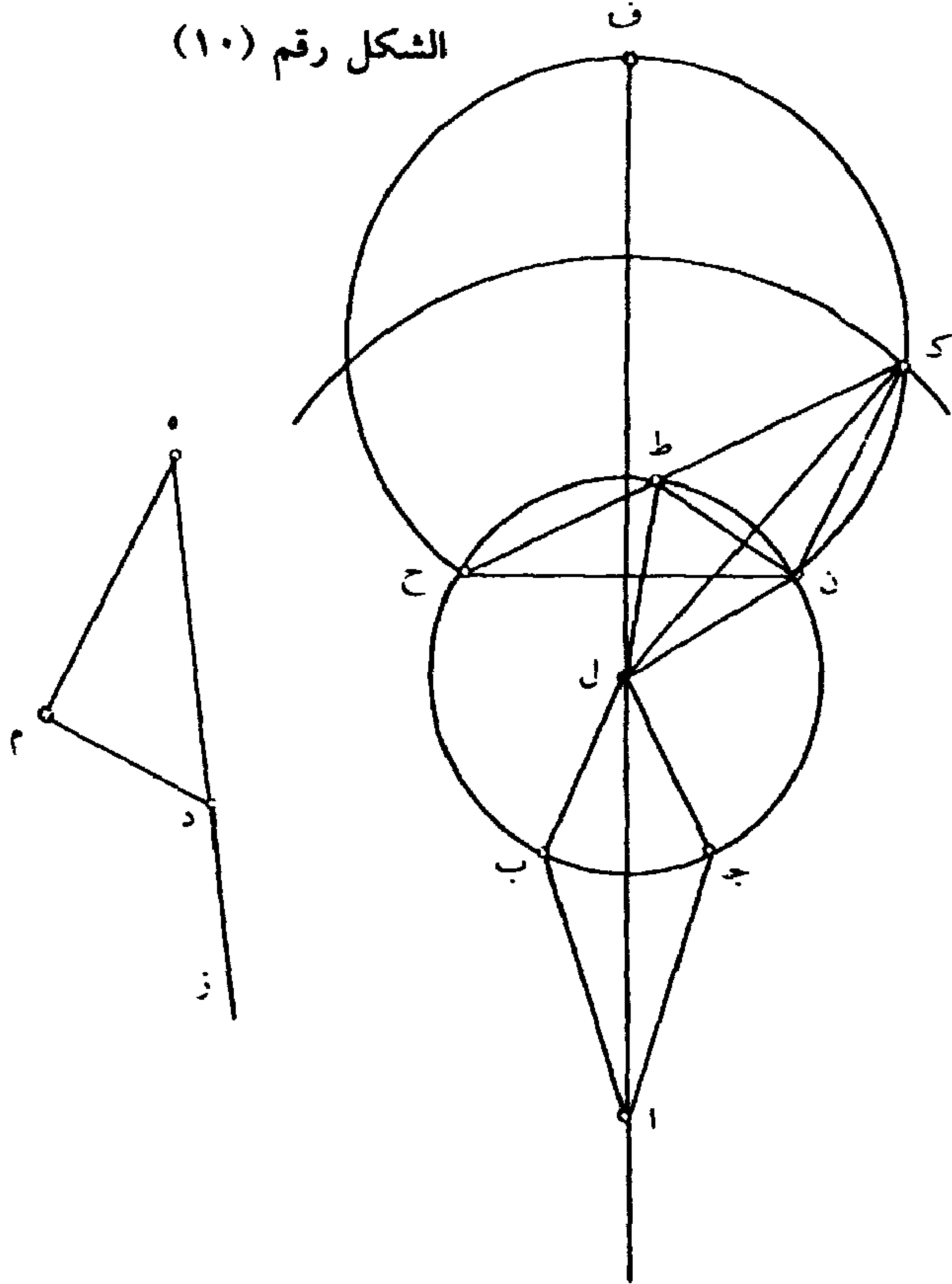
برهان ذلك : أن زاوية ا ل ب مثل زاوية ك ل ط ، ونقطة ل مركز دائرة

---

6 معلوم: معلومة ـ 10 تقبل: يقبل/ ونعمل: ويعمل ـ 11 تقبل: يقبل/ ونجد: ويجد/ ونخط: ويخط ـ 14 وزاوية: فزاوية.

اك كما أنها مركز دائرة ب جـ، فخط ا ل مثل خط ك ل. وخط ب ل مثل خط ط ل، فزاوية ب ا ل مثل زاوية ط ك ل، وخط ا ب مثل خط ط ك. وكذلك يتبيّن أن زاوية جـ ا ل مثل زاوية ن ك ل وأن خط ا جـ مثل خط ن ك. فزاوية ب ا جـ مثل زاوية ط ك ن، ونسبة خط ا ب إلى خط ا جـ كنسبة خط ط ك إلى خط ن ك. وزاوية ط ك ن مثل زاوية د ه م، فزاوية ب ا جـ مثل زاوية د ه م. ونصل خط ط ن، فزاوية ح ط ن مثل زاوية م د ز، فزاوية ن ط ك مثل زاوية ه د م، وزاوية ط ك ن مثل زاوية د ه م، فمثلث ط ن ك شبيه بمثلث د ه م، فنسبة خط ط ك إلى خط ن ك

الشكل رقم (١٠)

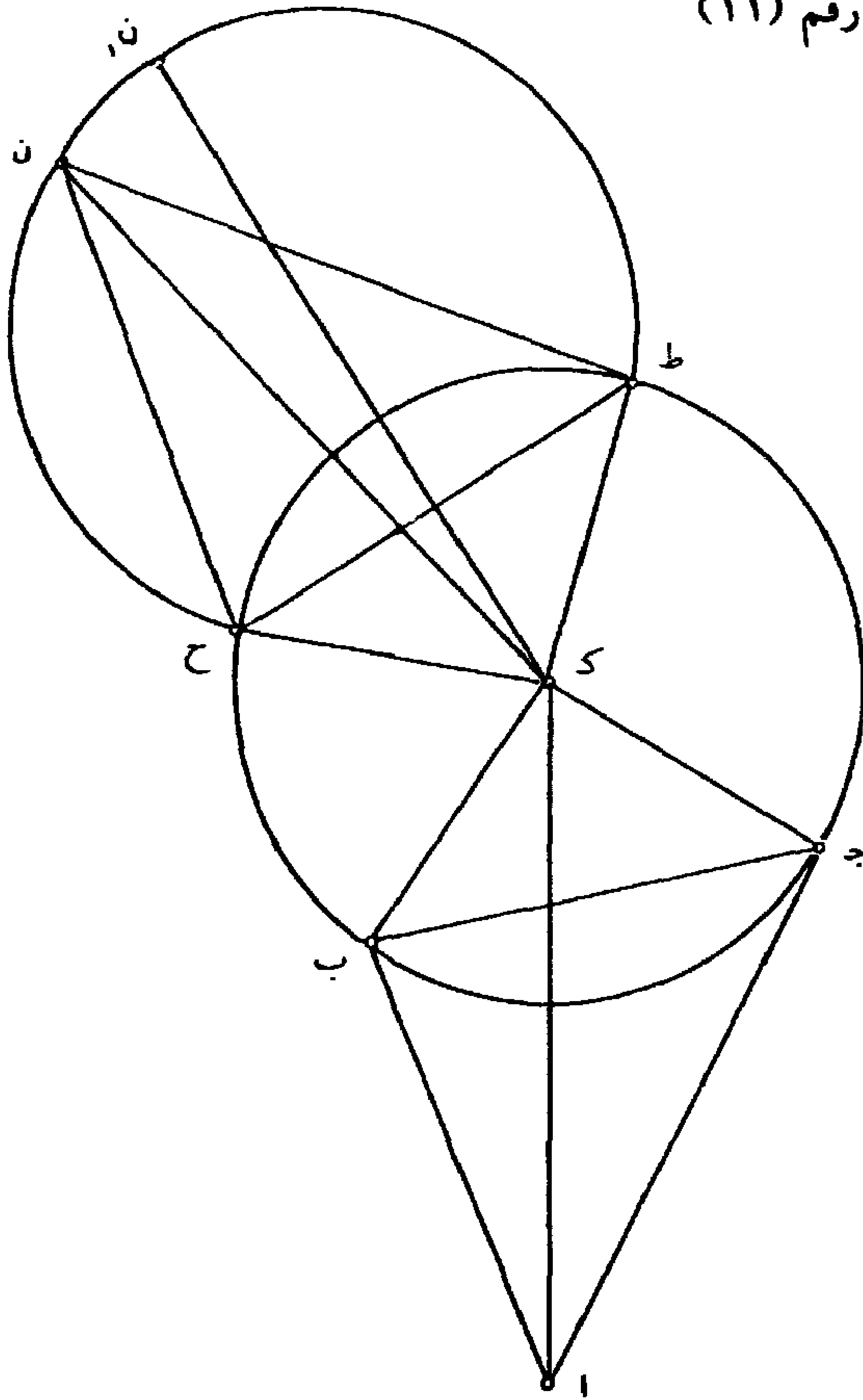


1 ب جـ: ا ب جـ.

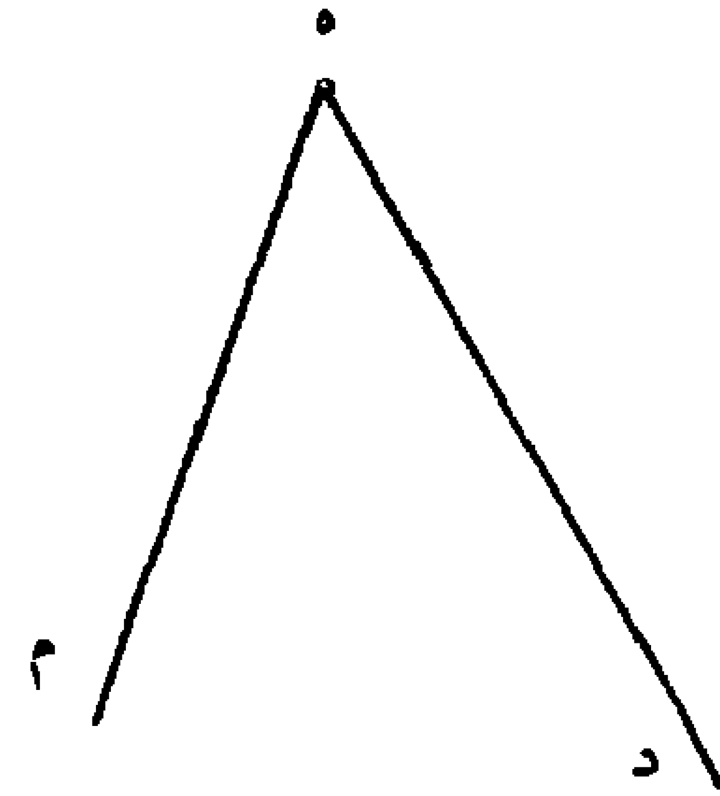
كنسبة خط د ه إلى خط ه م. وكنّا بيّنا أن نسبة خط ا ب إلى ا ج كنسبة خط ط ك إلى خط ن ك، فنسبة خط ا ب إلى خط ا ج كنسبة خط د ه إلى خط ه م؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

〈هـ〉 إذا كانت نقطة آ معلومة ومحيط دائرة ب ج معلوم الوضع؛ وأردنا أن نخرج من نقطة آ خطين / ينتهيان إلى محيط دائرة ب ج ويحيطان ٢٩٣
بزاوية مثل زاوية د ه م ويكون وتر القوس التي بينهما مثل خط زَ، فإنا

الشكل رقم (١١)







4 معلوم: معلومة.

نخرج في دائرة ب جـ وتراً مثل خط ز، وليكن ح ط، ونعمل على خط ح ط قطعة دائرة ح ن ط تقبل زاوية مثل زاوية د ه م. ونحدّ مركز دائرة ب جـ، وليكن نقطة ك، ونصل خط ا ك، ونخط حول نقطة ك وببعد خط ا ك دائرة؛ ولتلق قوس ح ن ط على نقطة ن، ونصل خطوط ك ن ك ح ك ط، ونجعل زاوية ا ك ب مثل زاوية ن ك ح وزاوية ا ك جـ مثل زاوية ن ك ط، ونصل خطوط ا جـ ا ب ب جـ.

أقول: إن زاوية ب ا جـ مثل زاوية د ه م وخطَّ ب جـ مثل خط ز.

برهان ذلك: أنا نصل ح ن ط ن. فلأن زاوية ا ك ب مثل زاوية ن ك ح وخطَّ ا ك مثل خط ن ك وخطَّ ب ك مثل خط ح ك، فزاوية ب ا ك مثل زاوية ح ن ك وخط ا ب مثل خط ح ن. وكذلك يتبيّن أن زاوية جـ ا ك مثل زاوية ط ن ك وأن خط ا جـ مثل خط ط ن، فزاوية ب ا جـ مثل زاوية ح ن ط وخطُّ ب جـ مثل خط ح ط. لكن زاوية ح ن ط مثل زاوية د ه م وخطَّ ح ط مثل خط ز؛ فزاوية ب ا جـ مثل زاوية د ه م وخطُّ ب جـ مثل خط ز؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

والحمد لله ربّ العالمين وصلى <الله> على سيّدنا محمد وآله أجمعين وحسبنا الله ونعم الوكيل.

1 وترا: وتر / ونعمل: ويعمل – 2 قطعة: نقطة / ح ن ط: ح ر ط – 4 ولتلق: وليلق / ك ن: ك ر.

٢ - ابن الهيثم

النص الخامس

‹كتاب المناظر - المقالة السابعة›

‹الكاسر الكريّ›

‹آ› وإذْ قد تبين ذلك، فليكن البصر نقطة آ، ولتكن نقطة بَ في مُبْصِرٍ من المبصرات وليكن من وراء جسم مُشفٍ أغلظ من الجسم الذي يلي البصر، وليكن سطح الجسم المشف الذي يلي نقطة بَ سطحاً مستديراً محدّبه يلي البصر. ف - ٧٨ - و ك - ٦٧ - ظ

فنقطتا آ بَ يمرّ بهما سطحٌ قائمٌ على سطح الجسم المشف، لأنه إن لم يمرّ بها سطحٌ قائمٌ على سطح الجسم المشف الذي تنعطف فيه صورة نقطة بَ إلى بصر آ ‹لم يدرك البصر صورة المبصر ويكون الفصل المشترك بين هذا السطح› وبين سطح الجسم المشف دائرة جـ ه د. وليكن مركزها زَ، ونصل آ جـ زَ ونخرجه على استقامة إلى دَ؛ فيكون خط جـ ز د عموداً على / سطح الجسم المشف، ونقطة بَ إما أن تكون خارجة عن خط جـ د وإما أن تكون على خط جـ د. ف - ٧٨ - ظ

فإن كانت نقطة بَ على خط جـ د، فإن بصر آ يدرك نقطة بَ على استقامةٍ ومن غير انعطاف، لأن الصورة التي تمتد على خط د جـ تمتد على

12 وبين : وتبين، وكتبت مهملة [ف، ك] – 14-15 وإما ... جـ د : ناقصة [ف] وفي [ت] in ipsa وفي «التنقيح» : أو لا.

استقامتها في الجسم المشف الذي يلي بصر آ ، لأن خط د جـ عمود على سطح الجسم المشف الذي يلي البصر. فبصر آ يدرك نقطة ب التي على خط ⟨جـ د⟩ / في موضعها وعلى استقامةٍ. فأقول : إن صورة نقطة ب التي على خط جـ د ك - ٦٨ - و ليس تنعطف إلى بصر آ.

برهان ذلك : أن نقطة ب إذا كانت على خط جـ د، فهي إما على المركز أو خارجة عن المركز. فإن كانت على المركز، فإن كل خط تمتد عليه صورة نقطة ب إلى محيط دائرة جـ ه د، فإنها تمتد على استقامتها في الجسم المشف الذي يلي البصر، لأن كل خط يخرج من مركز دائرة جـ ه د فهو عمود على سطح الجسم المشف، وليس يخرج من مركز دائرة جـ ه د إلى بصر آ خطٌ مستقيمٌ غير خط ز آ. فليس تنعطف صورة نقطة ب التي على / المركز إلى بصر آ من محيط ف - ٧٩ - و دائرة جـ ه د، فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ إذا كانت نقطة ب على المركز.

وإن كانت نقطة ب خارجة عن المركز، فهي إما على خط ز جـ، وإما على خط ز د. فلتكن أولاً على خط ز جـ، فأقول : إنه ليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ.

فإن أمكن ذلك، فلتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر آ من نقطة ه. ونصل ب ه ونخرجه إلى ح ونصل ز ه ونخرجه إلى ط ، فيكون خط ز ه ط عموداً على سطح الجسم المشف الذي يلي البصر. فصورة نقطة ب إذا امتدت على خط ب ه فهي تنعطف عند نقطة ه وتبعد عن عمود ه ط إلى جهة ح التي هي

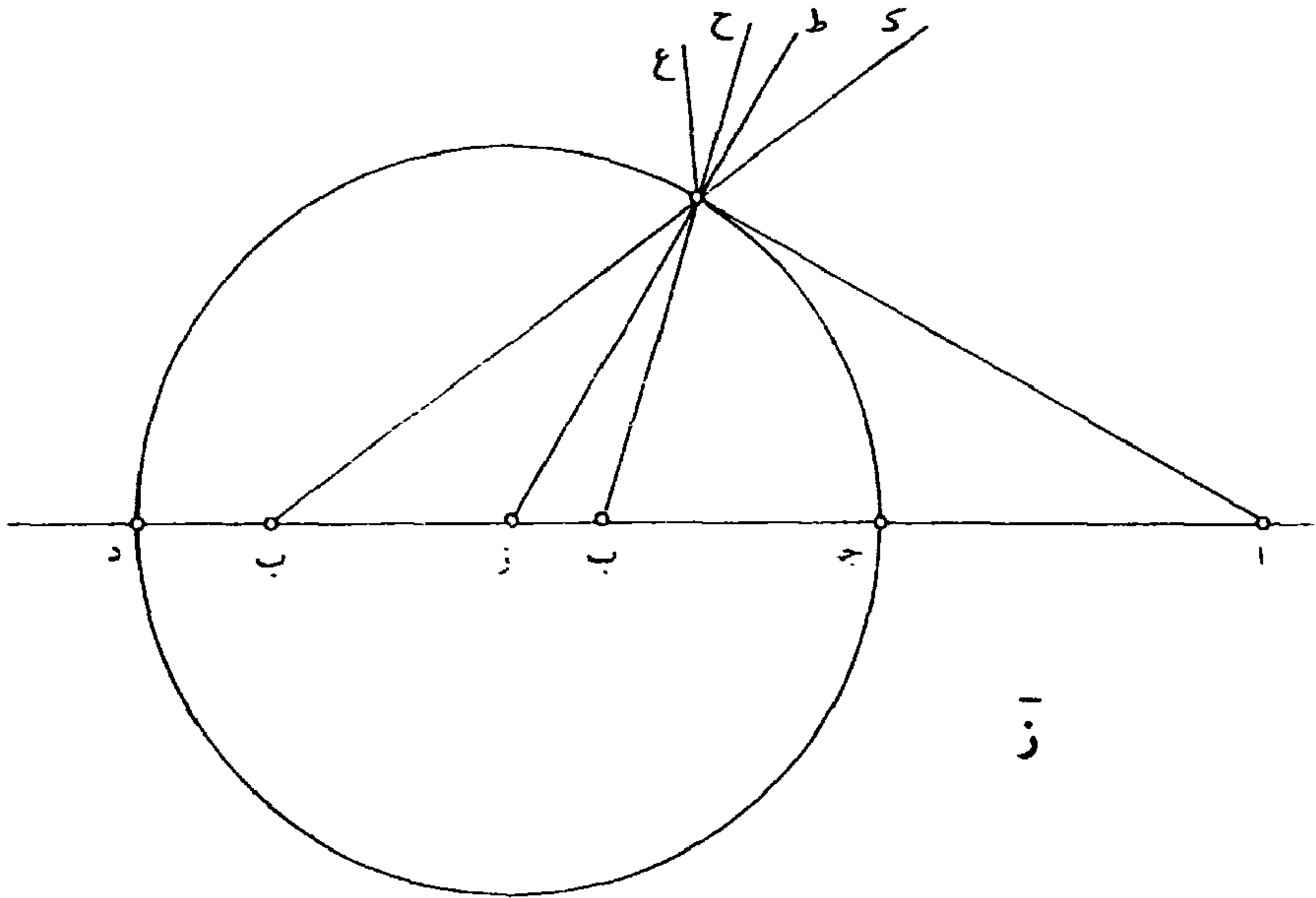
---

1 استقامتها: استقامة [ك] - 1 عمود على سطح: يمر به لخروج [ف] وفي [ت] est perpendicularis super superficiem مما يتفق مع [ك] - 2 التي على خط: ناقصة [ف] وكذلك في [ت] - 5 برهان: قبلها كلمة غير مقروءة ولعلها «الا من» [ك] - 7 جـ ه د: جهز [ك] - 10 ز آ: ا ز [ك]، وكثيراً ما يختلف ترتيب الحروف في المخطوطتين ولن نثبت ذلك فيما بعد - 16 ونصل: وتصل به [ف] - 19 ب ه: ا ه [ك] ر ه [ف]/ وتبعد: وتنفذ [ف، ك]/ ه ط: ط [ف، ك].

خلاف جهة العمود. فليس تصل صورة نقطة بَ إلى بصر آ بالانعطاف، إذا كانت نقطة بَ على خط زجَ.

وأيضاً فلتكن نقطة بَ على خط دزَ، فأقول : إنه ليس تنعطف صورة نقطة بَ إلى بصر آ.

الشكل رقم (١)



فإن أمكن فلتنعطف / صورة نقطة بَ إلى بصر آ من نقطة هَ. ونصل ب ه ف ـ ٧٩ ـ ظ ونخرجه إلى كَ ، ونصل زه ونخرجه إلى طَ ، ولتنعطف صورة نقطة بَ إلى بصر آ على خط ه ا ؛ فتكون زاوية ك ه ا هي زاوية الانعطاف وزاوية ك ه ط هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي عليه امتدت الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف. فزاوية ك ه ا أصغر من زاوية ك ه ط وخطُّ ب زَ: إما

2 ز ج: ر ح ه [ف] ـ 3 ب: ر [ف] ـ 5 ونصل: وتصل [ف] عادة ما يأخذ ناسخ [ف] بصورة المخاطب المفرد، ولن نشير لذلك فيما بعد ـ 6 ز ه: و ه [ف]/ ولتنعطف: ولتعطف [ف] ـ 7 ك ه ا: ك ا ه [ك].

أصغر من خط ز ه وإما مساوٍ له، لأن نقطة ب : إما فيما بين نقطتي د ز وإما على نقطة د. فزاوية ه ب ز: إما أعظم من زاوية ب ه ز وإما مساوية لها. وزاوية ا ه ك أعظم من زاوية ه ب ز، فزاوية ا ه ك أعظم من زاوية ب ه ز، / فزاوية ا ه ك أعظم من زاوية ك ه ط ، وقد كانت أصغر منها، ف - ٨٠ - و وهذا محال.

فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا من نقطة ه ولا من غيرها من النقط التي على محيط دائرة ج ه د ولا من محيط غيرها من الدوائر التي تحدث في سطح الجسم المشف الذي فيه نقطة ب إذا كان كرّياً. فنقطة ب إذا كانت على خط ج د، فليس يدركها البصر بالانعطاف، وليس يدركها إلّا على استقامة فقط، فليس يدركها إلّا نقطة واحدة، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

ولنعد الصورة، وليكن نقطة ب خارجة عن خط ج د ونخرج السطح الذي فيه عمود ز ا ونقطة ب، فيكون هذا السطح قائماً على سطح الجسم المشف، وتكون نقطة ب لا تنعطف صورتها إلى بصر ا إلا في هذا السطح، لأنه ليس يمرّ بنقطتي ا ب سطح قائم على سطح الجسم المشف إلّا سطحٌ يمرّ بخط ا د، وليس يخرج من خط ا د سطح يمرّ بنقطة ب إلّا سطح واحد فقط ؛ وليحدث هذا السطح في سطح الجسم المشف دائرة ج ه د. وليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا إلّا من محيط دائرة ج ه د. ولتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا من نقطة / ه. فأقول : إنه ليس تنعطف صورة نقطة ب إلى ف - ٨٠ - ظ بصر ا من نقطة غير نقطة ه.

---

1 ز ه: د ه [ف]/ ه ز [ك] - 2 ب ه ز: ب ه [ف] - 3 لها: له [ك] - 7 ولا من: ولان [ف] - 8 إذا كانت: إذاً [ف] وفي [ت] نجد existente مما يتفق مع [ك] - 10 أن نبين: ناقصة [ف] - 12 ز ا: ل ا [ف] ا د [ك] - 16 وليس: فليس [ك] ونجد في [ت] non ... ergo مما يتفق مع [ك] - 17 ولتنعطف: ولتعطف [ف] - 18 بصر ا: كرر بعدها ناسخ [ف] «إلا من محيط» وفي [ت] نجد ترجمة العبارة هكذا refringatur ergo ex e مما يتفق مع [ك] - 19 ا: ناقصة [ف].

برهان ذلك: أنه لا يمكن. فإن أمكن، فلتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا من نقطة أخرى، فليس تكون النقطة الأخرى إلّا على محيط دائرة جـ ه د لِما تبين من قبل؛ فلتكن النقطة الأخرى نقطة مـ، ونصل خطوط ب ه ه ا ب مـ مـ ا ز ه زمـ. وليتقاطع خطّا ز ه ب مـ على نقطة س. ونخرج ب ه إلى ح وب مـ إلى ن وز ه إلى ط وزمـ إلى ل، فتكون زاوية ح ه ط هي التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف، وتكون زاوية ح ه ا هي زاوية الانعطاف، وتكون زاوية ن مـ ل هي / الزاوية ك - ٦٨ - ظ التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمود الخارج من موضع الانعطاف، وتكون زاوية ن مـ ا هي زاوية الانعطاف. وزاوية ح ه ط: إما أن تكون مساوية لزاوية ن مـ ل وإما أن تكون أصغر من زاوية ن مـ ل وإما أن تكون أعظم من زاوية ن مـ ل.

فإن كانت زاوية ح ه ط مساوية / لزاوية ن مـ ل، فإنّ زاوية ح ه ا — ف - ٨١ - و التي هي زاوية الانعطاف — مساوية لزاوية ن مـ ا — التي هي زاوية الانعطاف، فتكون زاوية ا مـ ب مساوية لزاوية ا ه ب، وهذا محال.

وإن كانت زاوية ح ه ط أصغر من زاوية ن مـ ل، فإن زاوية ح ه ا أصغر من زاوية ن مـ ا، فتكون زاوية ا مـ ب أصغر من زاوية ا ه ب، وهذا محال.

وإن كانت زاوية ح ه ط أعظم من زاوية ن مـ ل، فإنا نخرج خط ه ب في جهة ب إلى ف، ونخرج مـ ب إلى ع، فتكون زاوية ه ب مـ مساوية للزاوية التي عند محيط الدائرة التي توترها قوسا مـ ه ف ع. وإذا كانت زاوية

---

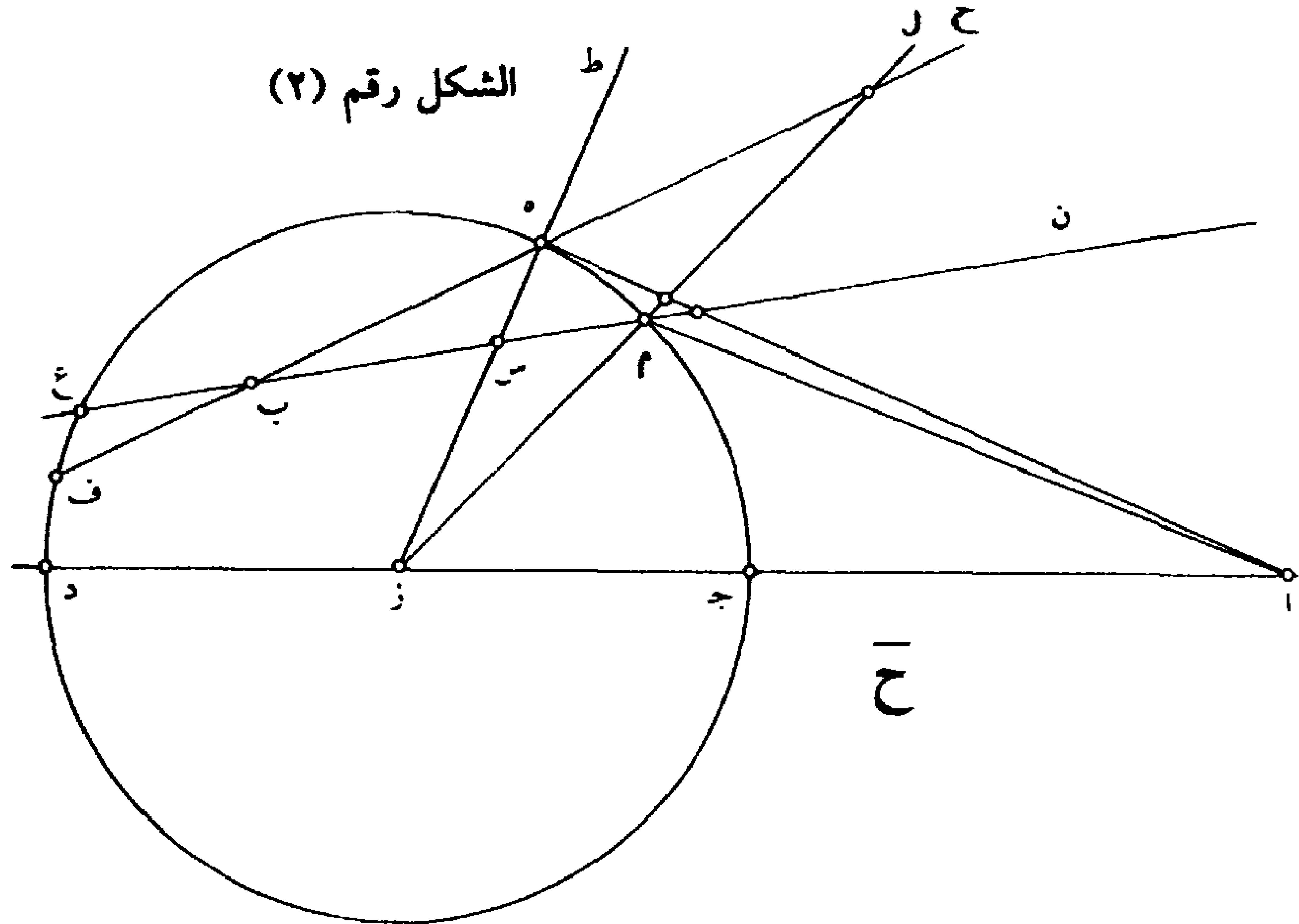
5 و ز ه: و ه ز [ك] - 6 الذي: ناقصة [ك] - 7 ح ه ا: ه ح ا [ف]/ ن م ل: عادة ما يكتب ناسخ [ف] وناسخ [ك] النون راءً أو زاياً، ولن نثبت هذا فيما بعد - 12 فإنّ: وان [ف] - 13 ن م ا: د م ا [ف] - 16 ن م ا: ن م ل [ك]/ زاوية (الثالثة): ناقصة [ف] - 18 ف: و [ك] - 19 وإذا: إذا [ف].

ح ه ط أعظم من زاوية ن مـ ل، كانت زاوية ز ه ب أعظم من زاوية ز مـ ب. فإذا كانت زاوية ز ه ب أعظم من زاوية ز مـ ب، فإن زاوية مـ ز ه أعظم من زاوية مـ ب ه، وتكون زيادة زاوية مـ ز ه على زاوية مـ ب ه مساوية لزيادة زاوية ز ه ب على زاوية ز مـ ب، لأن الزاويتين اللتين عند نقطة س متساويتان. فزاوية مـ ز ه، إذا كانت عند محيط الدائرة، فإن القوس التي توترها تكون ضعف قوس مـ ه. فإذا كانت زاوية مـ ز ه أعظم / من زاوية ف ـ ٨١ ـ ظ
مـ ب ه، فإن ضعف قوس مـ ه أعظم من قوسي مـ ه ف ع؛ وتكون زيادة ضعف قوس مـ ه على قوسي مـ ه ف ع هي زيادة قوس مـ ه على قوس ف ع، فزيادة زاوية مـ ز ه على زاوية مـ ب ه هي ⟨الزاوية⟩ التي توترها عند محيط الدائرة زيادة قوس مـ ه على قوس ف ع. وزيادة قوس مـ ه على قوس ف ع هي أصغر من قوسي مـ ه ف ع. فزيادة زاوية مـ ز ه على زاوية مـ ب ه هي أصغر من زاوية مـ ب ه. فزيادة زاوية ز ه ب على زاوية ز مـ ب هي أصغر من زاوية مـ ب ه. فزيادة زاوية ح ه ط على زاوية ن مـ ل هي أصغر من زاوية مـ ب ه. فزيادة زاوية ح ه ا – التي هي زاوية الانعطاف – على زاوية ن مـ ا – التي هي زاوية الانعطاف – أصغر بكثير من زاوية مـ ب ه. لكن زيادة زاوية ح ه ا على زاوية ن مـ ا هي زيادة زاوية ا مـ ب على زاوية ا ه ب، وزيادة زاوية ا مـ ب على زاوية ا ه ب أصغر من زاوية مـ ب ه،

---

2 فإذا: وإذا [ك] ـ 5 متساويتان: متساويتين [ف] ـ 7 أعظم: كرر بعدها ناسخ [ف] جزءاً من العبارة السابقة وجزءاً من العبارة اللاحقة مع الخطأ فكتب «من زاوية ب ه فإن ضعف قوس م ه أعظم». ونجد في [ت] tunc arcus me duplicatus erit maior duobus arcubus me, fo مما يتفق مع [ك]/ م ه: م [ف] ـ 7 ـ 8 وتكون... ف ع (الأولى): كرر الناسخ هذه العبارة، ولم يسلم من الخطأ، فكتب ما يلي «وتكون زيادة ضعف قوس م ه على قوس ف ع» [ف] ـ 9 مـ ز ه: ر ه [ف] ـ 14 ح ه ا: ح ه ل [ك] ـ 15 م ب ه: م ر ه م ب ه [ف] ـ 16 زيادة (الأولى): أثبتها في الهامش [ك] ـ 17 وزيادة... ا ه ب: ناقصة [ف]، وهي مثبتة في [ت] مما يتفق مع [ك].

لكن زيادة زاوية آمـ ب على زاوية اه ب هي زاويتا مـ اه مـ ب ه ؛ فزاويتا / ف ـ ٨٢ ـ و مـ اه مـ ب ه أصغر من زاوية مـ ب ه، وهذا محال.



فليس تنعطف صورة نقطة بَ إلى بصر آ من نقطة غير نقطة هَ، وذلك ما أردنا أن نبين.

وإذا كانت صورة نقطة بَ ليس تنعطف إلى بصر آ إلّا من نقطة واحدة، فليس يكون لها إلّا خيالٌ واحد، إلّا أن موضع الخيال يختلف بحسب اختلاف موضع نقطة بَ.

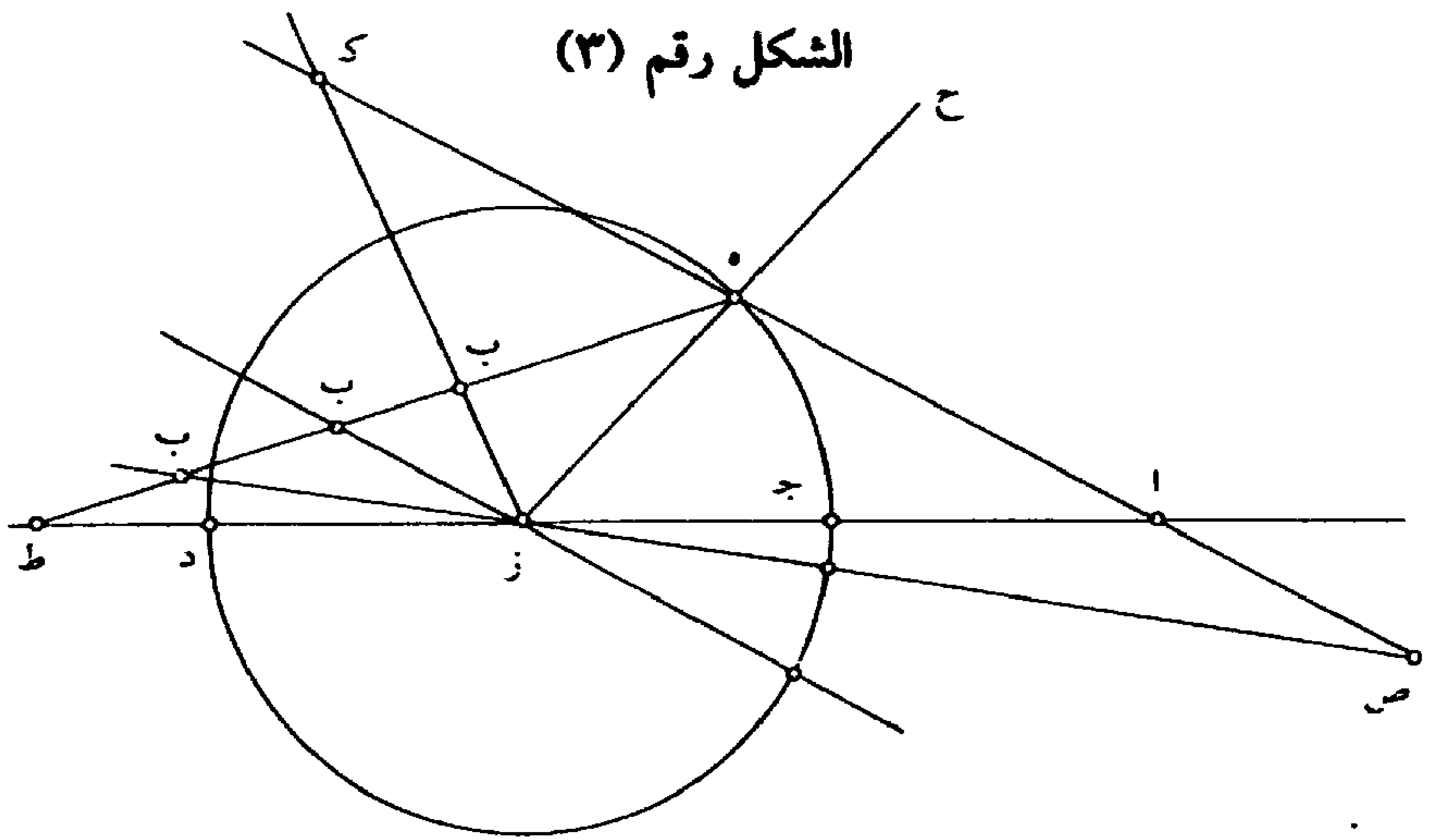
وذلك أنا نصل ب زَ، فخط ب زَ: إما أن يلقى خط ه آ وإما أن يكون موازياً له. وإذا لقيه : فإما أن يلقاه إذا خرجا في جهة / ه بَ، على مثل نقطة ف ـ ٨٢ ـ ظ كَ، وإما أن يلقاه إذا خرجا في جهة د آ، مثل خط ب زص ⟨على⟩ مثل نقطة صَ.

1 لكن : الى [ف] وفي [ت] sed كما في [ك] / ام ب : ام ب ه [ف] – 8 أنا : أيضا [ف] وفي [ت] enim كما في [ك] – 9 مثل : أثبتها في الهامش [ك] – 10 د آ : آ [ك] / مثل خط ب زص : ناقصة [ك] وكذلك في [ت] ـ 10 ـ 11 مثل نقطة ص : ناقصة [ف] ونجد في [ت] a, ut in r وهو قريب من [ك].

وإذا كان ب ز موازياً لخط ه ا، كان مثل ب ز المتوسط بين خطي ك ب ز ب ز ص. فإن كان التقاء هذين الخطين على نقطة ك، كان الخيال قدّام البصر وكانت الصورة بيّنة وأدركها البصر على نقطة ك، وإن كان التقاء الخطين على نقطة ص، كان الخيال نقطة ص، وأدرك البصر الصورة مقابلة له، إلا أنها لا تكون في غاية البيان، بل تكون مشتبهة، لأن البصر يدركها في غير موضعها، وقد تبيّن هذا المعنى عند كلامنا في الانعكاس.

وإن كان خط ب ز موازياً لخط ه ا، فإن الخيال يكون غير محدود، ويدرك البصر الصورة في موضع الانعطاف، وعلة ذلك شبيهة بالعلة التي ذكرناها في الانعكاس، إذا كان الانعكاس على خط موازٍ للعمود.

الشكل رقم (٣)



وقد تبيّن مما بيّناه أن المبصر الذي يدركه البصر من وراء جسم مشف أغلظ من الجسم الذي يلي البصر، فإنه ليس يكون له إلّا خيال واحد، / وليس ف ـ ٨٣ ـ و يدركه البصر إلّا واحداً فقط.

---

2 التقاء: التقى [ف] ـ 4 كان... ص: مكررة [ف] وأشار الناسخ إلى هذا في الهامش ـ 10 ـ 11 أغلظ من الجسم: ناقصة [ف] وفي [ت] grossius corpore كما في [ك] ـ 11 البصر: المبصر [ف، ك] ـ 11 ـ 12 وليس... واحداً: أثبتها في الهامش [ك].

الشكل ليس في المخطوطتين.

وهذا الانعطاف هو عن تقعير سطح الجسم المشف الذي يلي البصر المحيط بمحدب الجسم المشف الذي يلي المبصر، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وإن كان الجسم المشف الأغلظ يلي البصر، وكان شكلا الجسمين على ما هما عليه، وكان الجسم الألطف يلي المبصر، فليس يكون للمبصر إلّا خيال واحد، ولا يدرك البصر للمبصر إلّا صورة واحدة فقط، وذلك أن البصر، إذا كان / في الجسم الأغلظ وكان المبصر في الجسم الألطف وكان شكلا الجسمين ك - ٦٩ - و على ما هما عليه، فإن البصر يكون بمنزلة نقطة ب والمبصر يكون بمنزلة نقطة آ، وإذا انعطفت صورة نقطة آ إلى بصر ب، فإنها تنعطف في السطح القائم على سطح الجسم المشف، ويكون الفصل المشترك بين ذلك السطح وبين سطح الجسم المشف دائرة بمنزلة دائرة جـ ه د، وتكون نقطة الانعطاف بمنزلة نقطة ه، ويكون الخط المنعطف بمنزلة خط ا ه ب، فيلزم / من ذلك أن تكون ف - ٨٣ - ظ الصورة التي تمتد على خط ا ه وتنعطف على خط ب ه، إذا امتدت من نقطة ب على خط ب ه، انعطفت على خط ه ا. فإن انعطفت صورة نقطة آ إلى نقطة ب من نقطة أخرى غير نقطة ه، لزم من ذلك أن تنعطف صورة نقطة ب إلى نقطة آ من تلك النقطة الأخرى. وقد تبيّن أن الصورة، إذا امتدت على خط ب ه وانعطفت على خط ه ا، فليس تنعطف من نقطة ب صورة أخرى إلى نقطة آ. فليس تنعطف صورة نقطة آ إلى بصر ب إلّا من نقطة واحدة، ولايكون لها إلّا خيال واحد.

وإن كانت نقطة آ على العمود الخارج من نقطة ب إلى مركز الكرة فإن

---

1 وهذا : فهذا [ف] وفي [ت] Vero كما في [ك] / سطح : أثبتها فوق السطر [ك] – 3 يلي : الذي يلي [ك] / الجسمين: ناقصة [ف] في الهامش [ك] – 4 هما : بينا [ف] وهي مهملة / المبصر: البصر [ك] – 5 للمبصر: المبصر[ك] – 6 شكلا الجسمين: شكل الجسم [ف] شكلا الجسم [ك] – 7 نقطة (الأولى) : نقط [ف] ـ 11 خط: في الهامش [ك]/ ا ه ب: ا ه ك [ت، ك] ـ 13 ه ا: ا ه [ك] ـ 18 ولا: لا [ف] ـ 19 فإن: إلى [ف] وفي [ت] tunc مما يتفق مع [ك].

بصر بَ يدرك نقطة آ على استقامة العمود؛ ويتبيّن أن صورة نقطة آ لا تنعطف إلى بصر بَ، لأنه قد تبيّن أن صورة نقطة بَ، إذا كانت على العمود، لم تنعطف إلى نقطة آ. فإذا كان الجسم الأغلظ يلي البصر، وكان الجسم الألطف يلي المبصر، فليس يكون للمبصر إلّا خيال واحد، ولا يدرك البصر للمبصر إلّا صورة واحدة فقط، وذلك / ما أردنا أن نبيّن. ف ـ ٨٤ ـ و

وأيضاً، فلنعد الشكل زَ، ونفرض على محيط دائرة جـ ه دَ نقطة مما يلي جهة جَ، ولتكن نقطة هَ، ونخرج منها خطاً موازياً لخط آ دَ، وليكن ه طَ، ونصل زَ هَ ونخرجه إلى حَ. وليكن نسبة زاوية زَ ه كَ إلى ضعف زاوية كَ ه طَ أعظم نسبة تكون للزاوية التي يحيط بها الخط الذي تمتد عليه الصورة والعمود إلى زاوية الانعطاف التي تُوجبها تلك الزاوية بالقياس إلى الحس. وذلك أن كل جسمين مشفين مختلفي الشفيف، فإن زوايا الانعطاف التي يحدث بينها الضوء النافذ فيها تختلف، ويكون لاختلافها بالقياس إلى الحس غاية إذا تجاوزها، لم يدرك الحس مقدار الانعطاف، أعني أنه يدرك الحس مركز الضوء النافذ في الجسمين كأنه على استقامة الخط الذي امتد عليه الضوء، أعني عند اعتباره بالآلة.

ونجعل زاوية دَ زَ طَ مثل زاوية طَ ه كَ، فتكون زاوية / زَ كَ هَ ضعف زاوية كَ ه طَ، فتكون نسبة زاوية زَ ه كَ إلى زاوية زَ كَ هَ هي أعظم نسبة تكون بين الزاوية التي يحيط بها الخط الأول والعمود وبين زاوية الانعطاف. ف ـ ٨٤ ـ ظ

---

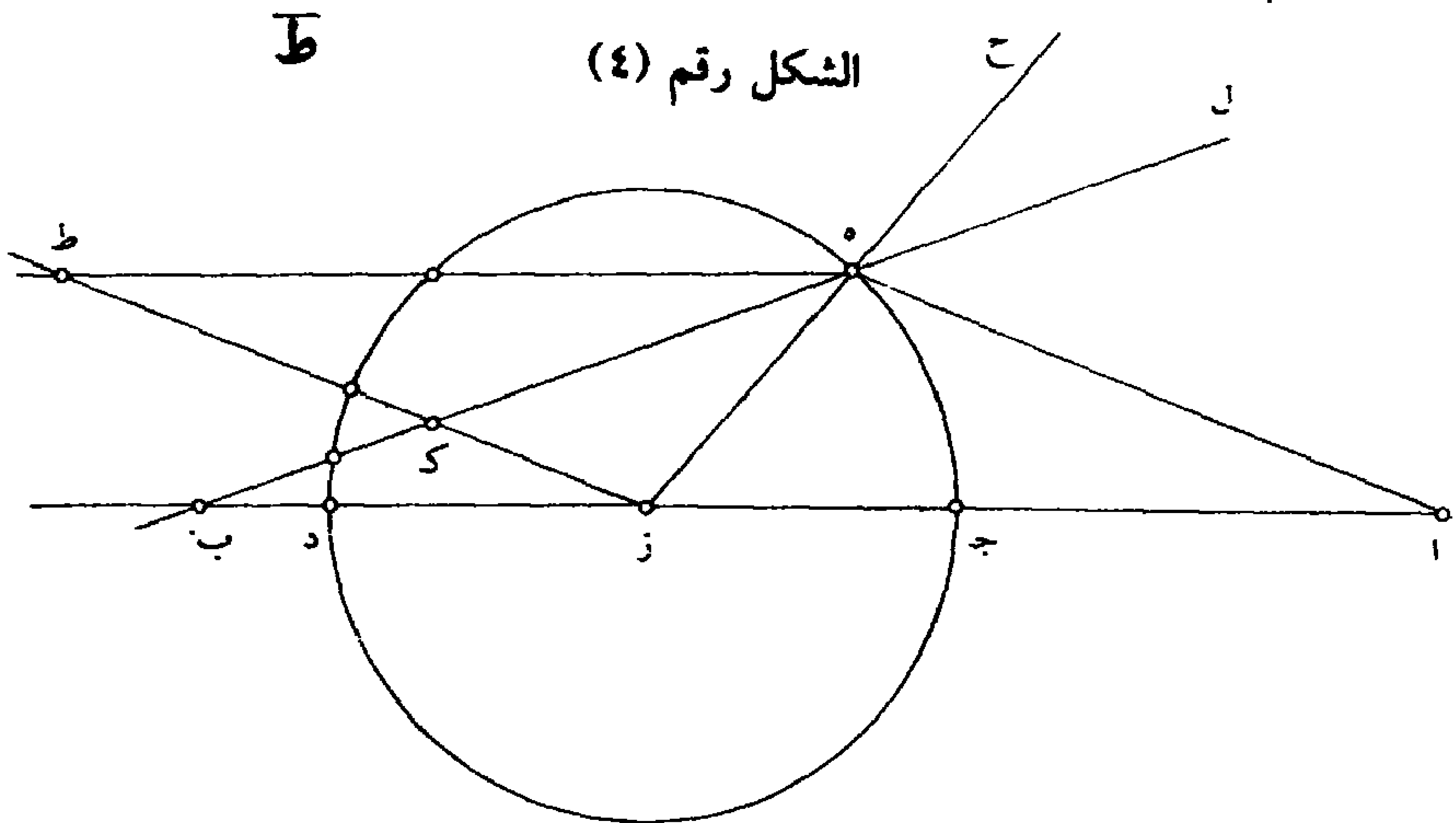
1 ويتبين: وتبين [ف] ـ 3 وكان: فان [ف، ك] ـ 6 زَ: ناقصة [ك] دَ[ف] ـ 8 نسبة: ناقصة [ك] ولكنها مثبتة في [ت] ـ 9 الصورة: الصور [ف] ـ 11 يحدث: مهملة [ف، ك] ـ 12 الضوء: للضوء [ف]؛ ولهذا يمكن أن نقرأ «تحدث بينهما للضوء»، ولكن آثرنا ما أثبتناه ـ 15 اعتباره: اعتبابه [ف] ابن الهيثم يشير هنا إلى الآلة التي اعتبر بها، فيما سبق من كتابه، انعطاف الضوء ـ 16 ط ه ك: ك ه ط [ك] ـ 17 هي: ناقصة [ك].

وخط ه ك يلقى خط ا د، فليلقه على نقطة ب. ونخرج من نقطة ه خطاً موازياً لخط ز ط، فهو يلقى خط د جـ خارج الدائرة مما يلي نقطة جـ، فليلقه على نقطة ا. ونخرج ب ه إلى ل، فيكون زاوية ل ه ا مساوية لزاوية ز ك ه وزاوية ل ه ح مساوية لزاوية ز ه ك؛ فتكون زاوية ل ه ا هي زاوية الانعطاف التي تُوجبها زاوية ل ه ح.

فإذا كانت نقطة ب في مبصر من المبصرات، وكان الجسم المشف – الذي محدبه يلي نقطة ا – متصلاً ملتئماً من نقطة ه إلى نقطة ب وغيرَ منفصل عند محيط دائرة جـ ه د مما يلي نقطة ب، فإن صورة نقطة ب تمتد على خط ب ه وتنعطف على خط ه ا ويُدركها بصر ا من سمت خط ا ه.

ط

الشكل رقم (٤)



وتكون زاوية ا ه ح ونظائرها تنقسم بنسب كثيرة من النسب التي بين زوايا الانعطاف / والزوايا التي تحيط بها الأعمدة والخطوط الأولى التي تحدث بين ف - ٨٥ - و الجسمين المشفين. فيكون على خط د ب نقط كثيرة تمتد صورها إلى قوس

1 ه ك: ه ح [ف، ك]/ ب: وكتب فوقها كلمة «صح»، مما يعني أنه راجعها على الأصل ه [ك]/ ه: ب وكتب فوقها ه مع كلمة «صح» [ك] - 2 ز ط: ط ز [ك]/ د جـ: ز ح [ك]/ جـ: ح [ك] - 11 الأولى: الأول [ف، ك].

جـ ه، وتنعطف إلى نقطة آ. ويكون الخط – الذي عليه تلك النقط – تنعطف صورة جميعه إلى بصر آ من قوس جـ ه. فإذا كان البصر في جسم مشف، وكان المبصر في جسم مشف أغلظَ من الجسم الذي يلي البصر، وكان سطح الجسم المشف الأغلظ – الذي يلي البصر – كرياً محدبه يلي البصر، وكان / المبصر خارجاً عن الدائرة – التي حدبتها تلي البصر – وأبعدَ عن البصر ك ـ ٦٩ ـ ظ من أبعد نقطتي التقاطع بين العمود وبين محيط الدائرة، وكان الجسم المشف الغليظ – الذي يلي المبصر – متصلاً إلى الموضع الذي فيه المبصر وغير منقطع / ف ـ ٨٥ ـ ظ عند الاستدارة التي تلي المبصر، فإنه قد يمكن أن يدرك البصر ذلك المبصر بالانعطاف مع إدراكه له على استقامة. وإذا أُدرك البصر المبصر على هذه الصفة، فإن خياله يكون مركز البصر.

ثم إذا أثبتنا خط آ ب جـ، وأدرنا شكل آ ه ب حول خط آ ب، وكان الجزء من سطح الجسم المشف الذي يلي البصر كرياً، رَسمت نقطة ه دائرة في السطح المستدير المحدب الذي يلي البصر، وانعطفت صورة نقطة ب إلى بصر آ من جميع محيط الدائرة التي تحدث، إلّا أن الخيال يكون عن جميع دائرة الانعطاف يكون نقطةً واحدة هي مركز البصر. فخيال المبصر الذي بهذه الصفة أيضاً هو نقطة واحدة، إلّا أنه يعرض من هذا الوضع أن يكون البصرُ يدرك صورة المبصر عند موضع الانعطاف، للعلة التي ذكرناها في الانعكاس عن المرايا إذا كان الانعكاس عن محيط دائرة في كرة وكان الخيال مركز البصر. فالمبصر الذي بهذه الصفة، يدرك البصر صورته مستديرةً عند دائرة

---

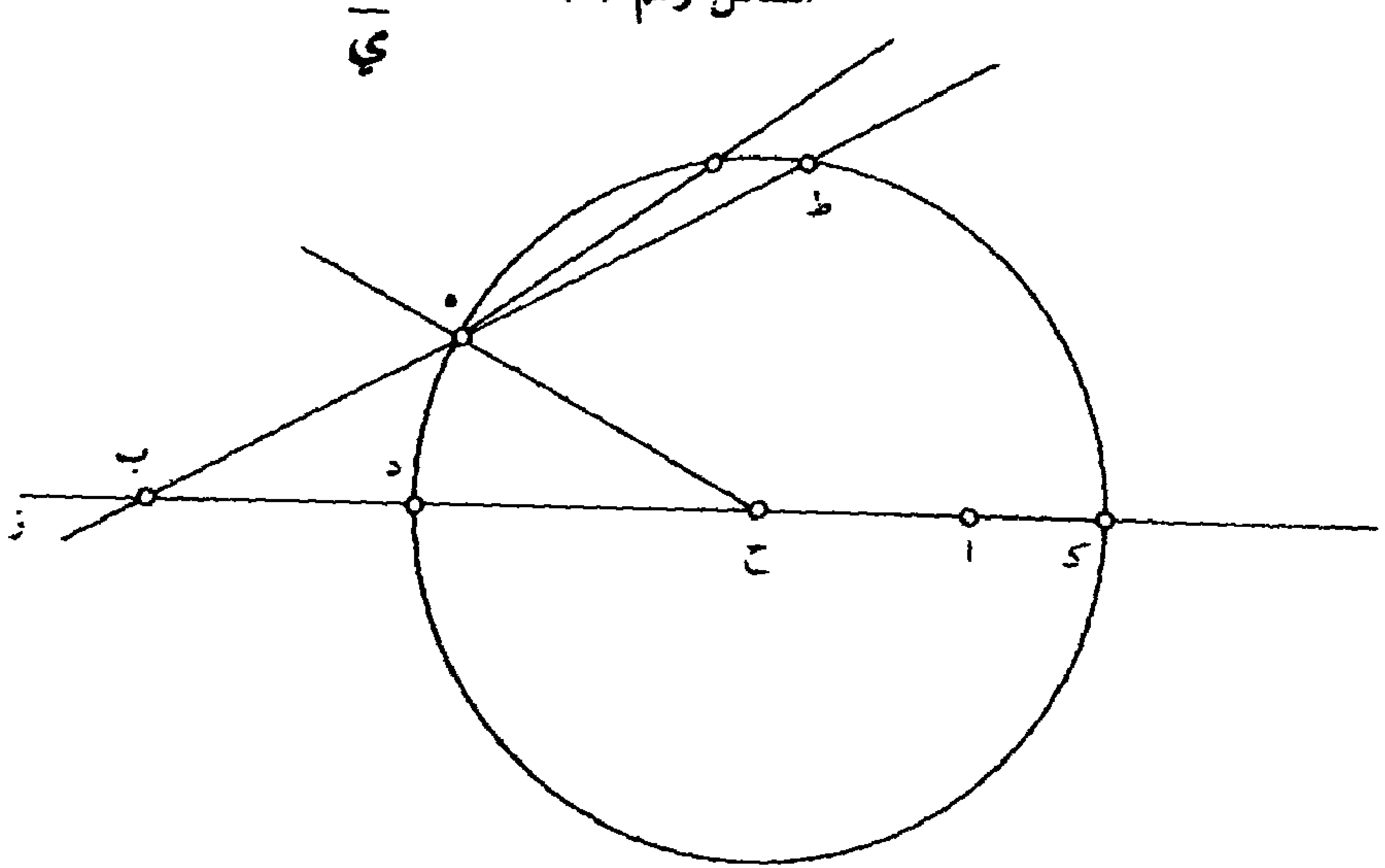
1 النقط : النقطة [ك] – 2 جميعه : جميعها [ك] ونجد في [ت] totius lineae مما يتفق مع [ف] – 3 أغلظ : أغلظ من شفيف [ك] وكلمة «شفيف» زائدة؛ وجد في [ت] ما يؤكد هذا : alio diaphano grossiore -3 ـ 4 وكان. . .البصر (الثانية) : كررها ناسخ [ك] وأشار إلى ذلك – 5 المبصر: البصر [ك] – 7 المبصر (الأولى): البصر [ف، ك] وكذلك في [ت] vuisus ـ 11 ا ب: ز د [ك].

الانعطاف، ويدرك صورته أبداً على استقامة العمود المارّ بالبصر والمبصر معاً، وذلك ما أردنا / أن نبيّن. ف - ٨٦ - و

⟨ب⟩ وأيضاً، فليكن البصر نقطة آ، ولتكن نقطة بَ في مبصر من المبصرات، وليكن من وراء جسم مشف أغلظ من الجسم المشف الذي يلي البصر، وليكن سطح الجسم المشف الذي يلي البصر سطحاً مستديراً مقعراً، تقعيره يلي البصر، فأقول : إن نقطة بَ ليس يكون لها إلّا خيال واحد، وليس يكون لها ⟨عند⟩ بصر آ إلّا صورة واحدة فقط.

وليكن مركز التقعير نقطة حَ، ونصل آحَ ونخرجه على استقامة إلى زَ، فيكون خط آزَ عموداً على السطح المقعر ونقطةُ بَ : إما أن تكون على خط آزَ أو تكون خارجة عن خط آزَ.

الشكل رقم (٥)



1 والمبصر : وبالمبصر[ك] - 3 البصر: ناقصة [ك] - 4 يلي : في الهامش [ك] - 5 البصر(الثانية) : ناقصة [ف] المبصر [ك] وهي مثبتة في [ت] - 8 آحَ : آجَ [ك] وكثيراً ما يكتب الحاء جيماً وبالعكس، ولا نشير لهذا إلا عند وضوح الاختلاف والأهمية.

فلتكن أولاً على خط ا ز، فبصر ا يدرك نقطة ب على استقامة خط ا ب ، لأن ا ب عمود على السطح المقعر. فأقول : إن بصر ا لا يدرك نقطة ب بالانعطاف.

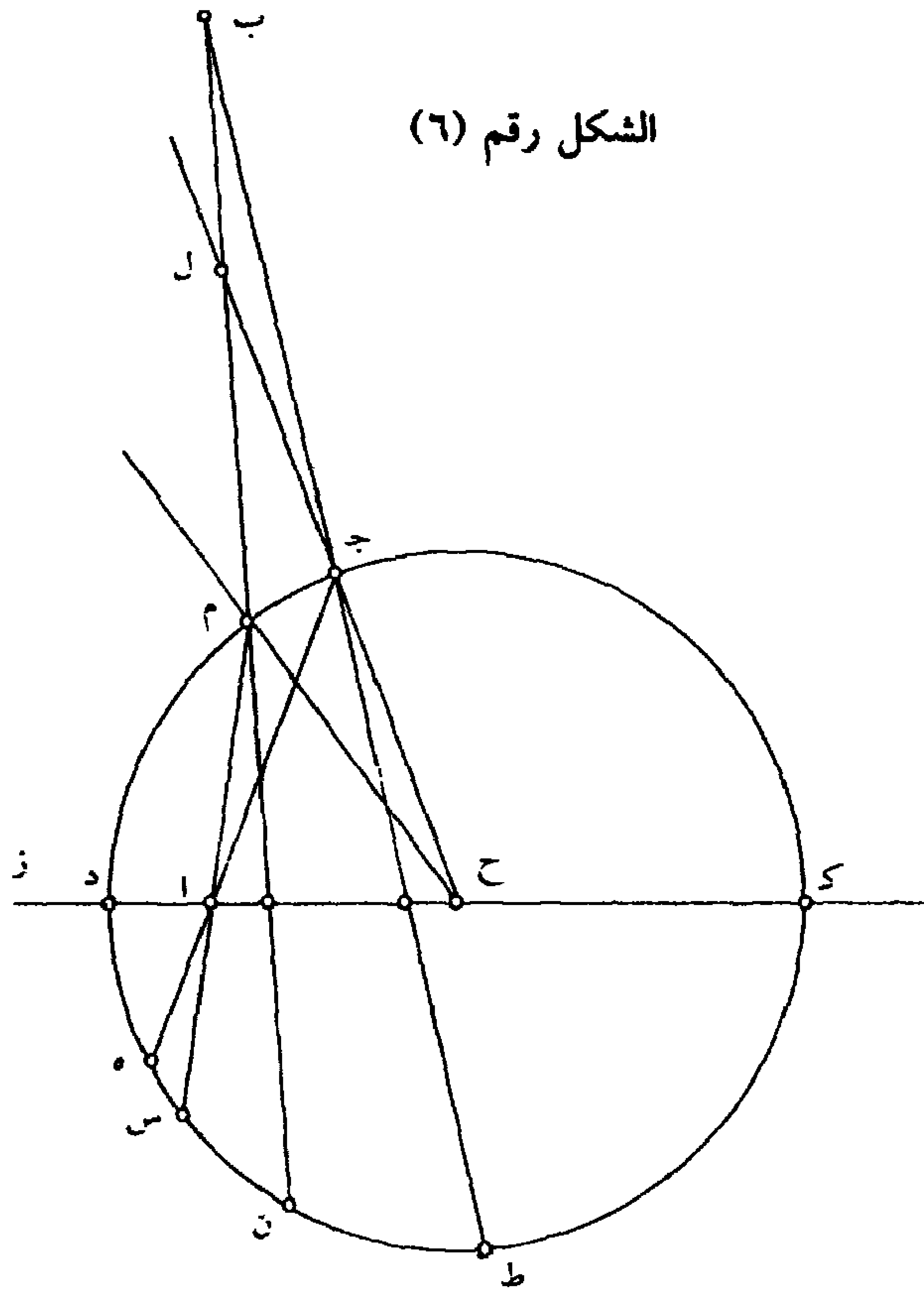
فإن أمكن، فلتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا من نقطة ه ، ونصل ب ه ح ه، ونخرج ب ه إلى ط ، فيكون زاوية ط ه ح هي التي يحيط بها الخط – الذي امتدت عليه الصورة – والعمود الخارج من موضع الانعطاف. ولأن الجسم الذي يلي نقطة ا ألطف من الجسم / الذي يلي نقطة ب ، يكون ف - ٨٦ - ظ الانعطاف إلى خلاف جهة العمود الذي هو خط ه ح. فخط ه ط إذا انعطف، بَعُدَ عن خط ه ح، وخط ه ط لا يلقى خط ب ا؛ فخط ه ط إذا انعطف، لم يلق خط ب ا على تصاريف الأحوال. فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا ، فليس يدرك بصر ا نقطة ب بالانعطاف، وهو يدركها على استقامة، فليس يدرك بصر ا لنقطة ب إلّا صورة واحدة فقط ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

ولنعد الصورة، وليكن نقطة ب خارجة عن خط ا ز، ونخرج السطح الذي فيه خط ا ز ونقطة ب. فيكون هذا السطح قائماً على السطح / المقعر، ف - ٨٧ - و ولا تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا إلّا في هذا السطح، لأنه ليس يقوم على السطح المقعر سطح مستو يمرّ بنقطة ا إلّا سطح يمرّ بخط ا ز. وليس يمر بخط ا ز وبنقطة ب إلّا سطح واحد فقط ، فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا إلّا في السطح المارّ بخط ا ز وبنقطة ب. وليكن الفصل المشترك بين هذا السطح وبين السطح المقعر قوس جـ د ه، ولتنعطف صورة نقطة ب إلى بصر

---

5 ط ه ح: ط ه جـ [ك] - 9 بَعُدَ عن: عن بُعد [ف] وفي [ت] removetur مما يتفق مع [ك] - 16 ب: في الهامش [ك] - 17 يمرّ: ثم [ف] ونجد في [ت] transit per a z مما يتفق مع [ك] - 18 ب: ر [ف] - 19 وبنقطة: فيبعطه [ف] - 20 ولتنعطف: ولنعطف [ف] وهي مهملة.

آ من نقطة جـ ؛ فأقول : إنه ليس تنعطف / صورة نقطة ب إلى بصر آ من ك - ٧٠ - و نقطة أخرى غير نقطة جـ .



الشكل رقم (٦)

فإن أمكن، فلتنعطف من نقطة أخرى، ولتكن نقطة مـ. ونصل خطوط ا جـ ب د ح جـ ا مـ ب مـ ح د، ونخرج ب جـ على استقامة إلى ط و ب مـ على استقامة إلى ن، ونخرج ح جـ على استقامة إلى ل وح مـ على استقامة إلى

3 ونصل: وتصل [ف] - 4 ا جـ ب... ا م ب: ا ح ب ح ح جـ ا م ب م [ك] وهذا أيضاً ما نجده في [ت]/ م ح د: م ح م، ثم كتب الدال فوق الميم [ف] ح م د [ك]/ ب جـ: ب ح [ك] - 5 إلى (الأولى): ناقصة [ف]/ ح جـ: جـ ح [ك].

الشكل ليس في المخطوطتين.

ع ، وتتمم دائرة جـ د ه، ولتقطع خط ا ح على نقطة ك. فنقطة ا : إما أن تكون على خط ك د أو خارجة عن خط ك د في جهة ك.

فإن كانت نقطة ا على خط ك د، فهي : إما على نقطة ح أو على أحد خطي د ح ح ك.

فإن كانت نقطة ا على ح ، فليس تنعطف / إليها صورة نقطة ب ، لأن الخطوط التي تصل بين الجسم المستدير وبين نقطة ح هي أعمدة على سطح الجسم المشف الذي يلي نقطة ا والانعطاف ليس يكون على العمود نفسه بل إنما يكون ⟨خارجاً⟩ عن العمود، فليس تنعطف صورة نقطة ب إلى بصر ا ، إذا كان بصر ا على نقطة ح. ف - ٨٧ - ظ

وإن كانت نقطة ا على خط ح د ، فإن خط جـ ط يكون فيما بين خطي جـ ا جـ ح وكذلك خط م ن يكون فيما بين خطي م ا م ح ، لأن الانعطاف هو إلى خلاف جهة العمود لأن الجسم المشف الذي يلي البصر ألطف من الجسم الذي يلي المبصر. وإذا كان خط جـ ط فيما بين خطي جـ ا جـ ح وكانت نقطة ا على خط ح د، فإن زاوية ب جـ ا تكون مما يلي نقطة د ، وكذلك زاوية ب م ا تكون مما يلي نقطة د ، وتكون نقطة ب من وراء خط ح جـ ل ، أعني مما يلي نقطة ك عن خط ح جـ ل. وتكون زاوية ط جـ ح هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمودُ الخارج من موضع الانعطاف، وكذلك زاوية ن م ح ، وتكون زاوية / ط جـ ا هي زاوية الانعطاف، وكذلك زاوية ن م ا. وزاوية ن م ح : إما أن تكون مساوية لزاوية ط جـ ح وإما أن تكون أعظم منها وإما أن تكون أصغر منها. ف - ٨٨ - و

---

1 ع: غين [ف] - 2 ك د (الأولى): ك ز [ك] - 4 د ح: ز ح [ك] - 8 <خارجاً> : ونجد في [ت] extra - 10 جـ ط: ح ط [ف] - 11 وكذلك: ولذلك [ك] وهذا ما نجده في [ت] ideo - 13 جـ ح: د ح [ف] - 14 تكون: تكون زاوية [ك] - 16 - 15 خط ح جـ ل: نقطة جـ د ل [ف] - 16 خط: أثبتها في الهامش [ك]/ ح جـ ل: ح د ل [ف] - 18 م ح: ن م ا [ف]/ وتكون زاوية ط جـ ا هي ز: مكررة في الهامش [ف] ٨٨ - و، ويبدو أنها بخط آخر.

وإن كانت زاوية ن مـ ح مساوية لزاوية ط جـ ح، فإن زاوية ا مـ ن مساوية لزاوية ا جـ ط ، فتكون زاوية ب مـ ا مساوية لزاوية ب جـ ا ، وهذا محال.

وإن كانت زاوية ن مـ ح أعظم من زاوية ط جـ ح ، فإن زاوية ا مـ ن أعظم من زاوية ا جـ ط ، فتكون زاوية ب مـ ا أصغر من زاوية ب جـ ا ، وهذا محال.

وإن كانت زاوية ن مـ ح أصغر من زاوية ط جـ ح ، فإن زاوية ا مـ ن أصغر من زاوية ا جـ ط، ويكون جميع زاوية ا مـ ح أصغر من جميع زاوية ا جـ ح ، ويكون نقصان زاوية ا مـ ن عن زاوية ا جـ ط أقل من نقصان زاوية ا مـ ح عن زاوية ا جـ ح. ونقصان زاوية ا مـ ح عن زاوية ا جـ ح هو نقصان زاوية جـ ح مـ عن زاوية جـ ا مـ لأن الزاويتين اللتين عند تقاطع خطي ا جـ مـ ح متساويتان؛ فنقصان زاوية ا مـ ن عن زاوية / ا جـ ط هو أصغر من نقصان زاوية جـ ح مـ عن زاوية جـ ا مـ. ونخرج خطي جـ ا مـ ا إلى نقطتي ه س. فتكون زاوية جـ ا مـ هي الزاوية التي توترها عند محيط الدائرة قوسا جـ مـ ه س ، وزاوية جـ ح مـ هي التي يوترها عند محيط الدائرة ضعف قوس جـ مـ. وإذا كانت زاوية جـ ح مـ أصغر من زاوية جـ ا مـ، فإن ضعف قوس جـ مـ أصغر من قوسي جـ مـ ه س، ويكون نقصان ضعف قوس جـ مـ عن قوسي جـ مـ ه س هو نقصان قوس جـ مـ عن قوس ه س. فنقصان زاوية ا مـ ن عن

ف ـ ٨٨ ـ ظ

1 وإن : فان [ك] – 4 ا م ن : ا حـ ر [ك] – 8 جميع : أثبتها في الهامش [ك] / جميع : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] – 9 ويكون : و[ك] / ا جـ ط : ا ح ط [ف] – 11 جـ ا م : ح ا م [ف] / ا جـ : ا ح [ك] – 12 متساويتان : متساويان [ك] / عن : عن نقصان [ك] – 14-15 قوسا جـ م ه س : قوس حمطس [ك]، والعبارة صحيحة في [ت] – 15 الدائرة : للدائرة [ف] / ضعف : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] – 17 ه س : طس [ك] – 17-18 ويكون ... قوس ه س : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت].

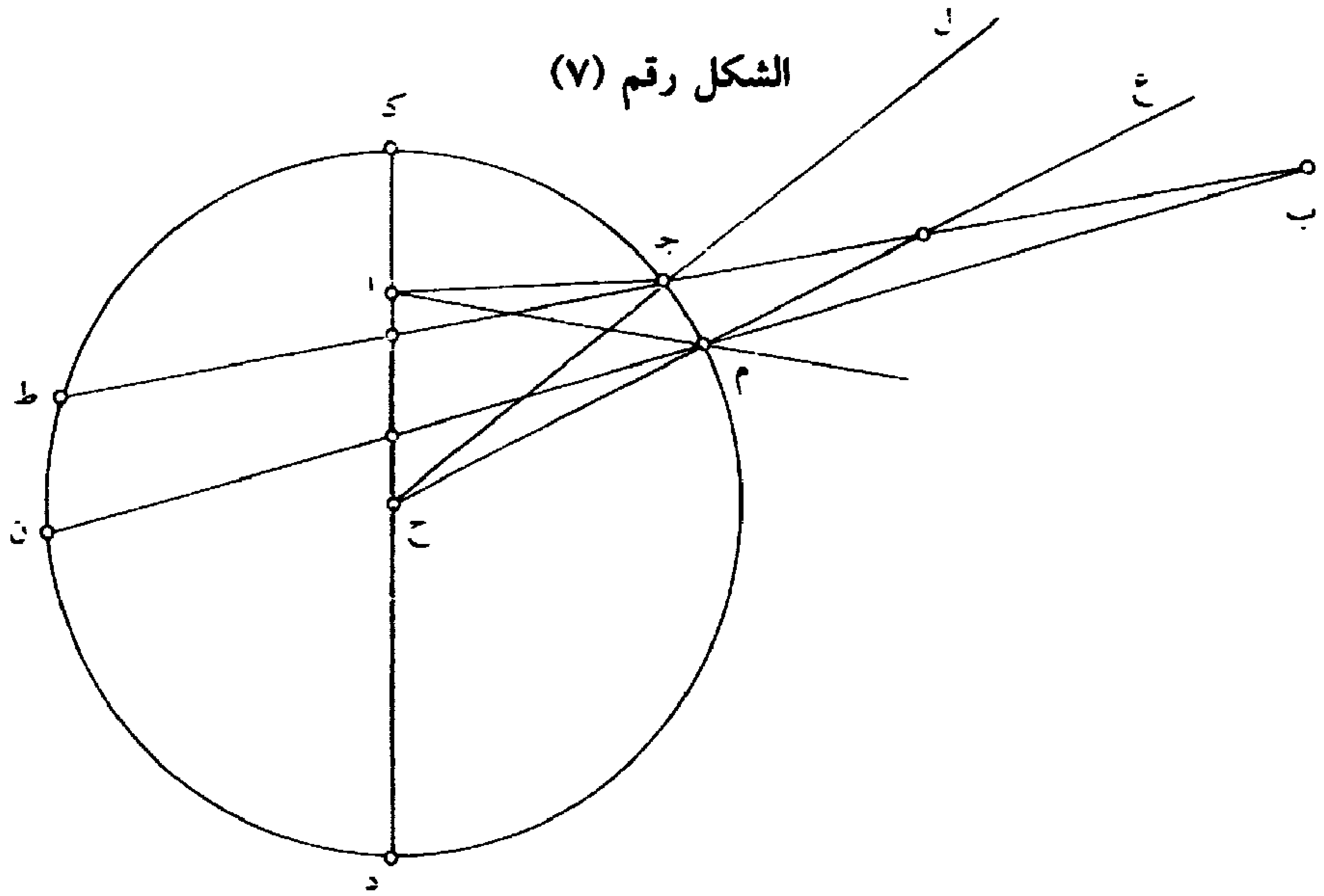
زاوية ا جـ ط أصغر من الزاوية التي يوترها عند محيط الدائرة نقصان قوس جـ مـ عن قوس ه س، فهو أصغر من زاوية جـ ا مـ. فزيادة زاوية ب مـ ا على زاوية ب جـ ا هي أصغر من زاوية جـ ا مـ. لكن زيادة زاوية ب مـ ا على زاوية ب جـ ا هي زاويتا جـ ا مـ جـ ب مـ، فزاويتا جـ ا مـ جـ ب مـ أصغر من زاوية جـ ا مـ، وهذا محال.

وإن كانت نقطة ا على خط ح ك، فإن خط جـ ط يكون فيما بين خطي جـ ح جـ ا، وكذلك خط مـ ن يكون فيما بين خطي مـ ح مـ ا، فتكون زاوية ب جـ ا مما يلي نقطة ك، / وكذلك زاوية ب مـ ا تكون مما يلي نقطة ك وتكون ف ـ ٨٩ ـ و نقطة ب تحت خط ح مـ ع، أعني مما يلي نقطة د عن خط ح مـ ع، وتكون كل واحدة من زاويتي ط جـ ح ن مـ ح هي الزاوية التي يحيط بها الخط الذي امتدت عليه الصورة والعمودُ الخارج من موضع الانعطاف، وتكون كل واحدة من زاويتي ط جـ ا ن مـ ا هي زاوية الانعطاف. فإن كانت زاوية ط جـ ح مساوية لزاوية ن مـ ح، فإن زاوية ط جـ ا مساوية لزاوية ن مـ ا، فتكون زاوية ب جـ ا مساوية لزاوية ب مـ ا، وهذا محال.

وإن كانت زاوية ط جـ ح أعظم من زاوية ن مـ ح، فإن زاوية ط جـ ا أعظم من زاوية ن مـ ا، فتكون زاوية ب جـ ا أصغر من زاوية ب مـ ا، وهذا محال.

3 هي : هو [ف، ك] – 4 هي : هو [ف] – 6 خطي : كتبها «نقطتي» ثم صححها عليها [ك] – 9 أعني ... ح م ع : ناقصة [ك] وهي مثبتة [ت] – 10 واحدة : واحد [ف] – 13 مساوية ... ط جـ ا : في الهامش [ك].

الشكل رقم (٧)



وإن كانت زاوية ط جـ ح أصغر من زاوية ن مـ ح ، فإن زاوية ط جـ ا أصغر من زاوية ن مـ ا ، فيكون جميع زاوية ح جـ ا أصغر من جميع زاوية ح مـ ا ، فتكون زاوية جـ ح مـ أصغر من زاوية جـ ا مـ ، ويكون نقصان زاوية جـ ح مـ عن زاوية جـ ا مـ أصغر من زاوية جـ ا مـ ، كما تبين / من قبل. ك - ٧٠ - ظ
ونقصان / زاوية ط جـ ا عن زاوية ن مـ ا هو أصغر من نقصان زاوية ح جـ ا ف - ٨٩ - ظ
عن زاوية ح مـ ا ، فهو أصغر من نقصان زاوية جـ ح مـ عن زاوية جـ ا مـ ، فنقصان زاوية ط جـ ا عن زاوية ن مـ ا أصغر من زاوية جـ ا مـ . ونقصان زاوية ط جـ ا عن زاوية ن مـ ا هو زيادة زاوية ب جـ ا على زاوية ب مـ ا ، فزيادة زاوية ب جـ ا على زاوية ب مـ ا هي أصغر من زاوية جـ ا مـ . لكن زيادة

1 ط جـ ح : ط د ح [ف] ط ح جـ [ك] – 2 جميع (الثانية) : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] – 3 جـ ح م : د ع م [ف] – 5 ح جـ ا : جـ د ا [ف] – 6 ح م ا : جـ م ا [ف] – 8 ب جـ ا : ب جـ ا ه [ف] – 8-9 فزيادة ... لكن زيادة : ناقصة [ك] ناقصة في [ت] أيضاً – 9 هي : هو [ف] / زيادة : أثبتها في الهامش [ف]. الشكل ليس في المخطوطتين.

زاوية ب جـ ا على زاوية ب مـ ا هي زاويتا جـ ا مـ جـ ب مـ ، فزاويتا جـ ا مـ جـ ب مـ أصغر من زاوية جـ ا مـ ، وهذا محال.

وإن كانت نقطة آ خارجة عن خط ک د إلى ما يلي نقطة ک ، وكان الجسم المشف الذي فيه بصر آ متصلاً إلى موضع نقطة آ ، فإنا نصل خطي ا جـ ا مـ ، فهما يقطعان محيط دائرة جـ ک د ، فليقطعاها على نقطتي ص ق . وإن كانت زاوية ط جـ ح مساوية لزاوية ن مـ ح ، فإن زاوية ب جـ ا مساوية لزاوية ب مـ ا ، وهذا محال.

وإن كانت زاوية ط جـ ح أعظم من زاوية ن مـ ح ، فإن زاوية ط جـ ا أعظم من زاوية ن مـ ا ، فتكون زاوية ب جـ ا أصغر من زاوية ب مـ ا ، وهذا محال.

وإن كانت زاوية ط جـ ح أصغر من زاوية ن مـ ح ، فإن زاوية / ط جـ ا ف - ٩٠ - و
أصغر من زاوية ن مـ ا ، وجميع زاوية ح جـ ا أصغر من جميع زاوية ح مـ ا ، فتكون زاوية جـ ح مـ أصغر من زاوية جـ ا مـ . لكن زاوية جـ ح مـ هي التي يوترها عند محيط الدائرة ضعف قوس جـ مـ وزاوية جـ ا مـ ⟨هي⟩ التي يوترها عند محيط الدائرة زيادة قوس جـ مـ على قوس ص ق . / فضعف قوس جـ مـ ف - ٩٠ - ظ
أصغر من زيادة قوس جـ مـ على قوس ص ق ، وهذا محال.

---

1 زاوية ب جـ ا على زاوية ب م ا : ناقصة [ك] ناقصة في [ت] أيضاً / هي : هو [ف، ك] / جـ ب م : جـ ب ا [ك] – 3 ک د : ک ز [ك] – 4 ا جـ : ا ح [ك] – 5 جـ ک د : جـ ک ز [ك] / فليقطعاها : فليقطعانها [ف] – 6 ط جـ ح : ط د ح [ك] – 8 ط جـ ا : ط ح ا [ف، ك] – 9 ب جـ ا : ب ا [ف] – 11 ط جـ ح : ط جـ ا [ك] – 12 ح جـ ا : ح د ا [ك] – 13 جـ ح م (الثانية) : جـ م ح [ف] / م جـ ح [ك].

الشكل رقم (٨)

يا

وإذا كانت نقطة ب خارجة عن خط ا ح ، فليس تنعطف صورتها إلى بصر آ إلّا من نقطة واحدة فقط. وإذا لم تنعطف صورتها إلّا من نقطة واحدة، فليس يكون لها إلّا خيال واحد؛ ويكون خيالها : إما قدّام البصر وإما من وراء البصر وإما في موضع الانعطاف كما تبيّن فيما تقدّم، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

2 واحدة: واحد [ك] ـ 3 واحد: واحد فقط [ك].

وإن كان الجسم المشف الأغلظ يلي البصر، وكان الجسم الألطف يلي المبصر، وكان شكلاهما على ما هما عليه، أعني إذا كانت نقطة $\overline{ب}$ هي المبصر، فليس يكون للمبصر أيضاً إلّا خيال واحد، وبرهان ذلك مثل ما بيّنّاه في عكس الشكل الثامن.

3 للمبصر: المبصر [ف] / خيال واحد: خيالاً واحداً [ف، ك] – 4 نجد في [ت] «عكس الشكل السابع».

النص السادس

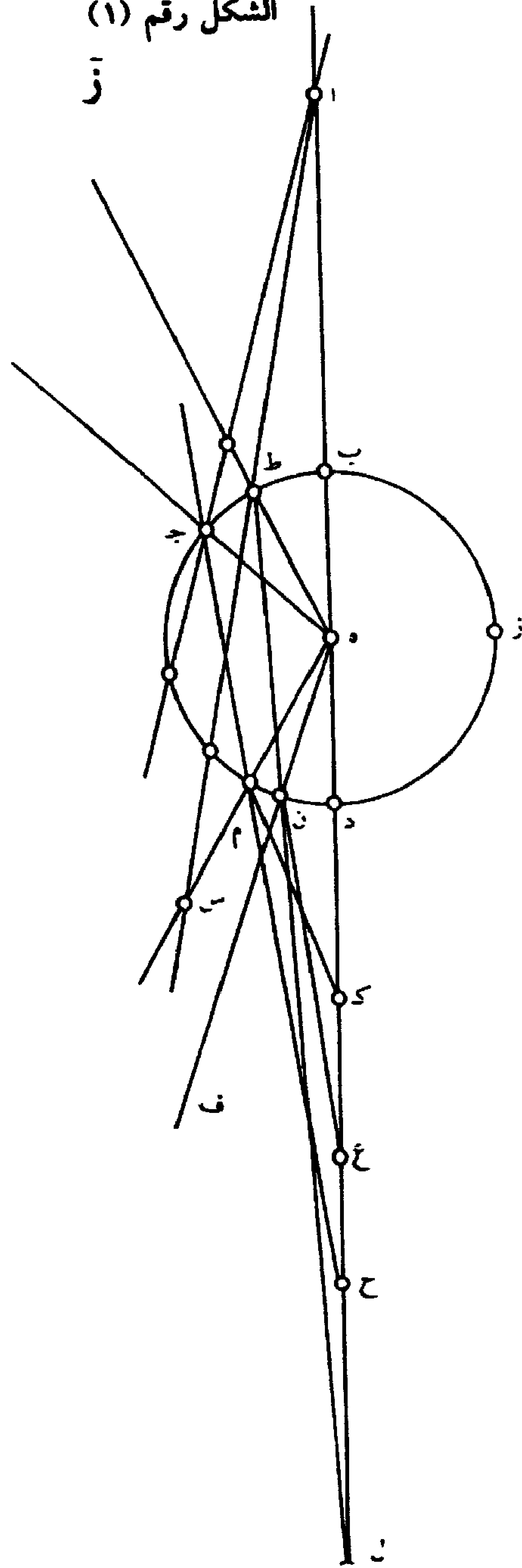
‹كتاب المناظر – المقالة السابعة›

‹ العدسة الكرية ›

إلّا أنه قد يكون في المبصرات المألوفة ما يُرى من وراء جسم مشف كري ف - ١٢١ - ظ أغلظ من الهواء ويكون محدبه يلي البصر إذا كان المبصر من وراء كرة من البلور ك - ٨٦ - و أو الزجاج أو ما يجري مجراهما وكان ذلك المبصر في الهواء لا في داخل الكرة. وأوضاع المبصرات التي بهذه الصفة أيضاً كثيرةٌ وكثيرةُ الفنون، إلّا أن هذه المبصرات قلّما يدركها البصر، وإذا أدركها فقلّما يتأملها ويميّز اختلاف صورها. فليس في ذكر جميع فنونها كثيرُ حظ، إلّا أنّا نقتصر على وضع واحد مخصوص من أوضاعها، وهو أن يكون البصر والمبصر على عمود واحد قائم على سطح الجسم الكري.

---

6 كرة: الكرة [ف] – 7 لا: الا [ف] – 11 من: ومن [ك].


الشكل رقم (١)
ز
ا
ب
ط
ج
ه
ز
د
ن
م
س
ك
ف
غ
ح
ل

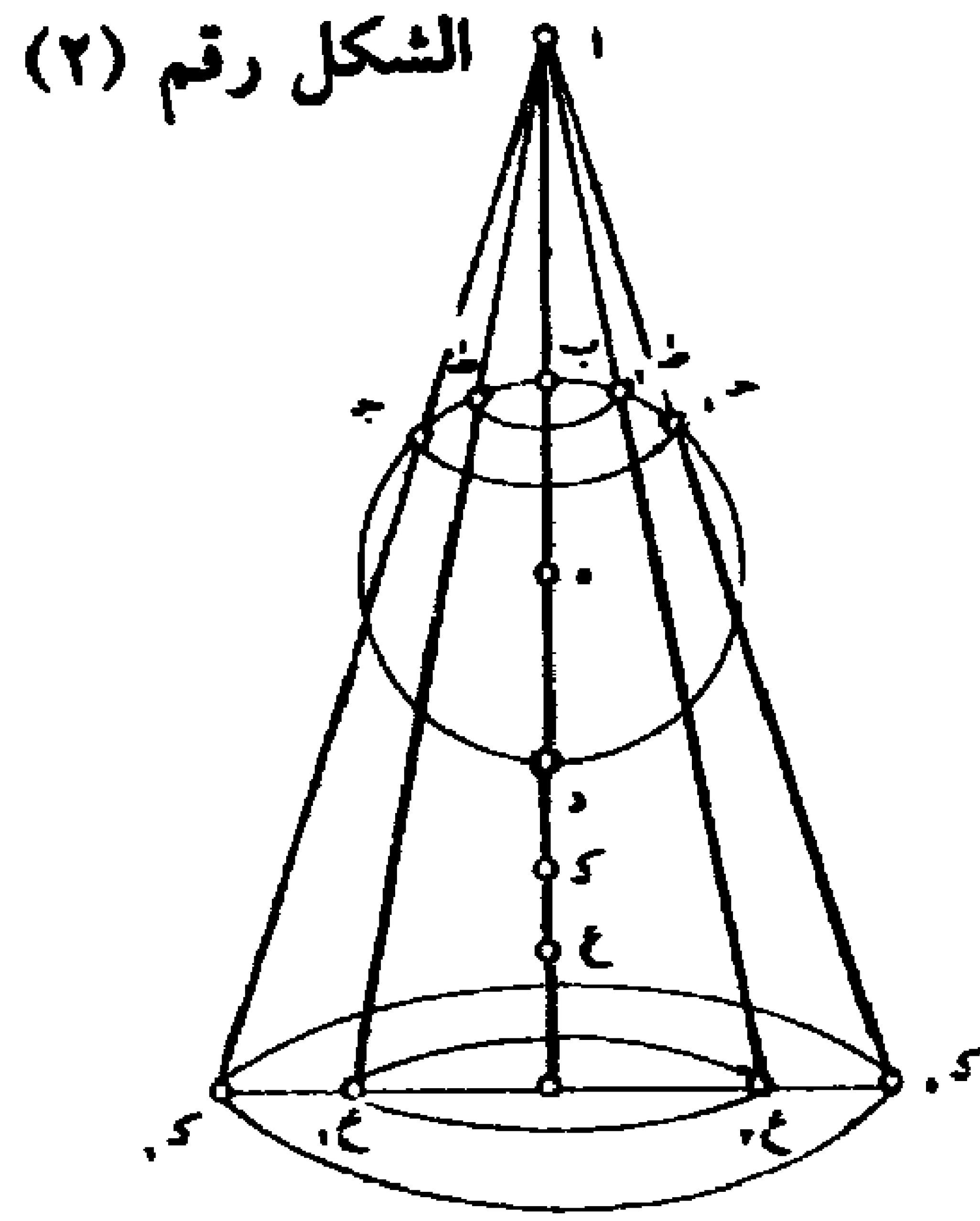
فليكن البصر نقطة آ، وليكن الجسم الكري الذي محدبه يلي البصر جسم
ب ج د ز، وليكن مركزه نقطة ه. ونصل ا ه ونخرجه على استقامة، وليقطع
سطح الكرة على نقطتي ب د، ونخرجه في جهة د إلى نقطة ح. ونخرج من
خط ا ح سطحاً مستوياً يقطع الكرة، فهو يحدث في سطح الكرة دائرةً،
فليكن / دائرة ب ج د ز. وقد تبين في الشكل التاسع من أشكال فصل ف - ١٢٢ - و
الخيال أن خط د ح عليه نقط كثيرة تنعطف صورها إلى بصر آ من محيط
دائرة ب ج د ز، وأن الخط الذي عليه تلك النقط تنعطف صورة جميعه إلى
بصر آ إذا كان ب ج د ز متصلاً وغير منقطع في جهة د. فليكن خط ح ل
تنعطف صورته إلى بصر آ من محيط دائرة ب ج د ز. وإذا كان الجسم المشف
متصلاً في جهة د، فلتكن النقطة التي تنعطف منها صورة نقطة ح إلى بصر آ
نقطة ج والنقطةُ التي تنعطف منها صورة نقطة ل إلى بصر آ نقطة ط. فتكون
صورة خط ح ل تنعطف إلى بصر آ من قوس ج ط. ونصل خطوط ح م
ج ح ا ل ن ط ط ا ⟨ج ا⟩، فصورة نقطة ح تمتدّ على خط ح ج وتنعطف
على خط ج ا وصورةُ نقطة ل تمتدّ على خط ل ط وتنعطف على خط ط ا.
ونصل خطوط ه ج ه ط ه م ه ن، ونخرج ه م إلى س ونخرج ه ن إلى ف.
فالصورة التي تمتدّ على خط ا ج تنعطف على خط ج ح وتنتهي إلى نقطة
ح، والصورة / التي تمتد على خط ا ط تنعطف على خط ط ل وتنتهي إلى ف - ١٢٢ - ظ
نقطة ل؛ هذا إذا كان الجسم المشف متصلاً إلى نقطة ح. فإذا كان جسم
الكرة منفصلاً عند السطح الكري، فإن الصورة التي تمتدّ على خط ا ج

1 الذي : الذي يلي [ك] – 2 ب ج د ز: ب ح د ز [ك] وهنا يخلط الناسخ عادة بين الجيم والحاء ولن نشير لهذا مرة أخرى – 3 في : من [ك] – 4 خط : كتب «سطح» ثم كتب فوقها «خط» [ك] – 7 النقط : النقطة [ف، ك] – 8 فليكن : وليكن [ك] – 10 فلتكن : ولتكن [ف، ك] – 11 النقطة : ناقصة [ك] / صورة : ناقصة [ك] / إلى بصر آ : ناقصة [ك] وهي مثبتة في [ت] / ط : ه [ك] – 12 صورة : صورته [ك] / ج ط : ح ط [ف، ك].

تنعطف على خط جـ مـ ، فيكون انعطافها إلى جهة العمود الذي هو ه جـ . وإذا انتهت الصورة إلى نقطة مـ ، انعطفت انعطافاً ثانياً إلى خلاف جهة العمود الذي هو خط ه مـ س ، فلتنعطف إلى نقطة كـ . وكذلك الصورة التي تمتدّ على خط ا ط تنعطف على خط ط ن وإذا انتهت إلى نقطة ن ⟨انعطفت⟩ انعطافاً ثانياً إلى خلاف جهة العمود الذي هو خط ه ن ف. فليكن انعطاف الصورة التي تنتهي إلى نقطة ن على خط ن ع ، فصورة نقطة كـ تمتدّ على خط كـ مـ وتنعطف على خط مـ جـ ثم تنعطف انعطافاً ثانياً على خط جـ ا ، وكذلك صورة نقطة ع تمتدّ على خط ع ن وتنعطف على خط ن ط ثم تنعطف انعطافاً ثانياً على خط ط ا. فصورة جميع خط كـ ع تنعطف إلى بصر ا من قوس جـ ط . وإذا أثبتنا خط ا كـ وتوهمنا شكل / ا جـ مـ كـ ف - ١٢٣ - و مستديراً حول خط ا كـ ، حدث من قوس جـ ط شكلٌ مستديرٌ كالحلقة. فتكون صورة خط كـ ع منعكسة من جميعه إلى بصر ا ، ويكون خيال خط كـ ع هو مركز البصر الذي هو نقطة ا ، فترُى صورة كـ ع في جميع السطح المستدير الذي هو موضع الانعطاف الذي على استقامة خطوط الشعاع الذي هو على شكل الحلقة. فتكون صورة خط كـ ع أعظم منه، ويكون شكل الصورة مخالفاً لشكل خط كـ ع الذي هو المبصر.

---

1 فيكون : ويكون [ك] ـ 3 فلتنعطف إلى نقطة كـ: ناقصة [ف]/ وكذلك: ولذلك [ف، ك] ـ 4 انتهت: انعطفت [ك] وفي [ت] cum fuerit refracta ـ 5 ه ن ف: ه ن ك [ف] ـ 11 حول: مكررة [ك]/ شكل مستدير: شكلاً مستديراً [ف، ك] ـ 12 فتكون: تكون [ك]/ منعكسة: هكذا، والمقصود منعطفة [ف، ك] وفي [ت] refringetur ـ 15 على: ناقصة [ك] ـ 16 مخالفاً: مخالفة [ف، ك].


الشكل رقم (٢)

وإذا اعتبر هذا المعنى وجد على ما ذكرناه. فإذا أراد المعتبر أن يعتبر هذا المعنى، فليعتمد كرةً من البلور أو الزجاج النقي، ولتكن صحيحة الاستدارة بغاية ما يمكن، وليكن جزء من الشمع يسيراً، وليكن في قدر الحمّصة، فإن الاعتبار بالجسم الصغير يكون أبين، وليسوده بسواد، فإن السواد الصغير في الجسم المشف يكون أظهر؛ وليفتل القطعة الشمع حتى تستدير وتصير على / ف ـ ١٢٣ ـ ظ شكل الكرة، ثم يغرز هذا الشمع على رأس إبرة، ثم يجعل الكرة المشفة مقابلة لإحدى عينيه ويغمض العين الأخرى، ويرفع الإبرة ويجعلها من وراء الكرة المشفة وينظر إلى وسط / الكرة المشفة، ويجعل القطعة الشمع مقابلة لوسط ك ـ ٨٦ ـ ظ الكرة حتى تصير القطعة الشمع والبصر ومركز الكرة المشفة على خط واحد مستقيم بالقياس إلى الحس، وينظر إلى سطح الكرة المشفة فإنه يرى في سطحها سواداً مستديراً على شكل الحلقة. / فإن لم يره، فليقدم القطعة ف ـ ١٢٤ ـ و

1 أن : بأن [ك] – 2 صحيحة : صحيح [ك] – 3 بغاية : لغاية [ك] / جزء : جزءا [ف، ك] – 5 أظهر : ناقصة [ك] / القطعة : النقطة [ك] / القطعة الشمع : وردت هكذا [ف، ك] والأفصح «قطعة الشمع» – 6 يغرز ... إبرة : غرز الإبرة في الشيء «أدخلها»، وبالتالي لا يصح القول «غرز الشمع» وإن فهم المعنى.
الشكل ليس في المخطوطتين.

الشمع ويؤخرها إلى أن يرى السواد المستدير. فإذا رأى السواد المستدير، فليحط الشمع فإنه يبطل ذلك السواد المستدير، ثم يرد الشمع إلى موضعه فإنه يرى ذلك السواد المستدير.

فيتبيّن من هذا الاعتبار أن المبصر إذا كان من وراء جسم كري مشف أغلظ من الهواء، وكان البصر وذلك المبصر ومركز الجسم الكري على خط واحد مستقيم، فإن البصر يدرك ذلك المبصر على شكل الحلقة.

وإن كانت ب جـ د ز في جسم أسطواني أيضاً، وكان شفيف ذلك الجسم أغلظ من شفيف الهواء، فإن صورة خط كـ ع ترى عند قوس جـ ط وعلى القوس المساوية لها النظيرة لها التي من قوس ب ز. ولكن ليس تكون هذه الصورة مستديرة، لأن شكل ا جـ مـ كـ إذا دار حول خط ا كـ فليس يمرّ قوس جـ ط بجميع سطح الأسطوانة، ولكن ربّما انعطفت الصورة من بعض قطوع الأسطوانة، إلا أنها لا تكون متصلة على استقامة، لأن السطح الذي يخرج من خط ا كـ ويمرّ بسهم الأسطوانة يحدث في سطح الأسطوانة / الذي يلي بصر آ خطاً مستقيماً يمرّ بنقطة ب ممتداً في طول الأسطوانة. ولاتنعطف صورة خط كـ ع من ذلك الخط المستقيم، لأن خط كـ ب يكون عموداً على ذلك الخط المستقيم. فليس تكون الصورة مستديرةً إذا كان الجسم أسطوانياً، بل تكون صورتين، منقطعة إحداهما عن الأخرى. فيرى خط كـ ع اثنين، وكلُّ واحد من الاثنين أعظم من خط كـ ع، وتكون كلُّ واحدة من الصورتين مخالفة لصورة كـ ع، ومع ذلك فإن الصورتين تكونان نقطة واحدة هي مركز البصر.

ف ـ ١٢٤ ـ ظ

10 يمر: ثم [ف] يمرّ به [ك] ـ 12 لا: ناقصة [ك] وكذلك في [ت]/ لأن: أثبتها في الهامش [ف] ـ 14 ب: ف، مهملة [ف] ـ 15 كـ ب: كـ ز [ك] ـ 17 منقطعة: منعطفة [ف، ك]/ عن: على [ك] وفي [ت] refringitur super alteram ـ 19 تكونان: تكون [ف، ك].

النص السابع

رسالة في الكرة المحرقة

بسم الله الرحمن الرحيم – رب يسرّ وتمّم بالخير والسعادة ٧٤ ـ ظ

شعاع الشمس يخرج من الشمس على خطوط مستقيمة، وينفذ في كلّ جسم مشف مقابل للشمس. فإذا نفذ في جسم مشف، ثم لقي جسماً آخر مشفاً مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذي هو فيه ولم يكن قائماً على سطح الجسم الثاني على زوايا قائمة، انعطف ولم ينفذ على استقامته.

وإذا كان قائماً على سطح الجسم الثاني امتدّ على استقامةٍ ولم ينعطف. وإذا كان الجسم الثاني أغلظ من الجسم الأول، كان انعطاف الشعاع إلى جهة العمود القائم على سطح الجسم الثاني. وإن كان الجسم الثاني ألطف من الجسم الأول، كان انعطاف الشعاع إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الجسم الثاني، وقد بيّنا هذا المعنى في **المقالة السابعة** من كتابنا في **المناظر** وأوضحنا الطريق إلى سبره واعتباره. وتبيّن هذا المعنى أيضاً في المقالة الخامسة من كتاب بطلميوس في **المناظر**.

والزجاج والبلور والماء وما جرى مجراها أغلظ من الهواء. فإذا امتدّ شعاع الشمس في الهواء وانتهى إلى جسم من الزجاج أو البلور أو الماء أو ما جرى مجرى ذلك، ولم يكن قائماً على سطحه على زوايا قائمة، فإنه ينعطف ولا يمتدّ

14 سبره: أثبتها الناسخ مرة أخرى في الهامش.

على استقامة، ويكون انعطافه إلى جهة العمود القائم على سطح ذلك الجسم، ثم ينفذ في الجسم الثاني الذي هو الزجاج وما يجري مجراه على استقامة الخطّ الذي انعطف عليه. فإذا انتهى إلى آخره وكان من ورائه هواء، فإنه ينعطف أيضاً ويكون انعطافه إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الهواء المحيط بذلك الجسم. وإذا انعطف الشعاع من الهواء إلى الزجاج، كانت زاوية انعطافه أقلّ من نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود وأكثر من ربعها. وقد / بيّن ذلك بطلميوس في المقالة الخامسة من كتابه في **المناظر**. ٧٥ - و

وإنّ الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود كلّما عظمت عظمت زاوية الانعطاف، وكانت نسبة زاوية الانعطاف إلى الزاوية التي يحيط بها الشعاع مع العمود قبل الانعطاف أعظم. وإذا كانت زوايا الشعاع والعمود متساوية، كانت زوايا الانعطاف متساوية.

وكلّ قوسين مختلفتين تقسمان على نسبة واحدة، فإن نسبة جيب الجزء الأعظم من القوس الصغرى إلى جيب الجزء الأصغر منها أعظم من نسبة جيب الجزء الأعظم من القوس العظمى إلى جيب الجزء الأصغر منها، وهذا المعنى قد بيّناه في كتابنا في **خطوط الساعات**. وكلّ شعاع من شعاعات الشمس إذا حصل في نقطة من النقط، فإنه يحدث عند تلك النقطة حرارة ما؛ فإذا انعطف إلى نقطة واحدة شعاعات كثيرة، حصل في تلك النقطة حرارات كثيرة. وإذا كثرت الحرارة عند نقطة من النقط وتضاعفت، حدث عند تلك النقطة إحراق لفرط الحرارة.

〈آ〉

وإذ قد قدمنا هذه المقدمات، فإنا نقول: إنّ كلّ كرة من الزجاج أو البلور

---

21 فإنا : كررها في الهامش.

أو ما يجري مجراهما إذا قوبل بها جرم الشمس، فإنّ شعاع الشمس ينعطف على محيط دائرة في الكرة إلى نقطة واحدة.

فلنبيّن ذلك بالبرهان : وليكن كرة من الزجاج أو ما يجري مجراه عليها ا ب ج . فهذه الكرة إذا قوبل بها الشمس وأشرق عليها ضوء الشمس، فإنّ بين مركز الكرة وبين مركز الشمس خطّ متخيّل على جميع الأحوال. فإذا تُوهم سطح يخرج من ذلك الخطّ ويقطع جرم الشمس، فإنه يحدث في الكرة دائرة ويحدث في جرم الشمس دائرة.

فلتكن الدائرة التي في الكرة دائرة ا ب ج ، ولتكن الدائرة التي في الشمس دائرة ه ز ح ، وليكن مركز الكرة نقطة د ، ومركز الشمس نقطة ط ، وليكن الخط الذي يمرّ بمركزيهما – الذي فيه خرج السطح – خط ط ز ا د ج / ولينفذ على استقامة إلى ك. ونتوهم نقطة على محيط دائرة ٧٥ ـ ظ ا ب ج قريبة من نقطة ا ولتكن نقطة م ، ونتوهم خطاً يخرج من نقطة م في سطح دائرة ا ب ج ، ويكون موازياً لخط ا ط ، وننفذه في الجهتين، فهو ينتهي إلى محيط دائرة ه ز ح ، فلينته إلى نقطة ح ، ولينته في الجهة الأخرى إلى محيط دائرة ا ب ج ، فلينته إلى نقطة ن ، فيصير هذا الخطّ خطّ ح م ن . ونصل د م وننفذه إلى ف ، فيكون د م عموداً على سطح كرة ا ب ج التي من الزجاج أو البلور، وتكون زاوية ح م ف مثل زاوية ن م د .

وشعاع الشمس يمتدّ ⟨من كلّ نقطة⟩ منها [شعاع] على كلّ خطّ يخرج من تلك النقطة في كلّ جسم مشف مقابل لتلك النقطة.

وإذا حصل الشعاع عند نقطة م ، انعطف إلى جهة خطّ د م . لأن د م هو العمود القائم على سطح الكرة، وجسم الكرة أغلظ وأقلّ شفيفاً من جسم الهواء، ويكون انعطافه بحسب مقدار زاوية ح م ف ، لما تبيّن في المقدمات.

18 وشعاع : فشعاع، يستعمل المؤلف كلمة شعاع هنا كسابقيه على أنها جمع.

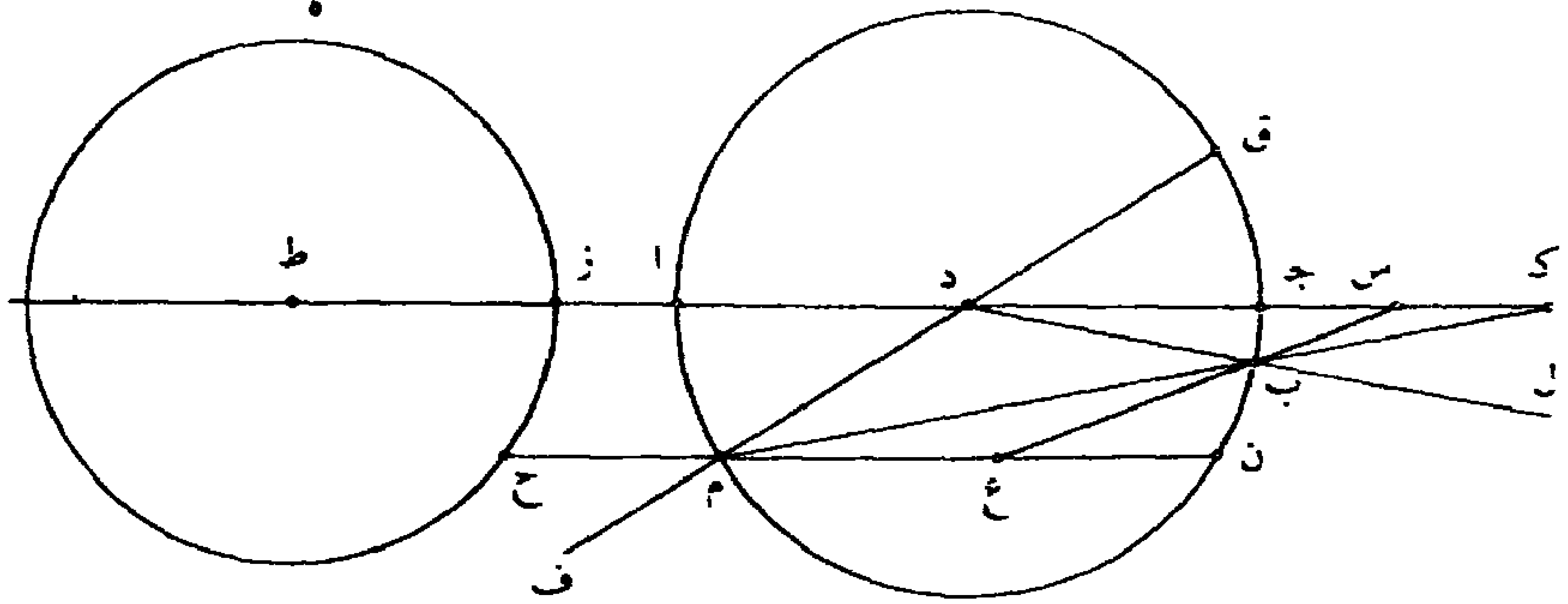
فإن كانت زاوية ح مـ ف عظيمة المقدار، كان الانعطاف كثيراً، وإن كانت هذه الزاوية صغيرة المقدار، كان الانعطاف يسيراً. وزاوية ح مـ ف مساوية لزاوية ا د مـ ، وزاوية ا د مـ بحسب قوس ا مـ . فالشعاعات التي تخرج من الشمس إلى النقط القريبة من نقطة آ يكون انعطافها يسيراً؛ والشعاعات التي تخرج إلى النقط البعيدة من نقطة آ يكون انعطافها كثيراً. ومقدار الانعطاف يكون أبداً أقلّ من نصف الزاوية النظيرة لزاوية ح مـ ف وأكثر من ربعها. وكلّما كانت الزاوية النظيرة لزاوية ح مـ ف أعظم، كانت زاوية الانعطاف أعظم نسبة إليها. فشعاع ح مـ ن ينعطف عند نقطة مـ ويكون انعطافه إلى جهة عمود د مـ . فلينعطف على خطّ مـ ب ، فتكون زاوية د مـ ب أقلّ من نصف زاوية ح مـ ف وأكثر من ربعها. ونخرج مـ د إلى ق ، فيكون قوس ق جـ مثل قوس جـ ن ، لأن كلّ واحدة منها مساوية / لقوس ٧٦ - و ا مـ . فقوس ن ب أصغر من قوس ب ق. فنقطة ب فيما بين نقطتيْ جـ ن . ونخرج مـ ب فهو يلقى خطّ جـ ك ، فليلقه على نقطة ك ، ونصل د ب وننفذه إلى ل . فلأن نقطة ب عند نهاية الكرة، يكون خطّ ب ك في الهواء؛ ولأن الشعاع ينتهي إلى نقطة ب ، وليس هو عموداً على سطح الكرة، لأن العمود الذي يخرج من نقطة ب هو خطّ د ب ل ، يكون الشعاع ينعطف عند نقطة ب ، ويكون انعطافه إلى خلاف جهة العمود القائم على سطح الهواء المحيط بالكرة الذي هو خطّ ب ل ، فلينعطف الشعاع على خطّ ب س . فالشعاع الذي يمتدّ على خطّ ح مـ ينعطف على خطّ مـ ب ، ثم ينعطف على خطّ ب س وينتهي إلى نقطة س .

وإذا توهمنا خطّ ك ط ثابتاً. وتوهمنا سطح س ب مـ ح دائراً حول خطّ ط ك . أحدثت نقطة ب دائرة في كرة ا ب جـ . وأحدثت نقطة مـ دائرة في

13 مـ ب : من ب.

كرة ا ب جـ . وأحدثت نقطة ح دائرة في كرة الشمس. وتكون كلّ نقطة من الدائرة التي في كرة الشمس يخرج منها شعاع إلى نقطة من الدائرة التي ترسمها نقطة م ، وتنعطف إلى نقطة من الدائرة التي ترسمها نقطة ب . وتنعطف إلى نقطة س.

الشكل رقم (١)



فكلّ كرة من الزجاج أو البلور إذا قوبل بها الشمس، فإنه ينعطف شعاع الشمس من محيط دائرة منها إلى نقطة واحدة على سهمها، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

‹ب›

ولنعد دائرة ا ب جـ والخطوط / التي فيها. فأقول : إنّ زاوية د س ب ٧٦ - ظ
هي ضعف زاوية الانعطاف.

الشكل رقم (٢)

برهان ذلك: أنا نخرج خطّ س ب في جهة ب، فهو يلقى خطّ م ن، فليلقه على نقطة ع.

فلأن شعاع م ب انعطف على خطّ ب س، يكون متى خرج شعاع على خطّ س ب، انعطف على ب م. فتكون زاوية د ب م هي التي تبقى بعد زاوية الانعطاف، وزاوية د ب م مثل زاوية د م ب وزاوية د م ب هي التي تبقى بعد زاوية الانعطاف التي عند نقطة م. وإذا كانت هاتان الزاويتان متساويتين، فزاوية الانعطاف التي عند نقطة ب مساوية لزاوية الانعطاف التي عند نقطة م، لأن شفيف الكرة متشابه وشفيف الهواء متشابه، فزوايا الانعطاف تكون متساوية. وزاوية الانعطاف التي عند نقطة ب هي زاوية ك ب س، لأن الشعاع الذي انعطف هو شعاع م ب، وزاوية الانعطاف التي عند نقطة م هي زاوية ب م ن، فزاوية ك ب س مثل زاوية ب م ن، فزاوية م ب ع مثل زاوية ب م ع، فزاوية س ع ن ضعف زاوية ب م ع.

3 م ب: م ن – 11 هي: يلي.

وزاوية ب م ع هي زاوية الانعطاف، وزاوية س ع ن مثل زاوية د س ب لأن خطّيْ د س م ن متوازيان، فزاوية د س ب ضعف زاوية الانعطاف، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

〈جـ〉

ولنعد الصورة. فأقول : إنه ليس ينعطف إلى نقطة س شعاع آخر من الشعاعات الموازية لخطّ ا د جـ التي في سطح دائرة ا ب جـ.

برهان ذلك : أنه لا يمكن، فإن أمكن، فلينعطف إليها شعاع آخر، وليكن شعاع ه ن ع س، فتكون زاوية / ع س د ضعف زاوية الانعطاف التي ٧٧ ـ و
عند نقطة ن. ونصل د ن د ع ونخرج ن د إلى ص، فتكون زاوية ص د ع ضعف زاوية د ن ع التي هي الباقي بعد زاوية الانعطاف. وزاوية ص د جـ مساوية لزاوية ا د ن المساوية للزاوية التي يحيط بها شعاع ه ن مع عمود د ن، إذا خرج د ن في جهة ن. فزاوية جـ د ع هي زيادة ضعف الزاوية الباقية بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. وكذلك زاوية جـ د ب هي زيادة ضعف الزاوية الباقية بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. وقد تبيّن في المقدمات أنّ الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود كلّما عظمت عظمت زاوية الانعطاف، وكانت نسبة زاوية الانعطاف إلى الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود أعظم؛ وأنّ زاوية الانعطاف تكون أبداً أقلّ من نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع 〈والعمود〉 وأكثر من ربعها. وقد تبيّن في الشكل الذي قبل هذا الشكل أنّ زاوية ا د م مساوية للزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود، وكذلك زاوية ا د ن؛ فنسبة زاوية الانعطاف

8 ه ن ع س: ه ع س – 10 د ن ع: د ع – 19 ا د م: ا د ن – 20 ا د ن: ا د م.

التي عند نقطة ن إلى زاوية ا د ن أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة م إلى زاوية ا د م. فنسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة ن إلى نصف زاوية ا د ن أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة م إلى نصف زاوية ا د م. فبالتفصيل تكون نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة ن إلى تمام النصف أعظم من نسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة م إلى تمام النصف. وتمام النصف هو زيادة الباقي بعد الانعطاف على النصف. فنسبة زاوية الانعطاف التي عند نقطة ن إلى زيادة الباقي بعد الانعطاف على النصف، ⟨بل⟩، فنسبة ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة ن إلى ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د ن / أعظم من نسبة ضعف زاوية ٧٧ ـ ظ الانعطاف التي عند نقطة م إلى ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د م. وضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د ن هو زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية ا د ن. وكذلك ضعف زيادة الباقي بعد الانعطاف على نصف زاوية ا د م هو زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية ا د م. وزاوية ع س د هي ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة ن، وزاوية ب س د هي ضعف زاوية الانعطاف التي عند نقطة م. وزاوية ع د جـ هي زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على زاوية ا د ن، وزاوية جـ د ب هي زيادة ضعف ⟨الباقي⟩ بعد الانعطاف على زاوية ا د م. فنسبة زاوية ع س د إلى زاوية ع د س أعظم من نسبة زاوية ب س د إلى زاوية ب د س. وبالتبديل تكون نسبة زاوية ع س د إلى زاوية ب س د أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية ب د جـ. وزاوية الانعطاف أقلّ من

4 فبالتفصيل: بالتفصيل – 11 وضعف: وضعت، ثم اقترح الصواب في الهامش مشيرًا إليه بـ «ظ»، أي «والظاهر» – 14 ع س د: أثبت الناسخ جـ في الهامش لتحل محل د، وهي نفس الزاوية – 15 ب س د: ف س.

نصف الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود، وأكثر من ربعها، فزاوية الانعطاف أعظم من تمام النصف. فضعف زاوية الانعطاف أعظم من ضعف تمام النصف. فزاوية ع س د أعظم من زاوية ع د جـ ، وكذلك زاوية ب س د أعظم من زاوية ب د جـ .

ونجعل نقطة س مركزاً، ونديز ببعد س ع قوساً من دائرة، وليكن قوس ع ف ت ، ولتكن نقطة ف على خطّ د س ، ونقطة ت على محيط الدائرة؛ فيكون قوس ع ف مثل قوس ف ت ، لأن الخطّ الذي يخرج من نقطة س إلى نقطة ت يكون مساوياً لخطّ س ع ، والخطّ الذي يخرج من نقطة د إلى نقطة ت يكون مساوياً لخطّ د ع. ونصل ت ع ، فيكون عموداً على خطّ د س ، ويُقسم بنصفين على خطّ د س ، ويكون قوس ت جـ مثل قوس جـ ع . ونخرج س ب على استقامة في جهة ب ، فهويقطع خطّ / ت ع ويلقى ٧٨ - و قوس ع ف ت. فليقطع خطّ ت ع على نقطة ر ويلقى القوس على نقطة و، فتكون نسبة قوس ع ف إلى قوس ف و كنسبة زاوية ع س د إلى زاوية د س ب ؛ ونسبة قوس ع جـ إلى قوس جـ ب كنسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية جـ د ب . وقد تبيّن أنّ نسبة زاوية ع س د إلى زاوية د س ب أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية جـ د ب ، فنسبة قوس ع ف إلى قوس ف و أعظم من نسبة قوس ع جـ إلى قوس جـ ب ؛ فنسبة قوس و ع إلى قوس ع ف أعظم من نسبة قوس ب ع إلى قوس ع جـ ، فنسبة قوس و ع إلى قوس ع ت أعظم من نسبة قوس ب ع إلى قوس ع ت ؛ فنسبة قوس ع و إلى قوس و ت أعظم من نسبة قوس ع ب إلى قوس ب ت. فلتكن نسبة قوس ع ي إلى قوس ي ت كنسبة قوس ع ب إلى قوس ب ت؛ فتكون نسبة قوس ت ي إلى

3 وكذلك : ولذلك – 6 ع ف ت كتبها ع و ف وأثبت الصحيح في الهامش – 7 ف ت : كتبها ف و وأثبت الصحيح في الهامش.

قوس ي ع كنسبة ⟨قوس⟩ ت ب إلى قوس ب ع. ونصل س ي، فهو يقطع خطّ ت ع : فليقطعه على نقطة خ. وخطّ د ب يقطع خطّ ت ع. فليقطعه على نقطة ش، فتكون نسبة جيب قوس ت ب إلى جيب قوس ب ع كنسبة ت ش إلى ش ع. ونسبة جيب قوس ت ي إلى جيب قوس ي ع كنسبة ت خ إلى خ ع. وقوس ف ع أعظم من الشبيهة بقوس جـ ع. لأن زاوية ع س د أعظم من زاوية ع د جـ، فقوس ت ف ع أعظم من الشبيهة بقوس ت جـ ع. ونسبة قوس ت ي إلى قوس ي ع كنسبة قوس ت ب إلى قوس ب ع، فنسبة ت ش إلى ش ع أعظم / من نسبة ت خ إلى خ ع لما تبيّن في ٧٨ ـ ظ
المقدمات، وهذا محال.

الشكل رقم (٣)

فليس نسبة قوس ع و إلى ⟨قوس⟩ و ت أعظم من نسبة قوس ع ب إلى قوس ب ت، فليس نسبة زاوية ع س د إلى زاوية د س ب أعظم من نسبة

3 ش : مهملة، ولن نشير إليها مرة أخرى – 6 ع س د : أثبت في الهامش ع س جـ – 10 فليس : وليس.

زاوية ع د جـ إلى زاوية جـ د ب. لكنه قد تبيّن أنّ نسبة زاوية ع س د إلى زاوية د س ب أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية جـ د ب. وهذا محال. فليس ينعطف إلى نقطة س شعاع من الشعاعات الموازية لخطّ ا جـ غير شعاع واحد. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

〈د〉

وإذ قد تبيّن ذلك، فإنا نقول : إنّ الشعاع الذي ينعطف من نقطة ع ينتهي إلى نقطة من خطّ جـ س فيما بين نقطتيْ جـ س، ولا ينتهي إلى نقطة من وراء نقطة س.

وإن أمكن، فلينعطف الشعاع من نقطة ع إلى نقطة من وراء نقطة س. ولنعد الصورة، وليكن الشعاع مثل شعاع ع ل، فتكون زاوية ل ضعف زاوية الانعطاف. وتكون أعظم من زاوية س، وتكون نسبتها إلى زاوية س أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية ب د جـ. ولتكن نسبة زاوية ع ل د إلى زاوية د ل ي كنسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية ب د جـ. ولتكن نقطة ي على قوس ت ف ع، فتكون زاوية ي ل د أعظم من زاوية ب س د، فخطّ ي ل يلقى خطّ ب س من وراء نقطة س، فخطّ ل ي فيما بين خطّيْ س ب ل ع، فهو يقطع خطّ ت ع، فليقطعه على نقطة خ، مثل خطّ ل خ ي. فتكون نسبة قوس ع ف إلى قوس ف ي كنسبة زاوية ع ل د إلى زاوية ي ل د، التي هي نسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية ب د جـ؛ فنسبة قوس ع ف إلى قوس ف ي كنسبة قوس ع جـ إلى قوس جـ ب. فنسبة قوس ف ع إلى قوس ع ي كنسبة قوس جـ ع إلى قوس ع ب. فنسبة قوس ت ف ع إلى قوس ع ي كنسبة قوس ت جـ ع إلى قوس ع ب. فنسبة قوس ت ف ي إلى قوس ي ع

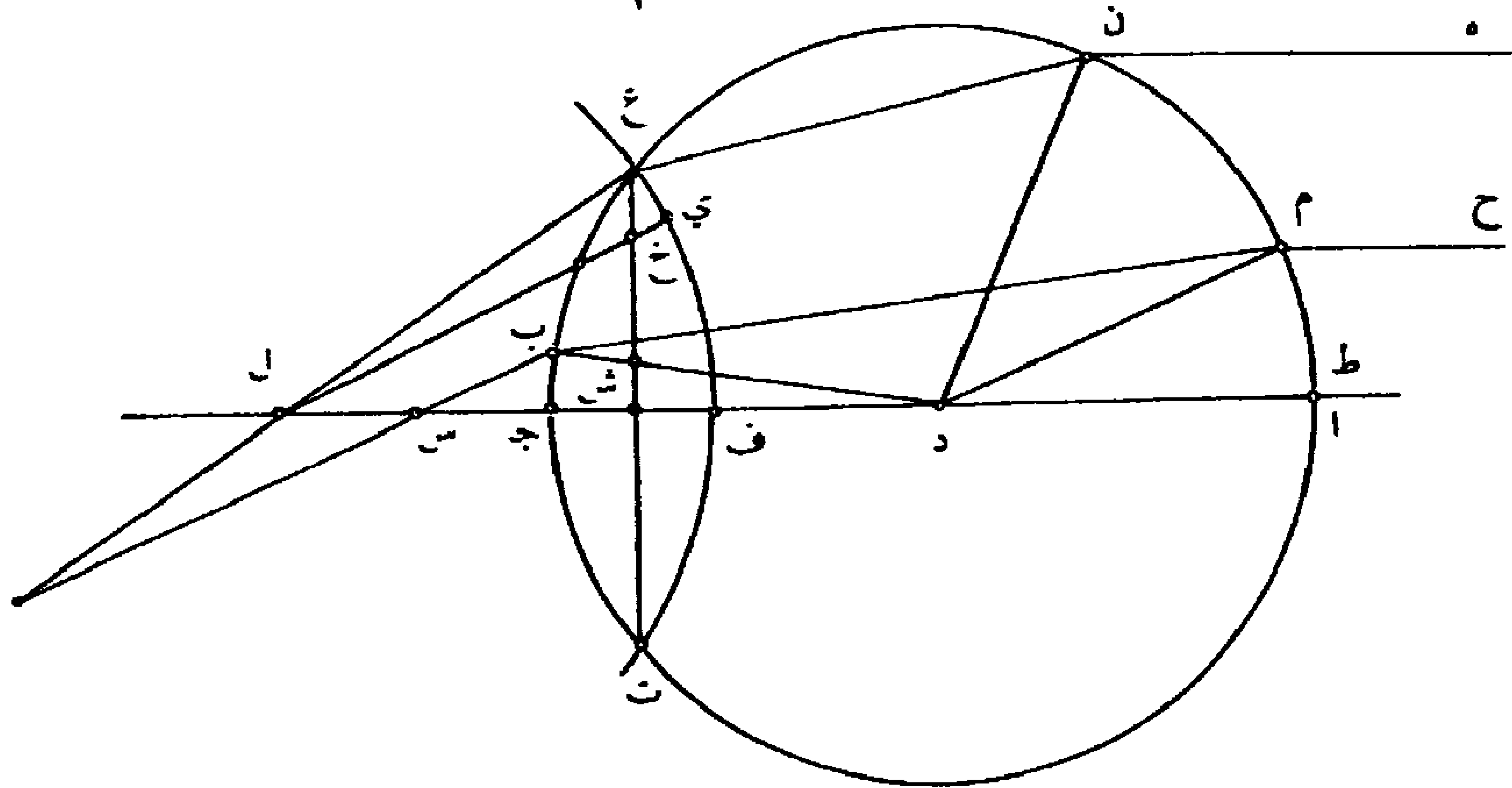
16 ت ع : ز ع / خ : مهملة، ولن نشير إليها مرة أخرى.

كنسبة قوس ب ج ت إلى قوس ب ع ، فنسبة جيب قوس ت ج ب إلى جيب قوس ب ع أعظم / من نسبة جيب قوس ت ف ي إلى جيب قوس ٧٩ - و ي ع ، فنسبة ت ش إلى ش ع أعظم من نسبة ت خ إلى خ ع . وهذا محال.

فليس ينعطف الشعاع من نقطة ع إلى نقطة من وراء نقطة س ، وقد تبيّن أنه ليس ينعطف إلى نقطة س ، فالشعاع الذي ينعطف من نقطة ع ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتيْ س ج . وإن كان الشعاع الذي ينعطف من نقطة ن يصل إلى نقطة ب ، أو إلى نقطة فيما بين نقطتيْ ب ع ، فهو بيّن أنه ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتيْ س ج ، لأنه يحيط مع خطّ ا س بزاوية أعظم من زاوية ا س ب .

فقد تبيّن مما بيّناه أنّ كلّ شعاع يصل إلى نقطة من كرة ا ب ج ويكون موازياً لخطّ ا ج ، فإنه ينعطف إلى نقطة من خطّ ا ج ومن وراء نقطة ج ، وأن كلّ شعاع أبعد عن نقطة ا ينعطف إلى نقطة أقرب إلى نقطة ج ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٤)



1 ت ج ب : أثبت الناسخ تحتها ت ج ف – 7 ع : ج.

وقد تبيّن من هذا البيان أنه ليس ينعطف إلى نقطة واحدة من النقط، التي على قطر ا ج، التي تحت نقطة ج، إلّا شعاع واحد فقط من الشعاعات الموازية التي في سطح دائرة ا ب ج.

وقد تبيّن في الشكل الأول أنّ كلّ نقطة من محيط دائرة ا ب ج، إذا انعطف منها شعاع إلى نقطة من الخطّ المتصل بخطّ ا ج، فإنه ينعطف إلى تلك النقطة شعاعات متصلة من محيط الدائرة التي في الكرة التي ترسمها النقطة التي على محيط الدائرة عند حركة دائرة ا ب ج حول قطرها.

فيتبيّن من جميع ذلك أنه ليس ينعطف شعاع الشمس المشرق على الكرة إلى نقطة واحدة من النقط التي على استقامة قطر واحد / بعينه من أقطار الكرة ٧٩ ـ ظ
إلّا من محيط دائرة واحدة من الدوائر التي في تلك الكرة.

〈٥〉

وقد بقي أن نحدّ نهاية الدوائر التي في الكرة التي ينعطف منها الشعاع إلى خطّ واحد بعينه من الخطوط التي على استقامة أقطار الكرة، ونحدّ نهاية الخطّ الذي عليه تكون جميع النقط التي تنعطف إليها الشعاعات ليتعين موضع الإحراق.

فلنعد دائرة ا ب ج، ونخرج ه ب ط موازياً لخطّ ا ج، فالشعاع الذي يخرج على خطّ ه ب ينعطف إلى قوس ط ج، كما تبيّن من قبل. فلينعطف الشعاع على خطّ ب ك، وينعطف إلى نقطة ن، ونصل د ب وننفذه إلى ح وإلى ر.

---

14 موضع : بوضع. ثم اقترح الصواب في الهامش مشيرًا إليه بـ «ظ»، أي «والظاهر» – 18 نَ : تَ – 19 رَ : تَ.

وقد بيّن بطلميوس في المقالة الخامسة من كتابه في **المناظر** أنّ الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود إذا كانت أربعين جزءاً من الأجزاء التي بها الزاوية القائمة تسعين جزءاً، فإن الزاوية التي تبقى بعد الانعطاف تكون خمسة وعشرين جزءاً بهذه الأجزاء. وإذا كانت الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود خمسين جزءاً، كانت الزاوية الباقية بعد الانعطاف ثلاثين جزءاً. فيتبيّن من ذلك أنّ انعطاف الأربعين جزءاً هو خمسة عشر جزءاً، وانعطاف الخمسين جزءاً هو عشرون جزءاً. فيتبيّن من ذلك أنّ زيادة انعطاف الخمسين على انعطاف الأربعين هو نصف زيادة الزاوية، التي يحيط بها الشعاع والعمود، على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود.

ثم بيّن بطلميوس أنّ زيادة الانعطاف على الانعطاف من بعد الخمسين الجزء تكون أعظم من نصف زيادة الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود. فإذا كانت قوس ا ب أربعين جزءاً بالأجزاء التي بها محيطُ الدائرة ثلاثمائة وستين جزءاً، كانت زاوية ا د ب أربعين جزءاً بالأجزاء التي بها زاوية قائمة تسعين جزءاً، وكانت زاوية ه ب ح أربعين جزءاً، وكانت زاوية د ب ك خمسة وعشرين جزءاً، فتكون زاوية ر د ك خمسين جزءاً / فتكون زاوية جـ د ك عشرة أجزاء. ٨٠ - و

وإذا كانت قوس ا ب خمسين جزءاً، كانت زاوية ه ب ح خمسين جزءاً، وكانت زاوية ا د ب خمسين جزءاً، وكانت زاوية د ب ك ثلاثين جزءاً، وكانت زاوية ر د ك ستين جزءاً، فكانت زاوية جـ د ك عشرة أجزاء.

فالشعاع الذي يصل إلى طرف القوس، التي بُعدها عن نقطة آ أربعون جزءاً، ينعطف إلى نقطة بُعدها عن نقطة جـ عشرة أجزاء. فالشعاع الذي

---

3 تسعين : منصوبة على تقدير أنها جملة اسمية أي : من الأجزاء التي كائن بها الزاوية القائمة. ولن نشير إلى ذلك مرة أخرى – 7 عشرون : عشرين – 16 ر د ك : ر ز ك – 19 فكانت : وكانت – 20 أربعون : أربعين.

يصل إلى طرف القوس، التي بُعدها عن نقطة آ خمسون جزءاً. ينعطف أيضاً إلى النقطة التي بُعدها عن نقطة جـ عشرة أجزاء، ويلتقي الشعاعان على نقطة واحدة مما يلي نقطة جـ، وينعطفان إلى نقطتين مختلفتين من النقط التي تحت نقطة جـ، لأنهما يحيطان مع الخطّ المتصل بخطّ ا جـ بزاويتين مختلفتين.

فإذا كانت قوس ا ب خمسين جزءاً، فإنا نقول : إنّ كلّ شعاع يصل إلى نقطة من وراء نقطة ب، فإنه ينعطف إلى نقطة من قوس جـ ك فيما بين نقطتيْ جـ ك. ولنخرج شعاع على خطّ ف ع، ولننفذه إلى ق، فأقول : إنّ شعاع ف ع ينعطف إلى نقطة من قوس جـ ك فيما بين نقطتيْ جـ ك؛ وذلك أنّ زيادة قوس ا ع على قوس ا ب هي زيادة زاوية ا د ع على زاوية ا د ب، التي هي زاوية ب د ع، فزيادة انعطاف شعاع ف ع على انعطاف شعاع ه ب هو أكثر من نصف زاوية ب د ع. فالزاوية التي هي زيادة الانعطاف هي ⟨التي⟩ تفصل من قوس ب ع أكثر من نصفها. وإذا كانت زاوية الانعطاف على محيط الدائرة، فهي تفصل قوساً أعظم من قوس ب ع. وقوس ب ع مثل قوس ق ط، فزيادة انعطاف شعاع ف ع على انعطاف شعاع ه ب هي قوس أعظم من قوس ق ط. وانعطاف شعاع ه ب هو قوس ط ك، فانعطاف شعاع ف ع هو أعظم من قوس ق ك.

فقد تبيّن في الشكل الأول أنّ كلّ شعاع ينعطف من قوس ب جـ، فإنه يلقى محيط الدائرة على نقطة دون نقطة ك، فشعاع ف ع إذا / انعطف، فهو ينتهي إلى نقطة فيما بين نقطتيْ ك جـ. فلينعطف الشعاع على خطّ ع ص؛ ٨٠ ـ ظ
وقد تبيّن في الشكل الرابع أنّ الشعاع الذي ينعطف من نقطة من وراء النقطة

1 خمسون : خمسين – 4 لأنهما : لأنها – 8 جـ : د – 17 الشكل الأول : يعني الحالة الأولى من هذا الشكل نفسه / ب جـ : ا ب جـ – 18 ك : جـ.

النظيرة لنقطة ب وينتهي إلى نقطة 〈من وراء نقطة〉 نظيرة لنقطة ط. فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين نقطتيْ ج ن.

فقد تبيّن من هذا البيان أنّ كلّ شعاع يصل إلى الكرة ويكون موازياً لقطر الكرة الذي ينتهي إلى الشمس، ويكون بُعده من طرف القطر أكثر من خمسين جزءاً من الأجزاء التي بها الدائرة ثلاثمائة وستين جزءاً. فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين النقطة التي ينعطف إليها الشعاع من طرف القوس، التي هي خمسون جزءاً، وبين طرف القطر، الذي على الأرض من الكرة، النظير لنقطة ج، ثم ينعطف إلى نقطة من الخطّ المتصل بالقطر النظير لخطّ ج ن فيما بين نقطتيْ ج ن. فالنقطة النظيرة لنقطة ك هي التي تحدّ نهاية الشعاعات المنعطفة، والنقطة النظيرة لنقطة ن هي التي تحدّ جميع النقط التي تنعطف إليها الشعاعات التي من وراء الخمسين الجزء. وكلّ نقطة على قوس ك ج تحدث في الكرة دائرة إذا حركت دائرة ا ب ج حول قطر ا ج. فالدائرة التي ترسمها نقطة ك هي التي تحدّ جميع الدوائر التي تنعطف منها الشعاعات إلى خطّ ج ن وما يتّصل به.

ونخرج خطّ ن ك إلى محيط الدائرة، وليلق الدائرة على نقطة ل، وليقطع خطّ ب ط على نقطة م، فتكون زاوية ب ك م مثل زاوية ك ب م، كما تبيّن في الشكل الثاني، فتكون قوس ب ل مثل قوس ط ك؛ وإذا كانت قوس ا ب خمسين جزءاً، فقوس ط ك أربعون جزءاً، وقوس ب ل أربعون جزءاً، فقوس ا ل تسعون جزءاً.

فإذا أُخرج قطر الدائرة النظير لقطر ا ج، وقسمه قوس ا ب ج بنصفين على نقطة ل، وجعل قوس ج ك عشرة أجزاء، ووصل ل ك وأخرج على

---

1 طَ : صَ – 7 خمسون : خمسين / النظير: النظيرة – 18 أربعون : أربعين / أربعون : أربعين – 19 تسعون : تسعين – 20 بنصفين : الأفصح : نصفين، ولن نشير إليها مرة أخرى.

استقامة إلى أن يلقى خطّ ا جـ ، كان الخطّ الذي ينفصل بين خطّ ل ك وبين نقطة جـ – الذي هو خطّ / ن جـ – هو الذي يحيط بجميع نقط الانعطاف ٨١ - و التي تنعطف إليها الشعاعات من قوس ب ل. والشعاعات التي تصل إلى القوس، التي هي أربعين جزءاً، تنعطف إلى قوس ك جـ ، ثم تنعطف إلى نقطة من وراء نقطة ن. لأن قوس ا ب إذا كانت أربعين جزءاً، كان شعاع ب ط من وراء كلّ شعاع يصل إلى قوس ا ب. فإذا وصل شعاع إلى نقطة من قوس ا ب ، مثل نقطة و، كانت زيادة انعطاف قوس ا ب على انعطاف قوس ا و أقلّ من نصف قوس ب و، إذا كانت زاوية زيادة الانعطاف على المركز، وإذا كانت على المحيط، كان الذي يوترها أقلّ من قوس و ب. ونخرج و ذ موازيًا لخطّ ب ط ، فلينعطف شعاع ف و على خطّ و ي، فتكون زيادة قوس ط ك على قوس ذ ي أقلّ من قوس ط ذ، فنقطة ك فيما بين نقطتيْ ذ ي ، فنقطة ي فيما بين نقطتيْ ك جـ ؛ فتكون نقطة ك من وراء النقطة التي ينتهي إليها الشعاع المنعطف من نقطة و، فتكون نقطة ن أقرب إلى نقطة جـ من النقطة التي ينتهي إليها الشعاع المنعطف من نقطة ي، كما تبيّن في الشكل الرابع.

فالشعاعات التي تمتدّ إلى القوس، التي هي أربعون جزءاً، تنعطف جميعها إلى الخطّ المتّصل بخطّ جـ ن ، وتكون نقطة الانعطاف أبعد عن نقطة جـ من نقطة ن. وكلّ شعاع ينعطف إلى خطّ جـ ن وما يتّصل به ، فإنه يحدث زاوية – عند النقطة التي ينتهي إليها – هي ضعف زاوية الانعطاف، كما تبيّن في الشكل الثاني. وكلّ خطّ يخرج من نقطة د إلى نقطة الانعطاف، التي على

2 ن جـ : رجـ – 4 هي : قد تقرأ : بين – 6 ب ط : ب ك – 9 و ذ : و ر. وبوجه عام يكتب الناسخ الذال راءً. ولن نشير إليها بعد ذلك. – 10 ف و: ف / وي : ور – 13 ن : ر – 16 أربعون : أربعين – 19 كما : لما.

محيط الدائرة. فهو يحيط مع خطّ د ج بزاوية هي زيادة ضعف الباقي بعد الانعطاف على الزاوية التي يحيط بها الشعاع والعمود، التي قد تبيّن أنها أصغر من ضعف زاوية الانعطاف. فالزاوية التي تحدث على خطّ ج ن وما يتّصل به تكون أبداً أعظم من الزاوية التي تكون عند نقطة د، فنصف قطر الدائرة يكون أبداً أعظم من خطّ / الانعطاف الذي ينتهي إلى خطّ ج ن وما يتّصل ٨١ ـ ظ به. وخطّ الانعطاف أعظم من الخطّ الذي بين النقطة التي ينتهي إليها خط الانعطاف وبين نقطة ج. فجميع الخطّ المتّصل بخطّ ا ج – الذي ينتهي إليه جميع الشعاعات المنعطفة – هو أصغر من نصف قطر الدائرة. فتكون جميع النقط التي تنتهي إليها الشعاعات المنعطفة أقرب إلى نقطة ج من نقطة ث. والشعاعات التي تصل إلى القوس – التي هي أربعون جزءاً – هي التي تكون أقرب إلى نقطة ا وتنعطف إلى خط ن ث. فأما الشعاعات التي من وراء الأربعين الجزء، فإن ما يصل منها إلى قوس ك ج ينعطف إلى خطّ ج ن، وهي الشعاعات التي من وراء الخمسين، وما يصل منها إلى نقطة من وراء نقطة ك ينعطف أيضاً إلى خطّ ج ن، لما تبيّن في الشكل الرابع.

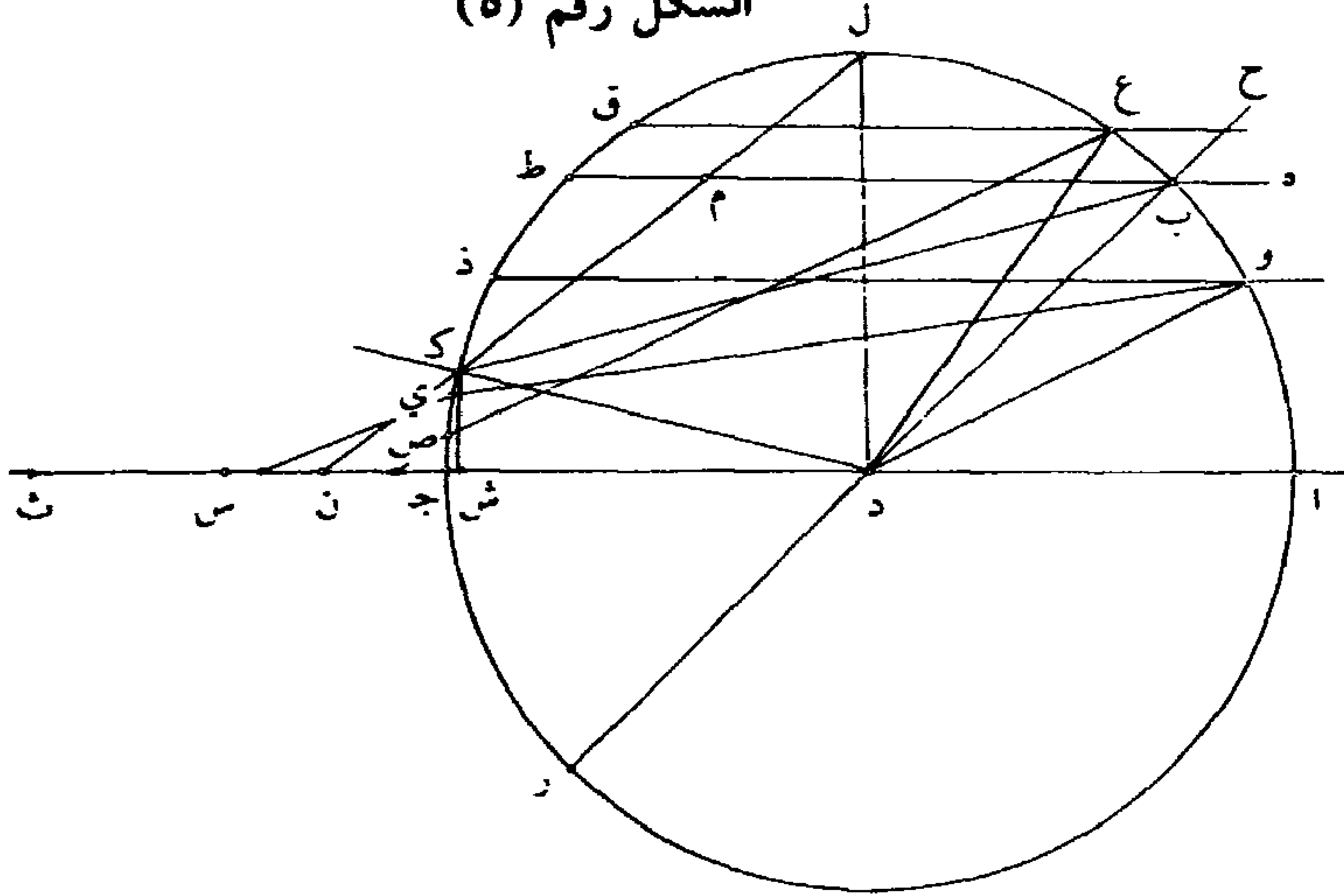
فالشعاعات التي تنعطف من القوس التي هي ‹وراء› خمسين جزءاً التي هي قوس ب ل، تنعطف إلى خطّ ج ن. والشعاعات التي تنعطف من القوس، التي هي أربعون جزءاً، التي تلي نقطة ا، تنعطف إلى خطّ ن ث. فالشعاعات التي تنعطف إلى خطّ ج ن أكثر من الشعاعات التي تنعطف إلى خطّ ن ث.

ونصل د ل فيكون عموداً على قطر ا د ج، لأن قوس ا ب ل ربع دائرة،

10 ث : ي، أدخلنا ث للتمييز بين اليائين / أربعون : أربعين – 11 ن ث : ن ي – 12 ينعطف : فيعطف – 13 يصل : يتصل – 16 من : إلى – 17 أربعون : أربعين. / ن ث : ري. وأثبت في الهامش ن ي - 19 ن ث : ري. وأثبت في الهامش ن ي.

وهو ستون جزءاً بالأجزاء التي بها القطر مائة وعشرين جزءاً. ونخرج عمود ك ش. فيكون عشرة أجزاء ونصفاً بالتقريب، لأنه جيب قوس ك ج التي هي عشرة أجزاء. ونسبة ل د إلى ك ش كنسبة د ن إلى ن ش، فنسبة د ن إلى ن ش هي نسبة ستين إلى عشرة أجزاء ونصف. وخطّ ش ج أكثر من نصف جزء، فخطّ ن ج أقلّ من 〈اثني〉 عشرة أجزاء، فهو أقلّ من سدس خطّ ن د. فخطّ ن ج أقلّ من خمس خطّ ج د. ونقسم ث ج بنصفين على نقطة س. فتكون الشعاعات التي تنعطف إلى خطّ س ج أكثر بكثير من الشعاعات التي تنعطف إلى خطّ س ث؛ وخطّ س ج أقرب إلى نقطة الانعطاف من خطّ س ث. فالحرارة التي تكون عند / خطّ س ج أكثر من ٨٢ - و الحرارة التي تكون عند خطّ س ث. فالإحراق إنما يكون على خطّ ج س، الذي هو أقلّ من ربع قطر الدائرة. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٥)



1 مائة وعشرين : على تقدير الكائن بها القطر وإلّا لزم الرفع – 2 ك ش : ك و، بدلنا الواو حتى لا تختلط بما قبلها. فلقد استعمل هذا الحرف من قبل، ولن نشير إليها فيما بعد / ونصفاً : ونصف – 5 ن ج : ر ج – 6 ث ج : ن ج – 8 س ث : ش ن / س ج : ش ج – 9 س ث : ش ن / س ج : ش ج – 10 س ث : ش ن / ج س : ج ش.

〈تكملة〉

وكلّ نقطة من الكرة، فإنه يخرج إليها شعاع من جميع سطح جرم الشمس المقابل لتلك النقطة. والشعاع الموازي لقطر الكرة – الذي قدمنا ذكره – هو أحد الشعاعات التي تخرج إلى تلك النقطة. إلّا أنّ كلّ شعاع يخرج إلى تلك النقطة، فإنه يحيط مع الشعاع الموازي للقطر بزاوية هي في غاية الضيق ليس لها قدر بالقياس إلى الحسّ؛ فإذا انعطف الشعاع الموازي للقطر انعطفت الشعاعات الباقية معه وهي محيطة به؛ والزوايا التي بينها وبينه في غاية الضيق، فإذا انعطفت جميعها فهي تصير إلى النقطة التي ينتهي إليها الشعاع الموازي [كان] للقطر، وتكون محيطة بتلك النقطة. فيصير الموضع الذي يحصل فيه جميع الشعاعات المنعطفة جزءاً من جسم الهواء له قدر، وليس بمقتدر المقدار لضيق رأس المخروط وقرب المسافة التي انتهى إليها المخروط، إلّا أنه ليس هو نقطة متوهمة؛ ومن أجل أنّ هذا الموضع ذو مقدار، صارت فيه حرارة. ولو كانت نقطة متوهمة، لما حصل فيها حرارة. وكذلك النقطة – التي ينتهي إليها الشعاع – التي في السطح الأعلى من الكرة ليست هي نقطة متوهمة، بل إنما هي جزء صغير من سطح الكرة، إلّا أنه أصغر من الجزء الذي ينعطف إليه الشعاع، لأنّ الشعاع / – الذي يخرج من جميع ٨٢ ـ ظ سطح الشمس إلى جزء صغير من سطح الكرة يكون مخروطاً ويكون ذلك الجزء الصغير رأس المخروط إلّا أنه يكون ضيق الرأس؛ فإذا انعطف كان من بعد الانعطاف منخرطاً إلى السّعة إلّا أنه من أجل أنّ الموضع الذي ينعطف إليه قريب من رأسه، فليس يتسع اتساعاً له قدر، بل يكون في غاية الضيق،

14-15 ليست هي : ليس هو – 15 هي : هو.

إلّا أنه يكون أوسع من رأس المخروط الذي هو الجزء الذي نفذ منه الشعاع إلى داخل الكرة.

وكلّ نقطة على خطّ جـ س ينعطف إليها شعاع يحيط بها جزء من الهواء له قدر يسير بالقياس إلى الحسّ. فمن أجل ذلك يحصل على خطّ جـ س أجزاء كثيرة من الهواء كلّ واحد منها له قدر بالقياس إلى الحسّ، وفي كلّ واحد منها حرارة قد وصلت إليه من جميع جرم الشمس؛ فلذلك إذا اجتمعت هذه الحرارات عند خطّ جـ س – الذي هو جزء يسير – حدث منها الإحراق.

فكلّ كرة من الزجاج أو البلور أو ما جرى مجراهما، إذا كانت صحيحة الكرّية وكانت شديدة الشفيف، إذا قوبل بها جرم الشمس وأشرق عليها ضوء الشمس، فإنه يحدث منها إحراق في الجهة المقابلة لجهة الشمس، ويكون بُعد موضع الإحراق عن سطح الكرة أقل من ربع قطر الكرة.

وكذلك القارورة، إذا كانت من زجاج نقي، وكانت كرّية الشكل وصحيحة الكرّية ومُلئت ماءً صافياً، فإنه يكون منها إحراقٌ كما يكون من الزجاج والبلور؛ وذلك أنّ الزجاج النقي الشديد الشفيف ليس بين شفيفه وشفيف الماء اختلاف له قدر وجسم القارورة أيضاً قليل السُمك، والشعاع الذي يصل إلى القارورة وينعطف في جسم القارورة، إذا وصل إلى الماء، امتدّ على استقامة ولم ينعطف، لأنّ الانعطاف إنما يكون إذا كان بين شفيفي الجسمين اختلاف له قدر يؤثر في الشعاع؛ وإذا امتدّ / الشعاع على استقامة، ٨٣ ـ و
نفذ في جسم الماء ووصل على استقامته إلى سطح ظاهر القارورة، ثم ينعطف في الهواء، لأن بين شفيف الهواء وبين شفيف الزجاج اختلاف متفاوت، فلذلك ينعطف؛ فيكون انعطاف الشعاع في القارورة المملوءة ماءً على مثل انعطاف الشعاع في الكرة من الزجاج أو البلور.

3 جـ س : جـ ش / جزء : الجزء – 7 جـ س : جـ ش – 22 أو : و.

فأما لِمَ لا يحدث من القارورة إحراقٌ، إذا لم تكن مملوءةً ماءً، فإن ذلك لأنّ القارورة، إذا كانت فارغةً، كان في داخلها هواء. وبين شفيف الهواء وشفيف الزجاج اختلاف متفاوت؛ فإذا وصل الشعاع إلى ظاهر القارورة، انعطف من أجل أنّ الزجاج أغلظ من الهواء المحيط بالقارورة. ثم إذا انعطف، نفذ في جسم الزجاج الذي هو سُمك جسم القارورة. فإذا انتهى الشعاع إلى أن ينفذ 〈من سمك جسم〉 القارورة، انعطف أيضاً، لأنّ الهواء ألطف من الزجاج. ثم إذا انعطف، امتدّ في الهواء الذي في داخل القارورة إلى أن يصل إلى الزجاج. فإذا وصل إلى الزجاج، انعطف أيضاً، من أجل أنّ الزجاج أغلظ من الهواء الذي هو فيه، ثم ينفذ في سُمك جسم القارورة؛ فإذا انتهى إلى سطحها المحدّب، انعطف أيضاً، من أجل أنّ الهواء ألطف من الزجاج الذي هو فيه. فإذا خرج إلى الهواء، يكون قد انعطف أربع مرات. والشعاع إذا انعطف، ضعف. وقد بيّنا هذا المعنى في كتابنا في **المناظر**، أعني أنّ الشعاع إذا انعطف ضعف. فالعلّة التي من أجلها ليس يحدث من القارورة إحراق، إذا كانت القارورة فارغةً، هو أنّ الشعاع – الذي يصل إليها وينفذ فيها – ليس يخرج من الجهة الأخرى إلا بعد أن ينعطف أربع مرات. والشعاع كلّما انعطف ضعف، فإذا انعطف أربع مرات، لم يبق فيه من الحرارة ما يحدث منه إحراق.

وهذا حين نختم هذه المقالة.

تمت، والحمد لله رب العالمين، والصلاة على رسوله محمد وآله أجمعين.

---

6 ينفذ : قد تقرأ يتغير.

النص الثامن

ابن الهيثم

رسالة في الكرة المحرقة

تحرير كمال الدين الفارسي

ت - ٢٣١ - و
ل - ٢٧٧ - و
ا - ٥٥٥
س - ١٨٠ - ظ
ك - ٢٧٢ - و

الفصل الأول : في أمر الكرة المحرقة

هذا الفصل هو تحرير رسالة لابن الهيثم رحمه الله في الكرة المحرقة : وهي
خمسة أشكال. وقد صدّرها بمقدمات ذكرت في المناظر فلا يحتاج إلى إعادتها
وبأخرى تختص بتلك الرسالة فنوردها. فمنها أن زاوية الانعطاف في الزجاج
أصغر من نصف العطفية / وأعظمُ من ربعها. وأحال ذلك على ما بيّن ك - ٢٧٢ - ظ
بطلميوس في المقالة الخامسة من كتابه في **المناظر**.

ومنها أن كل قوسين مختلفتين من دائرة تُقسمان على نسبة واحدة فإن نسبة
جيب أعظم قسمي الصغرى إلى جيب أصغرهما أعظم من نسبة جيب أعظم
قسمي العظمى إلى جيب أصغرهما. وأحال ذلك على كتابه في **خطوط** / س - ١٨١ - و

---

6 هذا : وهذا [ك] / رحمه الله : رحمة الله عليه [ك] – 6-7 وهي خمسة أشكال : ناقصة [س] – 7 بمقدمات : مقدمات [س] / يُحتاج : نحتاج [ح] – 8 تختص : سنأخذ بالمذكر أو بالمؤنث حسب القاعدة النحوية ولن نشير إلى ذلك فيما بعد اقتصادًا للكلفة. ولأن مثل هذه الأخطاء التي ارتكبها النساخ لم تساعدنا عند التأريخ لمخطوطات نص الفارسي [ا. ت. ل. ك] / فنوردها : ناقصة [س] – 11 كل : كان [س] / قوسين : قوس [ت] / مختلفتين : مختلفين [ت. س. ل. ك] / واحدة : واحد [ا] – 12 جيب : يكتبها كل من ناسخ [ت] و[س] «حيث» ولن نشير لذلك مرة أخرى / قسمي : قسي [ك] / الصغرى : ناقصة [ا. ت. ك] أثبتها في الهامش [خ] – 13 قسمي : قسي [ك] / على : فوق السطر [خ].

الساعات. وقد وجدت ذلك الكتاب وأصبت منه هذه الدعوى، وكانت الشكل الثالث من الكتاب، بهذه العبارة: إذا فصل من دائرة قوسان مختلفتان، وقسم القوسان على نسبة واحدة، وكان القسم الأعظم من القوس العظمى ليس بأعظم من ربع دائرة، فإن نسبة جيب القسم الأعظم من القوس الصغرى إلى جيب القسم الأصغر منها أعظمُ من نسبة جيب القسم الأعظم من القوس العظمى إلى جيب القسم الأصغر منها. وأعاد الدعوى أخيراً بهذه العبارة: فكل قوسين مختلفتين من دائرة تكون أعظمهما أصغر من ربع دائرة، فإن نسبة جيب أعظمهما إلى جيب أصغرهما أعظم من نسبة جيب كل قوس أعظم من الشبيهة بأعظم القوسين – إذا لم يكن أعظم من ربع دائرة – إلى جيب القوس النظيرة لأصغر القوسين، إذا كانتا من دائرة واحدة ومناسبتين للقوسين الأُوْلَيَين، العظمى للعظمى والصغرى للصغرى. وهذه هي المحتاج إليها في هذه المقالة.

ثم لما كانت / النسخة سقيمة جداً، لم أقدر على حلها، فاكتفيت بإيراد ل - ٢٧٨ - و
الدعوى. وإن اتفق حلها بعد، أضيفها محررة إلى هذا المقام، إن شاء الله تعالى. ومن تأمل جدول الجيب وجد أن حركة القسي في الازدياد إلى الربع متشابهة وحركة جيوبها غير متشابهة، بل مسرعة في الأوائل مبطئة على التدريج إلى الأواخر. وعند ذلك يتحقق الحكم وفيه مقنع.

---

1 الساعات: الشعاعات [ا، ح، س، ل]/ الكتاب: فوق السطر [خ]/ هذه: ناقصة [س]/ وكانت: وكان [ح] ـ 2 الثالث: الثلاث [ا] ـ 3 مختلفتان: مختلفان [ا، ت، ك] ـ 4 ربع: مربع [ا]/ فإن: وان [ك] ـ 5 القسم (الثانية): القوس [س] ـ 5 ـ 6 أعظمُ... الأصغر منها: ناقصة [ت، خ، ك] ـ 6 القسم: ناقصة [س]/ الدعوى: الدعاوى [ك] دعوى [خ] ـ 7 اخيرا: اخرا [ا، ت، س، ك] آخراً [ح] آخر [خ]/ مختلفتين: مختلفين [س]/ أعظمهما: أعظمها [ل] من: في [س] ـ 8 جيب (الثالثة): حيث [ا] ناقصة [س]ـ 9 أعظم (الأولى): ناقصة [ا]/ من: في [س]/ بأعظم: أعظم [س] ـ 11 مناسبتين: متناسبتين [ا، خ]/ الأولين: الاولتين [ل، ك] ـ 13 كانت: كان [ك]/ سقيمة: سهه [س] ـ 14 بعد: ناقصة [س]/ أضيفها: أصفها [س، ك]/ هذا: هذه [ت]/ إن شاء: انشاء [ا، ت، ك] ـ 15 تعالى: ناقصة [ا] تع [ل]/ جدول: حدوث [س]/ وجد: وجب [س]/ القسي: القبيحة [ا] ـ 16 وحركة جيوبها غير متشابهة: ناقصة [ا، ت، خ، ك]/ الأوائل: الأول ثل [خ] الأول بل [ك].

ومنها : أن كل شعاع من أشعة الشمس، إذا حصل عند نقطة، فإنه يحدث عندها حرارة. فإذا حصلت عند نقطة واحدة شعاعات كثيرة، حصلت حرارات بحسبها. وإذا تناهت في الكثرة، أحدثت عندها / إحراقاً. ت - ٢٣١ - ظ

آ

كل كرة من الزجاج والبلور وما أشبهها، إذا قوبل بها جرم الشمس فإن / ا - ٥٥٦ شعاعها ينعطف عن محيط دائرة في الكرة إلى نقطة واحدة خارج الكرة على الخط الواصل بين مركزيهما. وذلك لأنه يكون بين مركزي الشمس والكرة خط واصل وإذا فرض سطح مستوٍ يمرّ على ذلك الخط، فإنه يقطع الشمس والكرة ويحدث فيهما عظيمتين.

فليكن عظيمة الكرة ا ب جـ، وعظيمة الشمس ز ح، ومركز الكرة د، ومركز الشمس ط، والواصل بين المركزين ط ز ا د جـ، ونخرجه إلى ك، ونتوهم خط م ح واصلاً بين المحيطين موازياً لـ جـ ط، ونخرجه إلى أن يلقى محيط ا ب جـ على ن، ونصل د م، ونخرجه إلى ف. فـ د م عمود على سطح الكرة، وزاوية ح م ف عطفية، وهي مثل ن م د. فشعاع / ح م ك - ٢٧٣ - و لاينفذ على م ن، بل ينعطف إلى جهة العمود، وانعطافيته بحسب عطفيته، فلينعطف على مثل م ب. فزاوية ن م ب أقل من نصف ح م ف، بل

---

1 أن: ناقصة [خ، ك]/ حصل: حصلت [ا، ت، ح، خ، س، ك، ل]/ إذا حصل عند نقطة: مكررة [ك] - 1 - 2 فإنه... واحدة: أثبتها في الهامش [ك] - 3 تناهت: تناهيت [ا]/ الكثرة: الكثيرة [ا، ت]/ أحدثت: أخذت [ك] - 4 آ: ناقصة [ا، ت] - 5 فإن: ناقصة [ك] - 6 عن: من [س] - 7 مركزيهما: مركزهما [ا] - 8 مستو يمرّ: مستويه [خ، ك] - 9 عظيمتين: عظمين [ا] - 10 ا ب جـ: اب [س] - 11 ط ز ا د جـ: ز ا د جـ [س]/ ونخرجه: وغرجه [ا] - 12 ونتوهم: ويتوهم [ت، ك] - 13 ف: ت [ك]/ عمود: فوق السطر [خ] - 5 وانعطافيته: واعطافه [ك] - 16 م ب: ب م [ك].

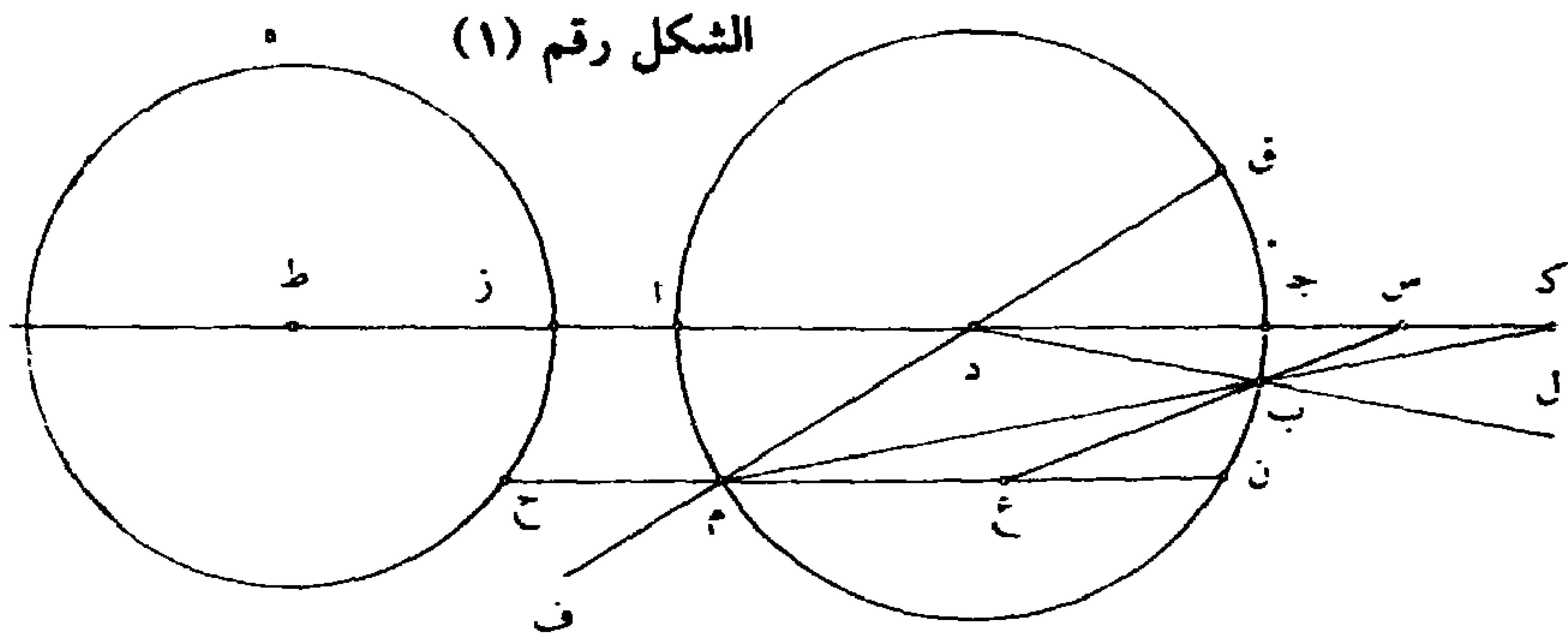
ا د م ، وأعظم من ربعها. ونخرج م د إلى ق ، فقوس ق جـ مثل جـ ن ، لأن كلاً منها مثل ا م . فقوس ن ب أقل من نصف قوس ن جـ ق ، فنقطة ب فيما بين ن جـ . فإذا أخرجنا م ب لاقى جـ ک ، وليكن على ک ، ونصل د ب ، وننفذه إلى ل . فلأن نقطة ب عند سطح الكرة، يكون ب ک في الهواء. ولأن شعاع م ب غير عمود، إذْ العمود د ب ل ، فليس ينفذ خارجاً على استقامته، بل ينعطف إلى خلاف جهة العمود، لكون الهواء ألطف. فلينعطف على مثل ب س .

وإذا توهمنا خط ک ط ثابتاً / وسطحَ س ب م ح دائراً دورة تامة، ل - ٢٧٨ - ظ أحدث م مبدأ انعطاف أول في القطعة المقابلة ‹ للشمس › وب مبدأ ثانياً في القطعة الأخرى، وح دائرةً في كرة الشمس. فيمتد من كل نقطة من الدائرة التي على الشمس شعاعٌ إلى المبدأ الأول / موازٍ للواصل بين المركزين، س - ١٨١ - ظ وينعطف في الكرة إلى المبدأ الثاني، ثم ينعطف في الهواء إلى س . وكذلك جميع الأشعة الخارجة من الشمس إلى الكرة على موازاة ط ک بشرط ألّا تماس الكرة، فإن الجميع ينعطف ثانياً إلى نقطة على خط جـ ک ، وذلك ما أردناه.

---

1 وأعظم : فأعظم [ا] / ق : ن [ا] / ق جـ : ن جـ [ا] – 2 ن جـ ق : ن جـ ن [ا] – 5 على : عن [خ] – 6 استقامته : استقامة [ح] – 8 ثابتًا : ثانيًا [ا] / دائرًا : دائرة [ت، ک] / دورة : ناقصة [ک] – 10 كرة : مركزة [س]، أولها غير واضح – 11 موازٍ ... المركزين : ناقصة [س] – 12 وكذلك : وذلك [ل]؛ كتبها ناسخ [ک] «وكك»؛ ولن نشير إليها فيما بعد.

الشكل رقم (١)



ب

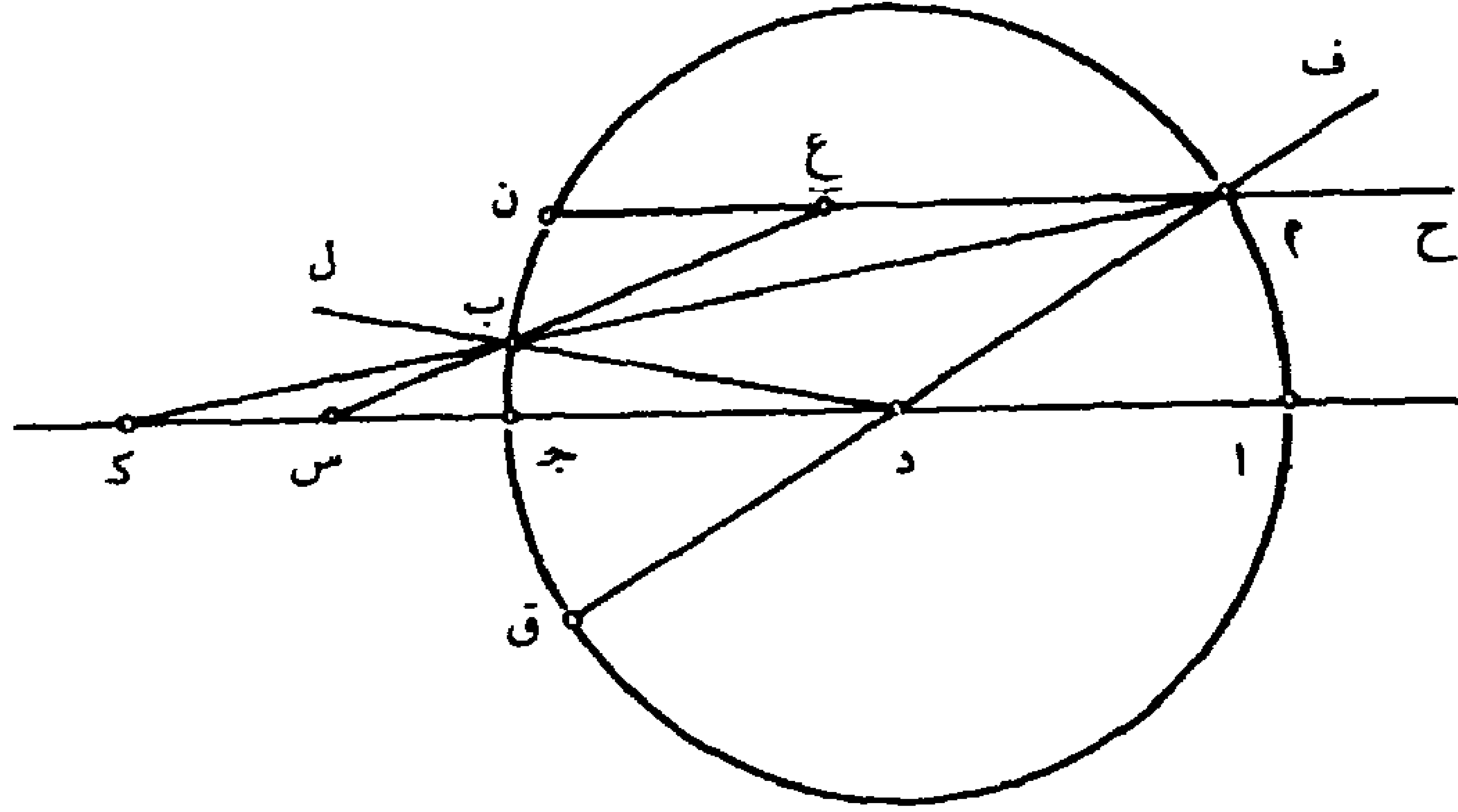
ولنعد دائرة ا ب ج وخطوطها. فنقول : إن زاوية د س ب ضعف زاوية الانعطاف، أعني التي عند م.

وذلك لأنا نخرج س ب ، وليلق خط م ن على ع . فلانعطاف شعاع م ب على ب س يكون انعطاف س ب أيضاً على ب م ، / فيكون زاوية ١ ـ ٥٥٧
د ب م الباقية مثل د م ب الباقية الأولى، فانعطافية ب – أعني ك ب س بل ع ب م – كانعطافية م – أعني ن م ب لتشابه شفيف الكرة والهواء، فزاويتا ع ب م ع م ب متساويتان، فزاوية س ع ن – أعني ع س د – ضعف زاوية ب م ع ، وذلك ما أردناه.

1 ب: ناقصة [ا، ت] ـ 2 وخطوطها: مع خطوطها [ك] ـ 3 أعني: معنى [ا] تبين [س] يعني [ت، ل، ك] ـ 4 وليلق: وليكن [س]/ م ن: ن [خ، ك] ـ 6 مثل د م ب الباقية: ناقصة [س]/ ك ب س: د ب س [ح] ـ 7 ع ب م: ع م ب [س]/ كانعطافية... ن م ب: ناقصة [س]/ ن م ب: ن [ا] ن م [ت، خ، ك] ـ 8 ع ب م: ع ب [ت]/ ع م ب: م ب [ت] ب م ع [ك]/ ع س د: س ع د [ا، ل] ع س ك ـ 9 ب م ع: ف م ع [ك] أردناه: بعدها أزاد «جـ» [خ، ك].

أقول: وقد بان من ذلك أن لكل شعاع انعطافين، وانعطافيتاهما أبداً متساويتان.

الشكل رقم (٢)



جـ

قال: ولنعد الصورة الأولى/، فأقول: إنه لا ينعطف إلى نقطة س شعاع آخر من التي توازي ا د جـ في سطح دائرة ا ب جـ. ت – ٢٣٢ – و

أقول: سوى نظير ح م في الجهة الأخرى لـ ا جـ.

قال: وإلّا فلينعطف إليها شعاع ه ن ع س، فيكون زاوية ع س د ضعف انعطافية ن، ونصل د م د ن د ع، ونخرج م د إلى ق و ن د إلى ص، فزاوية ص د ع ضعف د ن ع، أعني باقية ن، وزاوية ص د جـ مساوية لعطفية ن، فزاوية جـ د ع هي زيادة ضعف باقية ن على عطفيتها. وكذلك

1 أن: ناقصة [خ]/ شعاع: الشعاع [ا]/ وانعطافيتيهما: وأن انعطافيتيهما [س، ك] - 3 جـ: ناقصة [ا، ت] - 4 الأولى: الأولى [ل]/ نقطة: ناقصة [س]/ س شعاع: ناقصة [ا] - 6 ح م: حـ م [ك]/ في: من [ا، ت، س، خ، ك]/ لـ ا جـ: لـ جـ [ا] - 8 د ن: ن د [ح]/ د ع: د ح [ل]/ و ن د: و ق د [ك] - 10 عطفيتها: عطفيها [ت].

جـ د ب زيادة ضعف باقية م على عطفيتها. ونسبة انعطافية ن إلى عطفيتها - أعني ا د ن - بل إلى نصفها أعظمُ من نسبة انعطافية م إلى عطفيتها - أعني ا د م - بل إلى نصفها. فبالتفصيل: نسبة انعطافية ن إلى تمامها من نصف عطفيتها / أعظم من نسبة انعطافية م إلى تمامها من نصف عطفيتها. وتمام ك ـ ٢٧٣ ـ ظ
الانعطافية من نصف العطفية هو زيادة الباقية على نصف العطفية. فنسبة انعطافية ن إلى زيادة باقيتها على نصف عطفيتها، بل ضعف / الأولى - أعني ل ـ ٢٧٩ ـ و
ع س د - إلى ضعف الثانية أعظم من نسبة انعطافية م إلى زيادة باقيتها على نصف عطفيتها، بل ضعف الأولى - أعني ب س د - إلى ضعف الثانية. وضعف زيادة الباقية ن على نصف عطفيتها هو زيادة ضعف الباقية على العطفية، وكذلك م. فنسبة زاوية ع س د إلى ع د س أعظم من ب س د إلى ب د س. وبالإبدال ع س د إلى ب س د أعظم من ع د جـ إلى ب د جـ. والانعطافية أعظم من / تمامها من نصف العطفية، لأنها أعظم من ا ـ ٥٥٨
ربعها؛ فنصف الانعطافية أعظم من ضعف تمامها من النصف، أعني زيادة ضعف الباقية على العطفية؛ فزاوية ع س د أعظم من ع د جـ. وكذلك ب س د أعظم من ب د جـ.

ونجعل س مركزاً، وببعد ع س ⟨نرسم⟩ قوس ع ف ت؛ وليكن ف على د س وت على محيط ا ب جـ؛ فقوس ع ف مثل ف ت. ونصل ت ع،

---

1 عطفيتها (الأولى): انتهت مخطوطة [خ] عند هذا الموضع/ ونسبة: وككنسبة [كا]/ إلى: ناقصة [كا] ـ 2 ا د ن: ا د [كا] ـ 2 ـ 3 أعظم... نصفها: مكررة [ت]/ م إلى... ن إلى: ناقصة [كا] ـ 3 فبالتفصيل: فبالصقيل [ا] فبالتصقيل [ت] ـ 4 م: ناقصة [ا] ـ 4 ـ 6 أعظم... عطفيتها: ناقصة [كا] ـ 7 ع س د: ب س د [ح] ع د س [س] ـ 8 أعني: ناقصة [كا]/ ب س د: ع س د [كا]/ الثانية: الثانية أعظم [كا] ـ 9 الباقية: باقية [ا، ت، ح، س، كا]/ على: إلى [كا]/ الباقية: الثانية [كا] ـ 10 م: في م [ا، ت، س، كا] ف م [ح] ح م [ل]/ إلى ع د س: ناقصة [س] ـ 13 فنصف: فضعف [ا، ت، س، ل] ـ 14 وكذلك: ولذلك [س] ـ 16 وببعد: ونبعد [ح]/ ع س: ع [ا، ت، ح، س، ل، كا].

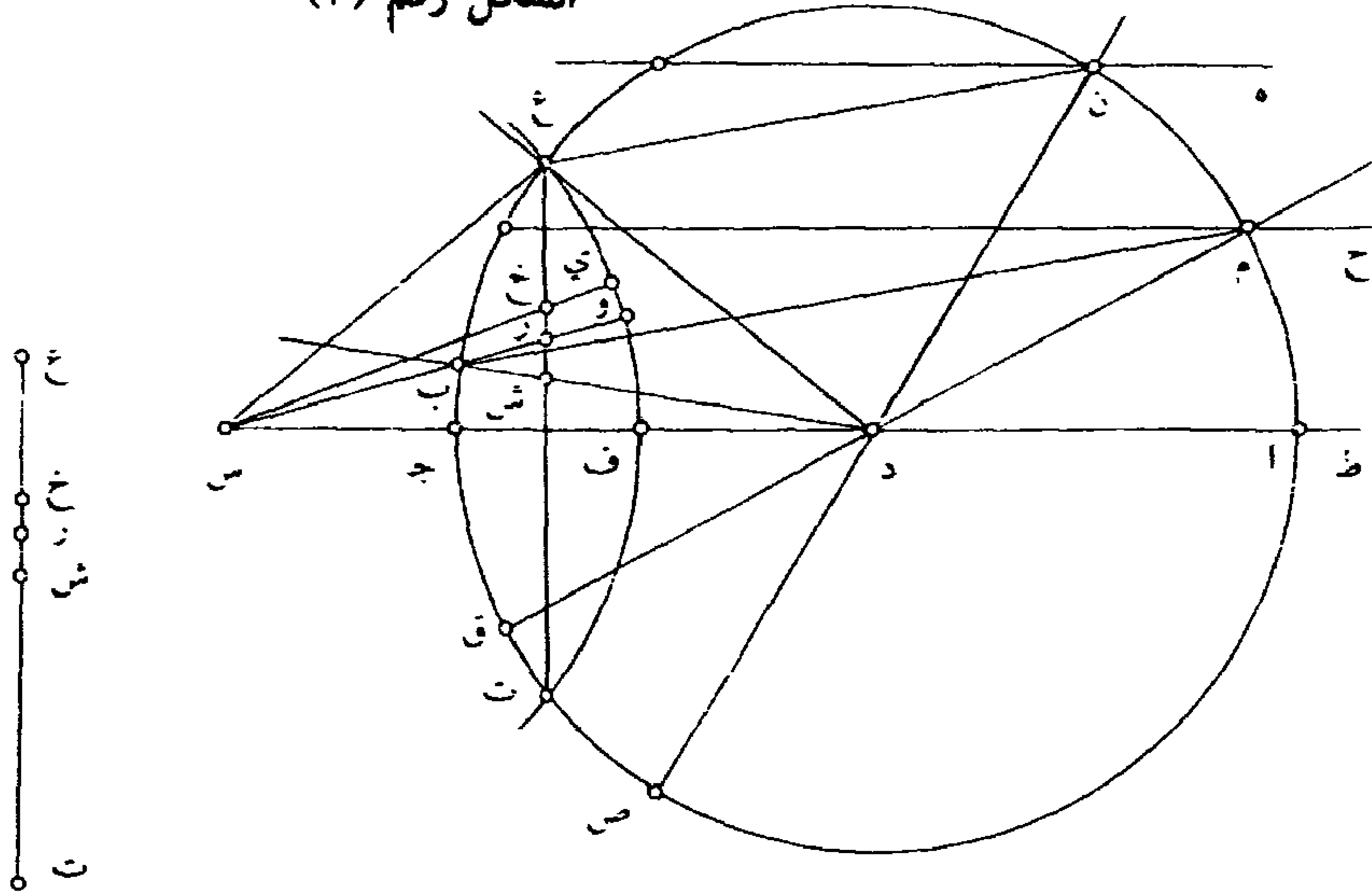
فيكون عموداً على د س وينتصف به. ويكون قوس ت جـ مثل جـ ع. فنخرج س ب إلى أن يلقى وتر ت ع على ر وقوسه على و؛ فنسبة قوس ع ف إلى ف و كنسبة زاوية ع س د إلى زاوية ب س د؛ ونسبة قوس ع جـ إلى قوس جـ ب كنسبة زاوية ع د جـ إلى زاوية ب د جـ. وقد تبيّن أن نسبة زاوية ع س د إلى زاوية ب س د أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى ب د جـ؛ فقوس ع ف إلى ف و أعظم من قوس ع جـ إلى جـ ب. فبالتفصيل: نسبة قوس و ع إلى ع ف أعظم من قوس ب ع إلى ع جـ؛ فنسبة / قوس و ع إلى ت - ٢٣٢ - ظ ع ف ت أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت؛ فبالتفصيل قوس ع و إلى و ت أعظم من قوس ع ب إلى ب ت. فلتكن قوس ع ي إلى ي ت كنسبة قوس ع ب إلى ب ت؛ فبالعكس قوس ت ي إلى ي ع كقوس ت ب إلى ب ع. ونصل س ي، وليقطع ت ع على خ، وليقطعه أيضاً د ب على ش، فنسبة جيب قوس ب ت إلى جيب ب ع كنسبة ت ش إلى ش ع؛ ونسبة / جيب س - ١٨٢ - و قوس ت ي إلى جيب ⟨قوس⟩ ي ع كنسبة ت خ إلى خ ع. وقوس ف و ع / ل - ٢٧٩ - ظ أعظم من الشبيهة بقوس جـ ب ع لأن زاوية ع س د أعظم من زاوية ع د جـ، فقوس ت ف ع أعظم من الشبيهة بقوس ت جـ ع. ونسبة قوس

---

1 فيكون: ناقصة [س] / ينتصف به: ينتصف م [ح] – 2 فنخرج: فيخرج [ت] / س ب: س ت [س] – 3 ب س د: ع س د إلى زاوية [ت] / ونسبة: نسبة [ت] / ع جـ: ب جـ [ك] – 3-6 كنسبة ... ف و: ناقصة [ك] – 4 كنسبة: ناقصة [ا] / تبيّن: بين [ا] – 5 إلى زاوية ب س د: مكررة [ل] – 8 أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت: أعظم من قوس ع ب إلى ع ب أعظم من قوس ب ع إلى ع ف ب [ك] / ع ب ت: يُقرأ في [ل] بعدها «فبالتفصيل و ع ر إلى ع وأعظم من قوس ب ع إلى ع جـ فنسبة قوس و ع إلى ع ف ت أعظم من قوس ب ع إلى ع ب ت»، وهذا تكرار مع الخطأ لبعض ما سبق / فبالتفصيل: فالتفصيل [س] / ع و: و ع [ك] / و ت: ر ب [ح] – 9 ع ي: ع ب [ك] / ي ت: ي ب [ح] ع ب [ك] – 9-10 فلتكن ... إلى ب ت: ناقصة [ل] – 10 ع ب: ع ت [س] / ب ت: ر ب [ح] / ي ع: ع ي [ك] ع [ا] – 11 ت ع: ت [ت] / أيضاً: ناقصة [ح] / د ب: د ت [ك] / ش: س [ك] – 12 ب ت: ر ت [ح] ت ب [ت، س، ل] / ب ع: د ع [ك] / ت ش إلى ش ع: ت س الى س ع [ك] – 13 ف و ع: و ف ع [ح] – 14 بقوس: فقوس [ك] / زاوية: زاويتي [ك] – 15 ت ف ع: ت ف [ك] / بقوس: فقوس [ك].

ت ي إلى قوس ي ع كنسبة قوس ب ت إلى ب ع ، فنسبة ت ش إلى ش ع أعظم من نسبة ت خ إلى خ ع للمقدمة الموضوعة. وذلك محال.

الشكل رقم (٣)



أقول: ولا بد أن نبيّن أن كلا من قوسي ب ت ت ي ليست بأعظم من ربع دائرة ليتم المطلوب؛ فنقول: لأن زاوية س ضعف الانعطافية، والانعطافية أعظم من ربع العطفية، فضعف الانعطافية أعظم / من نصف ا - ٥٥٩ العطفية. والعطفية وإن كانت / أقل من قائمة فقد تقاربها، وتقارب العطفية إذ ك - ٢٧٤ - و ذاك ضعف الانعطافية، فيكون ضعف الضعف حينئذ أعظم من قائمة، وهي التي توتر قوس ت ف ع ، فيكون قوس ت ف ع أعظم من الربع، فلا جُرْمَ إذن أن قوس ت ي ليست بأعظم من الربع فيحتاج فيه إلى بيان.

---

1 ب ت: ت ب [ا، س، ل]/ ت ش إلى ش ع: ب س إلى س ع [ح] ت ش ع [س] - 3 ولا بد أن: ولا بد من أن [ت، ح، س]/ أن (الأولى): ناقصة [ك]/ نبين: نبين أن يتبين [ك]/ ب ت ت ي: ت و ت ب [ت] ب ت ب و [ح] بعض الحروف ممحو [س] ت و ت ب [ل] ه ب ه د ب [ك] - 4 دائرة: ذا برحنا [ا] دائرتها [ت، ح، س، ل، ك] - 5 والانعطافية: ناقصة [ت، ك] - 7 الضعف: النصف [ك] - 8 ت ف ع (الثانية): ت و ع [ل] - 9 أن قوس: على أن قوس [ا، ت، ل، ك] على أن فناس [س]/ فيحتاج: محتاج [ا] - 8 - 9 فلا جرم... الربع: مكررة [ت].

قال : فليست نسبة قوس ع و إلى و ت أعظم من نسبة قوس ع ب إلى ب ت ، فليست نسبة زاوية ع س د إلى ب س د أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى ⟨زاوية⟩ ب د جـ . لكن الشعاع لو انعطف من ع إلى س لكانت نسبة زاوية ع س د إلى ب س د أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى ب د جـ . فليس ينعطف إلى س شعاع موازٍ لخط ا جـ أكثر من واحد، وذلك ما أردناه.

د

ثم يقول : كل شعاع ينعطف من ع ، فإنه ينتهي إلى نقطة من خط جـ س فيما بين جـ س ، ولا ينتهي إلى ما وراء س .

وإلّا فنعيد الشكل، وليكن مثل ع ل ، فيكون زاوية ل ضعف زاوية الانعطاف، فتكون أعظم من زاوية س، لأن انعطافية ع أعظم من انعطافية ب . ⟨ونسبة ل إلى س كنسبة ع ل د إلى ب س د التي هي أعظم من نسبة ع د جـ إلى ب د جـ .⟩ وتكون نسبة زاوية ل إلى زاوية س أعظم من نسبة زاوية ع د جـ إلى ب د جـ . وليكن نسبة زاوية ع ل د إلى د ل ي كنسبة زاوية ع د جـ إلى ب د جـ ، وليكن نقطة ي على قوس ت ف ع ، فيكون زاوية ي ل د أعظم من ب س د ، فخط ي ل يلاقي ب س من وراء نقطة س ، فخط ي ل فيما بين خطي س ب ل ع ، وهو يقطع ت ع ، وليكن على

1 ع ب: ع ت [س] ـ 2 ب ت: ب ر [كـ] ـ 3 إلى <زاوية >ب د جـ: ناقصة [ل]/ ع: ح [ح]/ س: ناقصة [ت] ـ 3 ـ 4 لكن. . . ب د جـ: ناقصة [كـ] ـ 4 ع د جـ: د جـ ع [ح] ـ 5 لخط: للخط [كـ] ـ 6 د: ناقصة [ا، ت، كـ] ـ 7 يقول: نقول [ح، ل، كـ]/ ينعطف: ينعطب [ح] ـ 7 ـ 8 نقطة. . . ولا ينتهي إلى: ناقصة [كـ] ـ 9 ع ل: ممحوة [س] ـ 10 ـ 11 انعطافية ب: بعدها في [ح، ل] «إلى ب د جـ»، وفوق «إلى» اثبت ناسخ [ل] «زايد منه» ـ 12 ـ 13 وتكون. . . إلى ب د جـ: ناقصة [ل] ـ 15 ي ل: ل ي [كـ]/ ب س: ت س [س].

خ مثل ل خ ي / فنسبة قوس ع ف إلى ف ي كنسبة زاوية ع ل د إلى ي ل د وكنسبة زاوية ع د جـ إلى ب د جـ ؛ فنسبة قوس ع ف إلى ف ي كنسبة قوس ع جـ إلى جـ ب ؛ فنسبة قوس ف ع إلى ع ي كنسبة قوس ع جـ إلى ع ب ، فنسبة قوس ت ف ع إلى ⟨قوس⟩ ع ي كنسبة قوس ت جـ ع إلى قوس ب ع ، فنسبة قوس ف ي إلى قوس ي ع كنسبة قوس جـ ب إلى ب ع ، فنسبة جيب قوس جـ ب إلى جيب قوس ب ع أعظم من نسبة جيب قوس ف ي إلى ⟨جيب⟩ قوس ي ع ، فنسبة جيب قوس ب جـ ت إلى جيب قوس ب ع أعظم من نسبة جيب قوس ت ف ي إلى ⟨جيب⟩ قوس ي ع ، فنسبة ت ش إلى ش ع أعظم / من نسبة ت خ إلى خ ع للمقدمة الموضوعة ، وذلك محال.

ت - ٢٣٣ - و

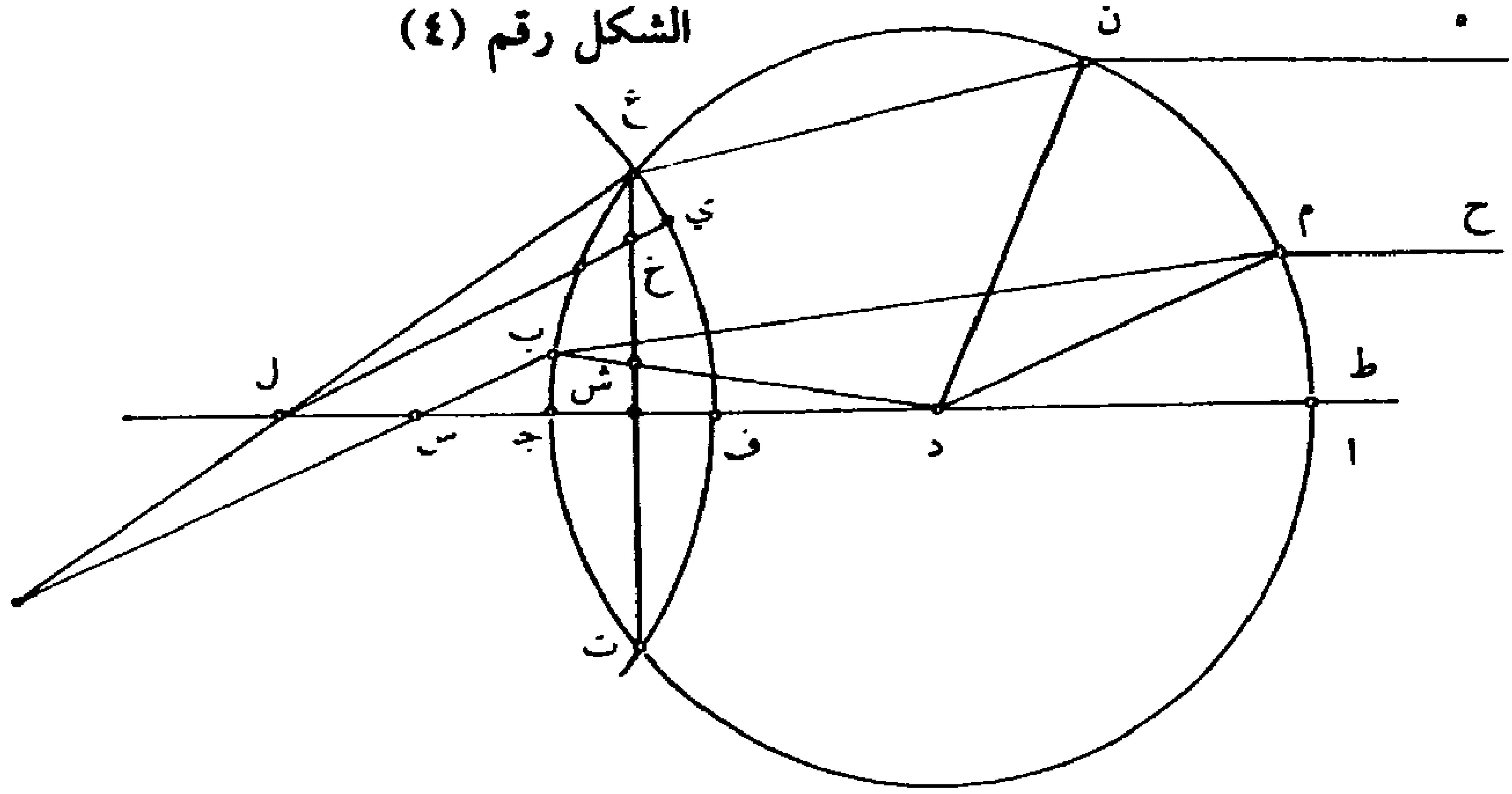
ل - ٢٨٠ - و

فليس ينعطف الشعاع من نقطة ع إلى نقطة من وراء س. وتبيّن أنه لاينعطف إلى س ؛ فتعين المطلوب.

---

1 ع ل د: ب د ل [ك] - 2 ي ل د: ي د [ك]/ وكنسبة: كنسبة [ل]/ ع د جـ: ع جـ [ا] ع جـ د [ك]/ إلى ب د جـ: ناقصة [ت] - 2 - 4 فنسبة ... إلى ع ب: ناقصة [ك] - 2 - 4 فنسبة قوس ف ع ... إلى ع ب: ناقصة [س] - 3 ف ع إلى ع ي كنسبة قوس: ناقصة [ت]/ ف ع ... كنسبة قوس: ناقصة [ا] - 4 ع ي: ي ع [ك] - 5 قوس: ناقصة [ك]/ ب ع: ع ب [ا، ت، ح، ل] ع ت [س]/ ف ي: ت ف ي [ت، س، ل] ب ف ي [ك]/ قوس (الثالثة): ناقصة [ك]/ جـ ب: ت جـ ب [ا، ت، ح، س] ب جـ [ك] ب جـ ب [ل] - 6 جـ ب: ت جـ ب [ا، ت، س، ل] ي جـ ب [ك] - 6 - 7 فنسبة جيب ... ي ع: ناقصة [س] - 7 - 9 فنسبة ... قوس ي ع: ناقصة [ا، ل، ك] - 7 ف ي: ب ف ي [ك] ت ف ي [ت، ح، س، ل]/ ب جـ ت: ت جـ ب [س] - 9 ت ش: ت س [ك]/ ش ع: س [ك]/ للمقدمة الموضوعة: ناقصة [ا، ت، ح، س، ك] - 10 وذلك محال: بعدها كرر ناسخ [ل] صفحة ١٤١، سطر ٣، ابتداءً من «أقول» - ١٢ فتعين: فتبين [ك].

الشكل رقم (٤)



الحاصل : فقد تبيّن أن كل شعاع موازٍ لـ ا جـ فإنه إذا وصل من الشمس إلى /كرة ا ب جـ فإنه ينعطف إلى نقطة من ا جـ من وراء جـ . وأن كل شعاع ا ـ ٥٦٠ منها يكون أبعد من ا ينعطف إلى نقطة أقرب من جـ، وأنه لا ينعطف إلى نقطة واحدة وراء جـ إلا شعاع واحد من الأشعة الموازية لـ ا جـ التي في سطح دائرة ا ب جـ ، وأن الأشعة المنتهية إلى مبدأ مبدأ تنعطف جميعاً إلى نقطة نقطة / ك ـ ٢٧٤ ـ ظ من خط ا جـ وراء نقطة جـ .

أقول : وأنا أسمي تلك النقاط نهايات، فيكون لكل مبدأ منتهى.

قال : وقد بقي أن نحدّ نهاية الخط الذي عليه جميع النهايات ليتعين موضع الإحراق.

1 الحاصل: ناقصة [س، ك] ـ 2 فإنه: ناقصة [ا] ما [ك] ـ 3 أقرب: ا جـ ب [ك] ـ 4 وراء: ورا [ا]/ جـ: د جـ [ح]/ إلا: لا [ك] ـ 5 ا ب جـ: ا ب [ا، ت، ح، س، ل، ك]/ إلى: ناقصة [ل]/ مبدأ مبدأ: المبدأ المبدأ [ح]/ نقطة نقطة: نقطة [ح] ـ 8 بقي: بقى لنا [س]/ نحدّ: نجد [ا، ت، ك]/ ليتعين: ليبين [ك].

ه

فلنعد دائرة ا ب ج ونخرج ه ب ط موازياً لـ ا ج ، فشعاع ه ب ينعطف إلى قوس ط ج ، فليكن على ب ك . ثم إلى ن ، ونصل د ب وننفذه إلى ح و ر.

وقد بيّن بطلميوس في المقالة الخامسة من كتابه في **المناظر** أن العطفية إذا كانت أربعين على أن / القائمة تسعون، فإن الباقية تكون خمسة وعشرين، س ـ ١٨٢ ـ ظ وإذا كانت العطفية خمسين، كانت الباقية ثلاثين.

أقول : ويعني أنه في كرة زجاج على ما يشعر به كلامه في صدر المقالة.

قال : فتبيّن من ذلك أن انعطافية الأربعين جزءاً هي خمسة عشر جزءاً وانعطافية الخمسين عشرون. فتبيّن أن زيادة انعطافية الخمسين على الأربعين نصف زيادة العطفية الأولى على العطفية الثانية.

ثم بيّن بطلميوس أن زيادة الانعطافية على الانعطافية من بعد الخمسين يكون أعظم من نصف تفاضل العطفيتين. فإذا كانت قوس ا ب أربعين على / ل ـ ٢٨١ ـ و أن المحيط ثلاثمائة وستون، كانت زاوية ا د ب أربعين وكذلك ه ب ح ، وزاوية د ب ك خمسة وعشرين، فزاوية ر د ك خمسون، فزاوية ج د ك عشرة. وإذا كانت قوس ا ب خمسين جزءاً وكذلك زاوية ه ب ح وزاوية ا د ب ، كانت باقية د ب ك ثلاثين ور د ك ستين فـ ج د ك أيضاً عشرة.

---

1 ه: ناقصة [ا، ت، ل، ك] ـ 5 وقد: قد [ك]/ بيّن: تبين [ل، ك]/ المناظر: المناظرة [ك] ـ 6 خمسة: خمسا [س] ـ 7 العطفية: الثلثين، وكتب الناسخ فوقها «ظ» اختصاراً لكلمة «الظاهر» [ك]/ ثلاثين: ثمنين [ك] ـ 8 ويعني: ومعنى [ك] ـ 9 فتبين: فنبين [ك]/ انعطافية: انعطاف [ك] ـ 9 ـ 10 جزءاً (الثانية) ... الأربعين: ناقصة [ك] ـ 10 فتبيّن: فيتبين [ا]/ الخمسين على الأربعين: الأربعين على الخمسين [ح] ـ 13 العطفيتين: القطعتين معاً [ك]/ فإذا: إذا [ك] ـ 15 د ب ك: ا ب د [ك] ـ 16 وإذا: اذا [ا، ك]/ ه ب ح: ب ح [ل] ـ 17 ثلاثين و ر د ك: ناقصة [ك]/ فـ ج د ك: و د ك [ت].

فالشعاعان الموازيان لـ ا جـ المنتهيان إلى نقطتين، بعداهما عن آ أربعون وخمسون، كلاهما ينعطفان إلى نقطة كـ التي بعدها عن جـ عشرة أجزاء؛ ثم لابد أن ينعطفا من بعد إلى نهايتين مختلفتين من / خط جـ س لما تقدم في د. ت ـ ٢٣٣ ـ ظ

فإن كانت قوس ا ب خمسين، فكل شعاع موازٍ يصل إلى نقطة من وراء ب فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين جـ كـ، وذلك لأن زيادة قوس آ ع على قوس ا ب هي زيادة زاوية ا د ع على ا د ب – أعني عطفيتي ع ب – وهي زاوية ب د ع. فزيادة انعطافية ع على انعطافية ب أكثر من نصف ب د ع، وهذه الزيادة تفصل من قوس ب ع أكثر من نصفها. وإذا كانت على المحيط، فإنها توتر قوساً هي أعظم من ب ع، أعني ق ط /. وانعطافية ب توتر قوس ا ـ ٥٦١ ط كـ، فانعطافية ع توتر قوساً أعظم من ق كـ، فشعاع ف ع ينعطف إلى نقطة بين نقطتي كـ جـ.

أقول : وذلك لأن الشعاع الممتد إلى ب ينعطف إلى كـ سواء كان ب طرف قوس الخمسين أو الأربعين.

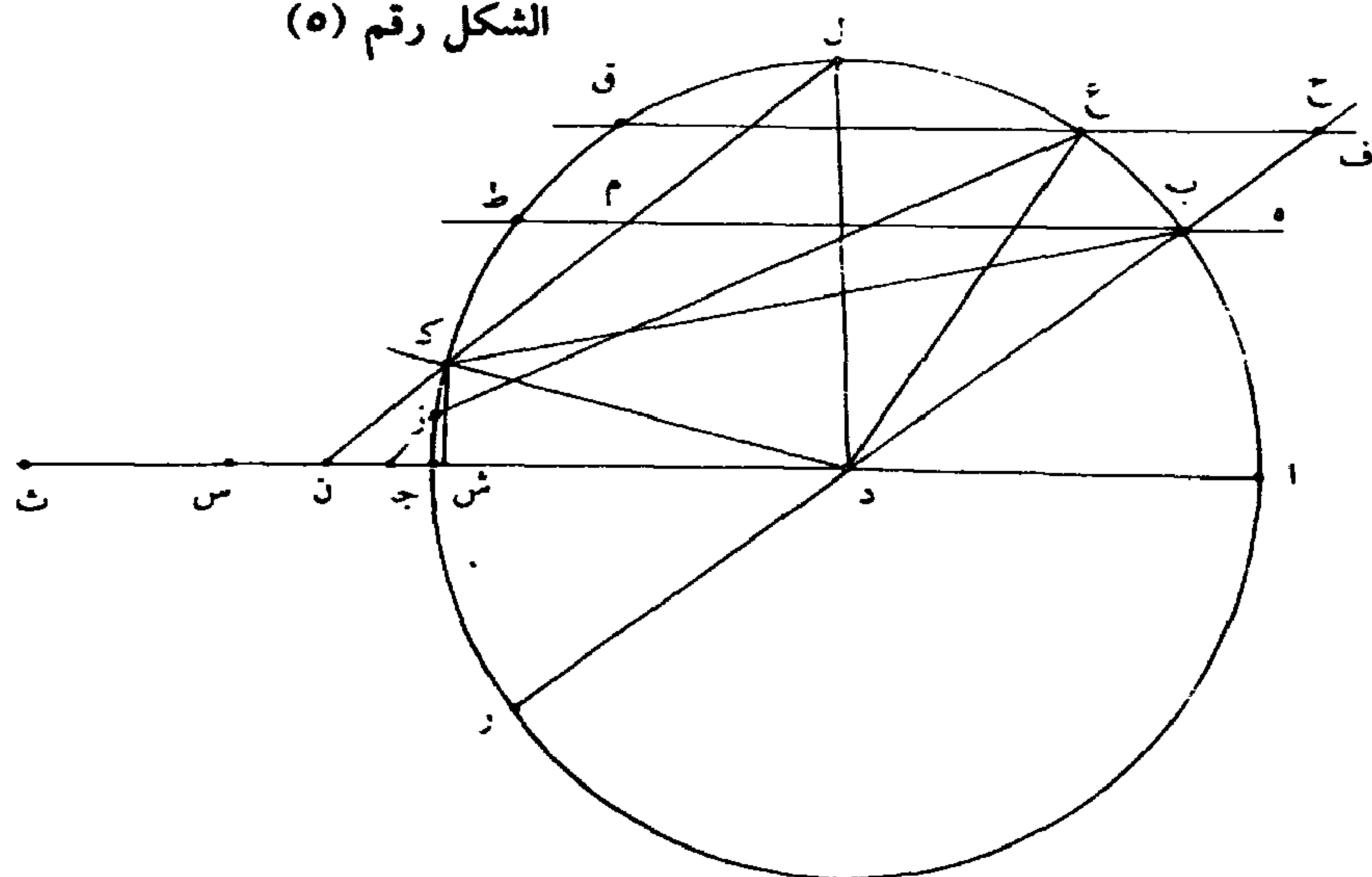
قال : فليكن على ع ز؛ وقد تبيّن أن الشعاع الذي يمتد إلى نقطة وراء النظيرة لنقطة ب وينتهي إلى ⟨وراء⟩ نظيرة ط فإنه ينعطف إلى نقطة فيما بين جـ ن.

أقول : ينبغي أن تحمل «النظيرة» على ما يشملُ كلاً من نقاط المبدأ الذي تكون هي عليه وكلا من النقاط التي تشبهها في كل كرة تفرض.

1 ـ 2 أربعون. . . بعدها عن : ناقصة [كـ] ـ 2 بعدها : بعدهما [ا] ـ 3 ينعطفا : ينعطف [كـ] ـ 4 فكل : ناقصة [ا، كـ] وكل [س]/ شعاع : شعاعا [كـ] ـ 6 هي : فقى [ا]/ عطفيتي : عطفتى [ا] نقطتي [ح]/ ع ب : ا ب [س] ـ 7 ع : ناقصة [ا] ا [كـ]/ على : إلى [كـ]/ وهذه : وهذا [كـ] ـ 8 تفصل من : تتصل من [س] يفضل عن [كـ]/ وإذا : وان [كـ] ـ 10 ط كـ : ط د [كـ]/ ف ع : ب ع [ل] ـ 12 لأن : ناقصة [ا، كـ]/ كـ : د [كـ]/ ب : ناقصة [ا، كـ] ـ 14 قال : ناقصة [ا، كـ]/ ع ز : ع ص [ا، ت، ل، كـ] ع ق [ح] ص [س] ـ 15 ط : ص [ا، ت، س، ل، كـ] ـ 17 يشمل : يشتمل [كـ].

قال : فالأشعة الموازية المنتهية / إلى موضع بعده من طرف القطر أكثر من خمسين تنعطف إلى نقطة فيما بين النقطة التي ينعطف إليها الشعاع من طرف الخمسين وبين طرف القطر النظير لنقطة جـ . ثم تنعطف إلى نقطة من الخط النظير لخط جـ ن. فنظيرة ك هي التي تحدّ جميع النقط التي تنعطف إليها الأشعة التي من وراء الخمسين جزءاً. ونظيرة ن هي التي تحدّ جميع النقط التي تنعطف إليها الأشعة المذكورة ثانياً. ونخرج ن ك إلى أن يلقى المحيط على ل. وليقطع ب ط على م. فيكون زاوية ب ك م مثل زاوية ك ب م. فتكون قوس ب ل مثل قوس ط ك، وإذا كانت ا ب خمسين. فـ ط ك أربعون. ك - ٢٧٥ - و

الشكل رقم (٥)



2 إليها: عليها [ك] - 3 النظير: ناقصة [ك]/ نقطة: نقاط [ك] - 4 النظير: ناقصة [س]/ تحدّ: تجد [ا، ت، ك] - 5 جزءاً: جـ د [ك]/ تحدّ: تجد [ت، ك]/ النقط: النقاط [س] - 6 الأشعة: أعاد الناسخ بعد هذه الكلمة «التي من وراء الخمسين جزءاً ونظيرة ن» [ت] - 7 م: ر [ك]/ ك ب م: ك م ب [ل] - 8 ط ك: ط ص [ك].

أقول : وذلك لأن جـ ك عشرة.

قال : وكذلك ب ل. فقوس ا ل تسعون. فإذا أخرج القطر القائم على ا جـ. ونصّف ا ب جـ على ل. وجُعل جـ ك عشرة. ووصل ل ك. وأخرج إلى أن يلقى ا جـ /. كان الخط الذي ينفصل بين ل ك وبين جـ. أعني ل ـ ٢٨١ ـ ظ ن جـ. هو الذي يحيط بجميع النهايات لأشعة قوس ب ل. والأشعة التي تصل إلى قوس أربعين تنعطف إلى ك جـ. ثم إلى نقطة وراء ن. لأن قوس ا ب إذا كانت أربعين. كان شعاع ب ط من وراء كل شعاع يصل إلى قوس ا ب. فإذا وصل شعاع إلى نقطة بين ا ب مثل و، كانت زيادة انعطافية ب على انعطافية و أقلَّ من نصف قوس ب و. إذا كانت الزيادة على المركز. وأقلَّ من ب و إذا كانت على المحيط. ونخرج و ذ موازياً لـ ب ط /. ولينعطف ت ـ ٢٣٤ ـ و الشعاع على خط و ي، فيكون زيادة قوس ط ك على قوس ذ ي أقل من ط ذ، فنقطة ك فيما بين / نقطتي ذ ي. فنقطة ي فيما بين ك جـ. ا ـ ٥٦٢

أقول : كون ي فيما بين ك جـ ضروري. وإلّا لكانت إما حيث ك أو من ورائها، ويلزم أن تكون الزيادة بقدر ط ذ أو أكثر، فأما كون ك بين ذ ي فغير لازم ولا نافع أيضاً.

قال : فيكون ن أقرب إلى جـ من منتهى الشعاع المنعطف من ي.

2 وكذلك: فكذلك [ا، ت، س، ك، ل]/ ب ل: ي ل [ك]/ القائم على: النظير لـ [ا، ت، ح، س، ل] النظير [ك]/ ا جـ: الاخر [ك] ـ 3 ووصل ل ك: كررها الناسخ [ت] ـ 4 كان فان [س]/ ل ك: ل د [ك] ـ 6 ك جـ: ك [ت] جـ ك [س] د جـ [ك]/ وراء ن: وران [ا] قدامه [ك] ـ 8 بين: ناقصة [س]/ و: ر [ك]/ انعطافية ب على: انعطافية على [ا] ناقصة [ح] ـ 9 و: ر [ك]/ ب و: ب [ك]/ إذا: فاذا [ك] ـ 10 ب و: ب ر [ك]/ و ذ: ر ي [ك] ـ 11 خط: ناقصة [ح، س]/ و ي: ذي [ك]/ ذ ي: ك ي [ح] ـ 12 ط ذ: ط ك [ح]/ فيما بين (الأولى): بعدها «ك جـ» [ل]/ فنقطة ي: ناقصة [ك] ـ 13 وإلا: واما [ا، ك] إلا [س]/ إما: ناقصة [س]/ حيث: جيب [ا، ح]/ ك: ذ [ك] ـ 14 ط ذ: ط ك [ك]/ كون: لون [س]/ بين: فيما بين [ك]/ ذ ي: د ل [ك] ـ 15 نافع: لا يستقيم المعنى إذا تركنا هذه الكلمة كما هي وإن أثبتت في أغلب المخطوطات [ا، ت، س، ل]. وربما كانت في الأصل «مانع». وقد تُقرأ «ولا مانع منه أيضاً»، والمقصود أنه ليس بالمستحيل. واستعمال اسم الفاعل هنا هو للتعبير عن اسم مفعول؛ مانع [ح] نامع، وكتب الناسخ تحتها «ع» اختصاراً لعبارة «لعله كذا» [ك].

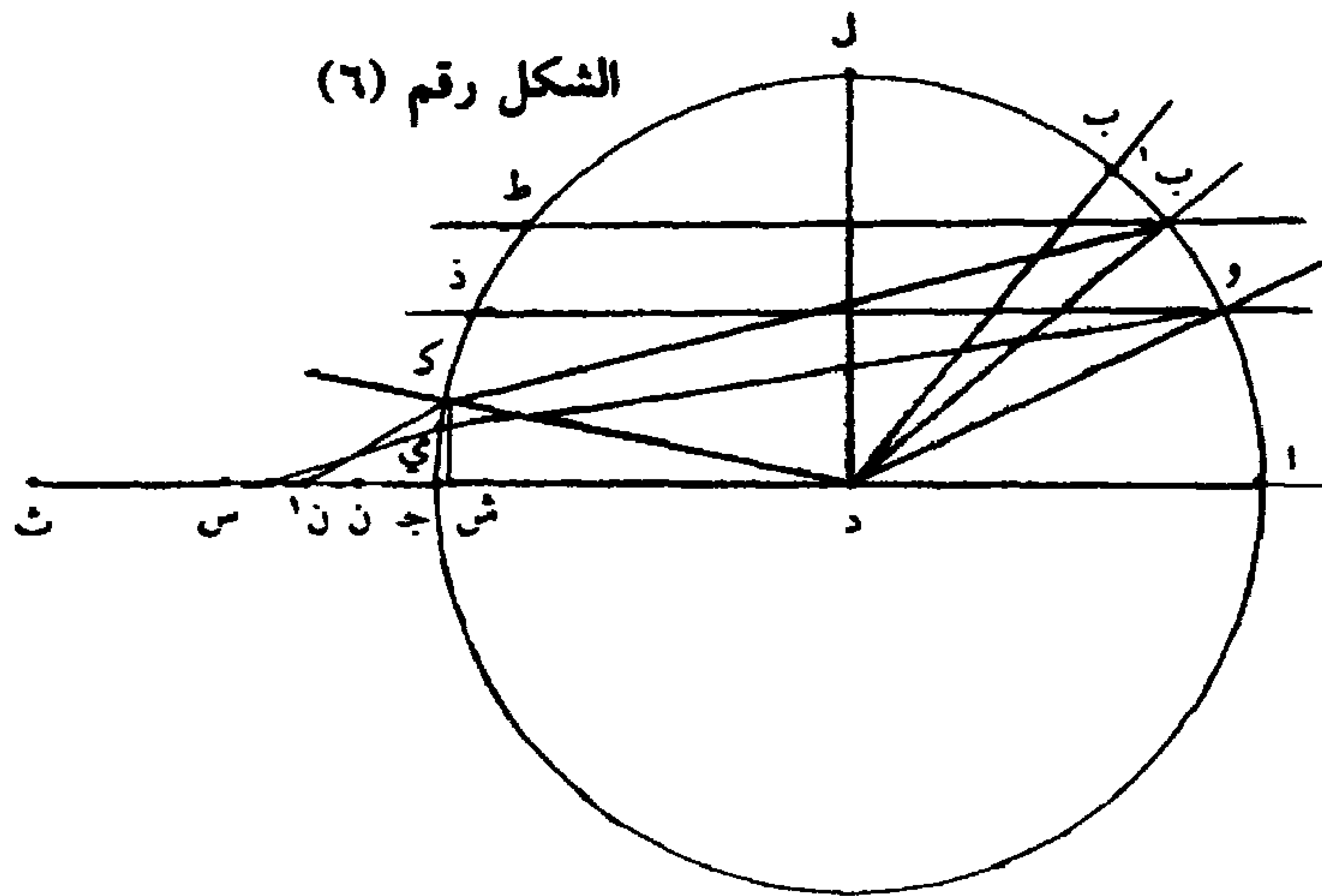
أقول : / الكلام من قوله «فإذا وصل شعاع إلى نقطة بين آ بَ مثل وَ» س - ١٨٣ - و إلى هاهنا مستغنى عنه لأن النتيجة معلومة مما سلف.

قال : فالشعاعات التي تمتد إلى قوس الأربعين تنعطف جميعها إلى ما وراء نَ ، وتحدث هي وسائر الأشعة عند النهايات زوايا كل منها ضعف الانعطافية. والخطوط الواصلة بين دَ ونقاط الانعطاف الثواني تحيط مع دَ جَ بزوايا كل منها زيادة ضعف الباقية على العطفية التي هي أصغر من ضعف / ك - ٢٧٥ - ظ الانعطافية. والزوايا التي عند النهايات تكون أعظم من نظائرها التي عند المركز، فنصف قطر الدائرة أبداً أعظم من خط الانعطاف المنتهي إلى النهاية. وخط الانعطاف / أعظم من الخط الذي يحدّه جَ والنهاية ، فهذا الخط أبداً أصغر ل - ٢٨٢ - و من نصف القطر.

ونجعل جـ ثَ مثل نصف القطر، فيكون جميع النهايات أقرب إلى جَ من ثَ . والشعاعات الممتدة إلى قوس الأربعين هي أقرب إلى آ وتنعطف إلى ن ثَ . فأما التي من وراء الأربعين، فإن ما يصل منها إلى قوس كَ جَ ينعطف إلى جـ نَ ، وهي التي من وراء الخمسين، وما يصل منها إلى نقطة من وراء كَ ينعطف أيضاً إلى جـ نَ .

---

1 وَ: هَ [ل] ـ 2 النتيجة: المقيمة [ك] ـ 3 تمتد: عند [ت] مند [س] ـ 4 نَ: ناقصة [ك] ـ 5 الواصلة: الداخلة [ا، ت، ك]/ الثواني: التوالى [ك]/ د جَ: دَ [س] ـ 6 زيادة: ناقصة [ك]/ ضعف: ناقصة [ح]/ على: مع [ك]/ العطفية: القطعة [ك] ـ 7 نظائرها: نظائره [ك] ـ 8 خط الانعطاف: خط نصف الانعطاف [س] ـ 9 يحدّه: تجده [ا، ك] يحد [ح]/ جَ: ه جَ [ح] ـ 12 الأربعين: أربعين [ا، ك] ـ 13 من وراء: وراء [ح]/ منها: ناقصة [س] ـ 14 ـ 15 وهي. . . جـ نَ: ناقصة [ت] ـ 15 جـ نَ: جـ بَ [ك].



أقول : تفصيل الأشعة التي من وراء الأربعين مُستغنى عنه أيضاً.

قال : فالشعاعات التي تنعطف إلى جـ ن أكثر من التي تنعطف إلى ن ث. ونصل د ل فيكون عموداً على قطر ا جـ وهو ستون، ونخرج عمود ك ش عليه فيكون عشرة ونصفاً تقريباً، إذْ هو جيب ⟨قوس⟩ ك جـ ، ونسبة ل د إلى ك ش كنسبة د ن إلى ن ش ، وخط ش جـ أكثر من نصف جزء، فخط ن جـ أقل من اثني عشر جزءاً، فهو أقل من سدس د ن ، فـ ن جـ أقل من خمس د جـ ، وننصف ث جـ على س. فالشعاعات المنعطفة إلى س جـ أكثر بكثير من المنعطفة إلى س ث ، وس جـ أقرب إلى نقطة الانعطاف من س ث ، فالحرارة عند س جـ أكثر منها عند س ث ، فالإحراق إنما يكون على س جـ الذي هو ربع القطر، وذلك ما أردناه.

---

1 تفصيل: نفصل [ا، كا] ـ 2 جـ ن: جـ ب [كا] ـ 3 د ل: د ث [ح، ل] ع ل [كا]/ وهو: و س [ل]/ ونخرج: ويخرج [ا] و د ح [س] ـ 4 عشرة ونصفاً تقريباً: عشرة نصفا بالتقريب [كا]/ إذ: او [كا]/ ك جـ: د جـ [كا] ـ 5 ك ش: د س [كا]/ د ن: د س [كا]/ ن ش: ن س [ا]/ ش جـ: جـ ش [كا]/ جزء: جـ د [س] ـ 6 اثنى عشر جزءاً: عشرة أجزاء [ا، ت، س، ل، كا]/ د ن: ن د [ا، س، كا]/ ن جـ: ر جـ [ح] ـ 7 خمس: خمسين [ت]/ ث جـ: ن جـ [ا، ت، ح، س، ل، كا]/ على س: ناقصة [س]/ س جـ: س ن [ل]/ 7 ـ 8 أكثر... س ث: ناقصة [ل] ـ 8 بكثير: تكثير [كا]/ س ث: س ن [ا، ت، ح، س، كا]/ ـ 9 س ث: س ن [ا، ت، ح، س، ل، كا] س ث: س ي [ا، ت، ح، س، كا] س ن [ل].
الشكل ليس في المخطوطات.

أقول: لا شك أن ن جـ إذا كان أقل من خمس د جـ فنصفه أقل من عشر د جـ. فلا يكون الإحراق على س جـ إحراقاً على ربع القطر، والظاهر هو أن ذلك سهو من الناسخ. والصواب أن ينصف ث جـ ليحصل ما ذكر وأن يكون نقطة س فيما بين ث ن في الشكل. وقد/ تصفحت نسختين من مقالته ١ ـ ٥٦٣ هذه فوجدت فيها على ما أوردته، فأوردت على ما وجدته، ونبهت على ما فيه.

رد وإلزام

وإذْ قد تبيّن أن انعطافية الخمسين كـ ٦ وباقيها ل ٦، وانعطافية الأربعين يه ٦ وباقيها كه ٦. وأن تفاضل الانعطافيات بعد الخمسين أعظم من نصف تفاضل عطفياتها، والتي قبل الأربعين أقل، فظاهر أن تفاضل انعطافيتي الأربعين والخمسين كتفاضل باقيتيها، ومجموع التفاضلين كتفاضل العطفيتين. وانعطافية الستين تزيد على انعطافية الخمسين بأكثر من ه، فباقية الستين تزيد على باقية الخمسين بأقل من ه ضرورة. ولأن مجموع / الزيادتين ت ـ ٢٣٤ ـ ظ هو زيادة الستين على الخمسين، أعني عشرة، فزيادة انعطافية الستين على انعطافية الخمسين أعظم من زيادة باقية الستين على باقية الخمسين،

---

1 أقول: ناقصة [ا، كـ]/ لا: ولا [ا، كـ] ـ 2 الإحراق: لاحراق [ا]/ ربع: ربعى [كـ]/ والظاهر: فالظاهر [ا، كـ]/ هو: ناقصة [ا، ت، س، كـ] ـ 4 ث ن: ب ن [كـ] ـ 5 هذه: هذا [ل]/ فوجدت: فوجدته [ح]/ أوردته: اوردة [ت]/ ونبهت: ونهب [ا، ت، كـ]/ ما فيه: بعدها «إلى الفرج» [ح] ـ 6 رد: ورد [ت]/ رد وإلزام: ناقصة [ح، كـ] ـ 7 إذ: ناقصة [ح، ل]/ انعطافية (الأولى والثانية): الانعطافية [ح]/ كـ ٦: كـ جـ [كـ]/ وباقيها ل ٦: ناقصة [كـ] وباقيها: يكتبها «وباقيتها» ولن نشير لها مرة أخرى [ت، س، كـ] ـ 8 يه ٦: ن جـ [كـ]/ كه: د [ا] د جـ [كـ]/ نصف: ناقصة [ا، كـ] ـ 9 قبل: على [كـ]/ انعطافيتي: انعطافين [كـ] ـ 10 باقيتيهما: باقيتهما [كـ]/ التفاضلين: التفاضل [س]/ كتفاضل: كمجموع [ح] ناقصة [س] ـ 11 العطفيتين: القطعتين [كـ] انعطافية: الانعطافية [ل]/ ه: ناقصة [ا] من ه: مرة [كـ] ـ 12 ه: ناقصة [ا] عشرة [كـ]/ ولأن: لأن [ا، ت، س، ل، كـ].

وكذلك إلى نهاية الانعطاف. / ويكون بمثل هذا البيان زيادة انعطافية (ك ـ ٢٧٦ ـ و) الأربعين على انعطافية الثلاثين أقلَّ من زيادة الباقية على الباقية، وكذلك إلى / أوائل الانعطاف. فزيادات الباقيات المتوالية من أوائل الانعطاف أعظم (ل ـ ٢٨٢ ـ ظ) من زيادات انعطافياتها إلى حد ما نسميه الفصل – المتصاغرة إلى أن تصير صفراً، ثم تصير زيادات الانعطافيات / أعظم، مندرجة من غاية الصغر إلى (س ـ ١٨٣ ـ ظ) غاية من العظم عند انتهاء الانعطاف. وزيادات انعطافيات ما بعد الفصل على انعطافيات ما بعده أعظم من زيادات الباقيات. وكذا زيادات انعطافيات ما بعده على انعطافية الفصل أعظم من زيادات الباقيات على ما فيه الفصل. وزيادات انعطافية الفصل وما قبله على ما قبله تكون أصغر من زيادات الباقيات. فأما انعطافيات ما بعد الفصل؛ فإن زياداتها على انعطافيات ما قبله قد تزيد على زيادات الباقيات، وقد تساوي وقد تنقص. فإن زادت تقاطع الشعاعان داخل الكرة، وإن تساويا تقاطعا عند محيط الكرة، وإن نقصت فخارج الكرة. ولما كانت بواقي الانعطافيات في الأغلظ كعطفياتها في الألطف، في اقتضاء قدر الانعطافية، وتحقق أن تفاضلات الانعطافيات في الأغلظ قد تزيد على تفاضلات باقياتها وقد تساويها، فتفاضلات الانعطافيات في

---

1 إلى: لا [ك]/ بمثل: تمثيل [ح، ل] ـ 2 على الباقية: ناقصة [ح، ل] على (الثانية): إلى [ك] ـ 3 فزيادات: فزيادة [ل]/ المتوالية: المتواليات [س] ـ 4 زيادات: زيادة [ح]/ انعطافياتها: انعطافاتها [ح، ل]/ حد ما نسميه: حده تسمية [ك]/ الفصل: يكتبها «الفضل» ولن نشير لها مرة أخرى [ا، ح، ك]/ المتصاغرة: متصاغرة [ا، ت، س] المضاغرة [ا] ـ 5 صفراً: صغيراً [ك]/ من: في [س] ـ 5 ـ 6 الصغر . . . من: ناقصة [ا، ك] ـ 6 من: ناقصة [س]/ انتهاء: انها [ا، ت]/ الانعطاف: كتب بعدها ناسخا [ا، ك] «وزيادات انعطافيات أعظم مندرجة من غاية الصغر إلى غاية من العظم عند انها الانعطاف»، لكن كتب ناسخ [ك] «انتهاء» بدلاً من «انها»/ انعطافيات: الانعطافيات [ح] ـ 6 ـ 7 بعد. . . ما: ناقصة [ك] ـ 8 انعطافية: انعطافيات [ك]/ ما فيه: باقية [س، ك] ـ 9 على ما قبله: ناقصة [س، ك] ـ 10 فإن: وان [ك]/ زياداتها: زيادات [ك] ـ 11 تساوي: ساوي [ل]/ تقاطع: يتقاطع [ك] ـ 12 وإن تساويا: أو تساويا [ح، ل]/ نقصت: تتصوب [ح، ل] ـ 13 فخارج: مخارج [ح]/ كانت: كان [ا، ت، س، ك]/ بواقي: توافى [ح]/ في الأغلظ: بالاغلظ [ك]/ كعطفياتها: كانعطافياتها [ح] ـ 14 اقتضاء: ناقصة [ا، ت، ك].

الألطف قد تزيد على تفاضلات عطفياتها وقد تساويها، وذلك ما وعدنا بيانه <في> أوائل الفصل الثالث من المقالة السابعة.

وقد استخرجنا انعطافيات العطفيات المتفاضلة بخمس خمس وباقياتها
على أن الانعطاف من الهواء في الزجاج بناءً على المعطى / من انعطافيتي ل - ٢٨٣ - و
الأربعين والخمسين، وسلكنا فيه مسلكاً لطيفاً من أصناف قوس الخلاف،
فخرجت/ على ما وضع في الجدول. وذلك تخمين لا يقادر التحقيق فيما نحن ا - ٥٦٤
بصدده من التمثيل بشيء يُعتد به. فمن أراد استخراجها على تفاضل درجة
درجة، أو أدق، فليقسم / التفاضلات المتوالية على خمسة / أو غير ذلك ت - ٢٣٥ - و ك - ٢٧٦ - ظ
بحسب ما يوجبه التدقيق، ثم يزيد الحاصل مرة بعد أخرى على الأولى إلى أن
يبلغ الأخرى، وعلى ذلك حتى يحصل المطلوب، وهذا هو الجدول. / س - ١٨٤ - و

1 بيانه: ببيانه [ح] - 3 العطفيات: ناقصة [ك]/ وباقياتها: وباقيتها [ا، ك] - 4 بناءً: بنا [ا]/ من انعطافيتي: وانعطافيتى [س] من انعطافين [ك] - 6 تخمين: بخمسين [س]/ لا يقادر التحقيق: الأبعاد والتحقيق [ا، ت، ك] - 7 بشيء يُعتد: لشيء نعتد [ح] - 9 بحسب: حسب [ح، ل] - 10 الجدول: فارغ [ا، ك] رسم خطوطه ولم يكمله [ت] ثمة بعض الأخطاء وصوّبناها دون الإشارة إليها [ح] أثبتنا الفوارق حسب مخطوطتي [س، ل].

	العطفيات في الألطف		الانعطافات			التفاضلات			الباقيات العطفيات في الأغلظ			التفاضلات		
			ج	ق	نيه	ج	ق	نيه	ج	ق	نيه	ج	ق	نيه
	٦	نط	٦	يه	٦				٦	مد	٦			
ا	ه	٦	ا	ك	كه	ا	ه	كه	ج	لط	له	ب	نه	له
ب	ي	٦	ب	نا	يه	ا	ل	ن	ز	ح	مه	ج	كط	ي
ج	يه	٦	د	لا	نج	ا	م	لح	ي	كح	ز	ج	يط	كب
د	ك	٦	و	كا	م	ا	مط	مز	يج	لح	ك	ج	ي	يج
ه	كه	٦	ح	ك	٦	ا	نح	ك	يو	م	٦	ج	ا	م
و	ل	٦	ي	كو	يه	ب	و	يه	يط	لج	مه	ب	نج	مه
ز	له	٦	يب	لط	مح	ب	يج	لج	كب	ك	يب	ب	مو	كز
ح	م	٦	يه	٦	٦	ب	ك	يب	كه	٦	٦	ب	لط	مح
ط	مه	٦	يز	كو	يه	ب	كو	يه	كز	لج	مه	ب	لج	مه
ي	ن	٦	ك	٦	٦	ب	لج	مه	ل	٦	٦	ب	كو	يه
يا	نه	٦	كب	ما	يه	ب	ما	يه	لب	يح	مه	ب	يح	مه
يب	س	٦	كه	ل	٦	ب	مح	مه	لد	ل	٦	ب	يا	يه
يج	سه	٦	كح	كو	يه	ب	نو	يه	لو	لج	مه	ب	ج	مه
يد	ع	٦	لا	ل	٦	ج	ج	مه	لح	ل	٦	ا	نو	يه
يه	عه	٦	لد	ما	يه	ج	يا	يه	م	يح	مه	ا	مح	مه
يو	ف	٦	لح	٦	٦	ج	يح	مه	مب	٦	٦	ا	ما	يه
يز	فه	٦	ما	كو	يه	ج	كو	يه	مج	لج	مه	ا	لج	مه
يح	فط	نط	مد	نط	كط	ج	لج	يد	مد	نط	لا	ا	كه	مو

1 العطفيات في الألطف : الانعطافيات في الألطف [ل] – 8 يـجـ (الثانية) : جـ [ل] – 15 يح (الأولى) : لجـ [ن] / يح (الثانية) : لح [ل] – 16 كه : كد [ل] – 17 كو: كح [ل] – 19 يع : لع [ل] – 22 لا : كط [س].

حاشية في كيفية استخراج ذلك :

لما كانت عظمى الانعطافيات تزيد على صغرتها بما لا يبلغ ربع العطفية، وصغرتها تجاوز الربع. قسمنا الربع – وهو يه دقيقة – على يح عدد العطفيات، خرج ن ثانية وهو البيت الأوسط للجميع، فضربناه في ح بلغ ٦ و مـ، زدناه على ٦ يه بلغ 〈٦〉 كا مـ؛ فقد نقصت عن 〈٦〉 كب ل: ن ثانية، قسمناه على ح خرج و 〈ثانية و〉 يه ثالثة، زدناه على ن ثانية، بلغ نو 〈ثانية〉 يه ثالثة، وهو البيت الأوسط للقسم الأول، أعني من آ إلى ح.

وكذلك ضربنا ن ثانية في ب، بلغ آ مـ، زدناه على ٦ كب ل، بلغ 〈٦〉 كد ي؛ فقد زاد على 〈٦〉 كد: ي ثانية، قسمناه على ب خرج ه، نقصناه عن ن، بقي مه ثانية. وهو البيت الأوسط للقسم الثاني، أعني من ح إلى ي.

وكذلك ضربنا ن في ح بلغ ٦ و مـ، زدناه على ٦ كد بلغ ٦ ل مـ، فقد زاد مـ. قسمناه على ح خرج ه، نقصناه عن ن، بقي مه ثانية، وهوالبيت الأوسط للقسم الثالث.

فاقتضى ذلك أن يكون البيت المعدّل من وراء ح البيت الأوسط المذكور في القسمين الأخيرين، إذْ لو تفاضلت لتغيرت انعطافية ن، فجعلناه كذلك ثم أخذنا التفاوت بين البيت الأوسط للقسم الأول والأوسط للقسمين

---

1 لم نجد هذه الحاشية إلا في مخطوطة واحدة [س] بين تلك التي اعتمدنا عليها لتحقيق النص، وهي جزء من النص نفسه في هذه المخطوطة، مما يثير السؤال حول مؤلف هذه الحاشية كما بينا هذا في المقدمة. ووجدنا أسلم الحلول هو الإبقاء عليها كما هي. وهذه الفقرة الهامة صعبة القراءة لكثرة الحروف ـ 2 صغرتها: وردت هكذا في أكثر من موضع، والصحيح «صغراها» لأن صيغة التفضيل «صغرى» وليس «صغرة» ـ 3 الربع: المعنى المقصود بالعبارة الأولى هو ما يلي: لما كانت أكبر نسب الانعطافيات إلى عطفيتها تزيد على أصغر نسب الانعطافيات إلى عطفيتها ما لا يبلغ الربع، وأصعب نسب الانعطافيات إلى عطفيتها تجاوز الربع ـ 6 قسمناه: أي العدد ـ 16 الأخيرين: قد تُقرأ «الآخرين»، وهذا أيضاً جائز.

الأخيرين. فكان يا ⟨ثانية⟩ مه ثالثة. ضربناه في ثمانية. بلغ ا ⟨دقيقة⟩ ل ثانية. قسمناه على مثلث ح. أعني ستة وثلاثين. خرج ب ⟨ثانية⟩ ل ⟨ثالثة⟩. ضربناه في الأعداد المتوالية من ا / إلى ح حصل هكذا : ب ل. ه ٦، ⟨ز ل⟩، ي ٦، يب ل، يه ٦، يز ل، ك ٦، زدناها على مه ثانية على الولاء مبتدئين من ك ٦. حصل هكذا : ا ه ٦؛ ا ب ل؛ ا ٦ ٦؛ ٦ نــز ل؛ ٦ نــه ٦؛ ٦ نب ل؛ ٦ ن ٦؛ ٦ مز ل؛ وهي الأبيات المعدّلة من ا إلى ح. والبيت المعدّل بعد ذلك ٦ ٦ مه ٦؛ فزدنا الأبيات المرتبة المتوالية على ٦ يه ٦ ٦ وهي أقل نسب الانعطافيات إلى عطفياتها على الولاء إلى بيت يح. فحصلت نسب الانعطافيات المتوالية إلى عطفياتها هكذا : ٦ يه ٦ ٦؛ ٦ يو ه ٦؛ ٦ يز ز ل؛ ٦ يح ز ل؛ ٦ يط ه ٦؛ ٦ ك ٦ ٦؛ ٦ ك نب ل؛ ٦ كا مب ل؛ ٦ كب ل ٦؛ ٦ كج يه ٦؛ ٦ كد ٦ ٦؛ ٦ كد مه ٦؛ ٦ كه ل ٦؛ ٦ كو يه ٦؛ ٦ كز ٦ ٦؛ ٦ كز مه ٦؛ ٦ كح ل ٦؛ ٦ كط يه ٦؛ ٦ ل ٦ ٦؛ ثم ضربنا كلاً منها في عطفيتها. بلغت الانعطافيات للعطفيات المتوالية على تفاضل خمسة خمسة على ما وضع في الجدول. وذلك ما أردناه. س - ١٨٤ - ظ

قال تكملة : ثم إن كل نقطة من الكرة تخرج إليها الأشعة من جميع جرم الشمس المقابل لها، والشعاع الموازي أحدها؛ إلّا أن جميعها يحيط مع الموازي بزوايا في غاية الضيق ليس لها قدر محسوس. فإذا انعطف الموازي، انعطف الجميع معه محيطاً به. فينعطف الجميع إلى النقطة التي إليها ينتهي الموازي حيث انتهى. فيصير الموضع الذي يحصل فيه جميع المنعطف جزءاً من الهواء ذا قدرٍ غير مقتدرٍ لضيق رأس المخروط.

2 مثلث : أي العدد المثلث - 4 زدناها : رنادها - 8 وهي : هي - 11 كب ل ٦ أثبتها في الهامش مع الإشارة إلى موضعها - 15 قال : ناقصة [ا، ك]/ تكملة : ناقصة [ك] - 18 محيطاً : محيطة، وردت هكذا، وهي حال من «الجميع»/ التي : ناقصة [ا] - 19 المنعطف : المنعطفة [ح، ك]/ جزءاً : جزء [ك] - 20 ذا قدر : واقدر [ا].

أقول: يعني المخروط المعكوس الوضع الملتئم من أشعة جميع نقاط الشمس المنتهية إلى نقطة الانعطاف للخط الموازي.

قال: وقرب المسافة؛

أقول: يعني بين رأس المخروط وموضع الانتهاء.

قال: ولا يكون نقطة متوهمة. ولذلك حصلت فيه حرارة. ولو كانت نقطة متوهمة لما حصل فيها حرارة. وكذلك النقطة التي ينتهي إليها أشعة جرم الشمس في السطح الأعلى من الكرة ليست نقطة متوهمة، بل هو جزء صغير من سطح الكرة.

أقول: وكأنه يريد بها نقطة تحصل منها حرارة ليصح كلامه.

قال: إلّا أنه أصغر من الجزء الذي يُنعطف إليه، لأن الأشعة التي تخرج ك ـ ٢٧٧ ـ و
من جميع جرم الشمس إلى جزء صغير / من سطح الكرة تكوّن مخروطاً، / ا ـ ٥٦٥
ذلك الجزء الصغير رأسه؛ فإذا انعطفت كان منخرطاً إلى السّعة. وكلُّ نقطة على جـ س ينعطف إليها شعاع يُحيط بها جزء من الهواء له قدر يسير حِسّاً، فمن أجل ذلك يحصل على جـ س أجزاء كثيرة من الهواء، كلُّ واحد منها له قدر محسوس، في كل منها حرارة، وصلت إليه من جميع جرم الشمس، فلذلك يحصل عنده الإحراق.

حاصل الفصل: فكل كرة من البلور وما شابهه، صحيحة الكرية شديدة الشفيف، إذا قوبل بها جرم الشمس، فإنها تحدث إحراقاً في خلاف جهة

---

1 يعني المخروط: يعني أنه المخروط [ح]/ المعكوس: المنعكس [ك] ـ 3 قال: ناقصة [ا، ك]/ وقرب: وقريب [ا، ك] ـ 5 ولو: لو [ك] ـ 6 وكذلك: ولذلك [ا، ت، ك] ولو كانت [ح] ـ 9 وكأنه: كأنه [ا، ت، س، ك]/ منها: فيها [ا، ك]/ ليصح: لصح [ا]/ كلامه: كلا [ا، ك] ـ 10 إليه: عليه [ا، ت] ـ 11 جميع: ناقصة [س] ـ 12 ذلك: وذلك [ح]/ انعطفت: انعطف [ح، ل]/ وكل: فكل [ا، ت، ح، س، ك] ـ 13 له: به [ح] ناقصة [ك] ـ 14 له: ناقصة [ل، ك] ـ 15 في كل: وكل [ك]/ إليه: ناقصة [ا، ك] ـ 16 يحصل: يحدث [ا، ت، ح، ل، ك] ـ 17 حاصل الفصل: ناقصة [ك]/ الكرية: الكرة [ل].

الشمس عند بعد من الكرة يكون أقل من ربع القطر. وكذلك القارورة، إذا كانت كرة من زجاج نقي قد مُلئت ماءً صافياً، لأن شفيف الزجاج النقي والماء متشابهان جداً. فالشعاع النافذ في القارورة لا ينعطف في الماء ما يُعْتَدُّ به. فأما إن كانت خالية فلا، لاختلاف شفيف الهواء والقارورة؛ فإذا نفذ الشعاع في القارورة ووصل إلى الهواء، انعطف؛ ثم إذا وصل إلى القارورة انعطف ثانياً، فيكون عند النهاية على أربعة انعطافات، والانعطاف يضعف الشعاع، / فإذا كثر تكراره، قل تأثيره. ل ـ ٢٨٣ ـ ظ

أقول : وعند هذا الكلام ختم المقالة.

1 بعد : بعيد [ل] – 2 قد : ناقصة [ك] / صافيًا : صاف [ك] / والماء : ولما [ا] – 3 في الماء : ناقصة [ح] – 4 فلا، لاختلاف : فلاختلاف [ا، ك] – 5 القارورة (الأولى) : أعاد بعدها «فإذا نفذ الشعاع»، ثم تنبه لهذا فأشار إليه بالعلامة المعروفة [ت] – 6 يضعف : نصف [ا، ك] – 8 هذا : ها [ت].

ثانياً: الملاحق

ملحق ١

كتاب تركيب المسائل التي حلّلها أبو سعد العلاء بن سهل

بسم الله الرحمن الرحيم ١٢١ - ظ

كتاب تركيب المسائل التي حلّلها أبو سعد العلاء بن سهل

قد استعقب الشيخ الفاضل الأستاذ، سيدي ومولاي أطال الله بقاءه وأدام عزّه ونعماه بما التمس من تركيب المسائل التي حلّلها أبو سعد العلاء بن سهل في رسالته إليه أدام الله تأييده؛ وقابلت أمره بالواجب من الطاعة واستخرجت الوجه الذي استبعده أبو سعد فلم يتوصل إليه وحكم في آخر رسالته هذه على امتناعه لتعذره عليه مع تقدّمه في هذه العلوم الرياضية وصدق براعته في استخراج المسائل الهندسية. نعم، ولو أنه وفّى مراتب النظر حقوقها ومنحها من التفحص حظوظها لتمكن من مطلوبه وتخلص من نقص ما أتى به، إلا أن أحداً لا ينجو من الخطأ نسأل الله التوفيق للصواب، إن ذلك بيده. وأنفذت ما اتفق لي من تركيب هذه المسائل المحللة إلى خزانته المعمورة مقروناً بما أرشدت إليه من إمكان الوجه الذي استبعده أبو سعد العلاء بن سهل مقدماً ألفاظه بعينها. وقبل شروعي فيما قصدت من التركيب، قدمت

---

12 من (الثالثة): عن. يقال تخلص من لا عن، أو تخلى عن.

مقدمات احتجت إليها لتسهيل طريق البرهان وتقريب درك المطلوب وهي هذه :

آ

إذا كانت ثلاثة مقادير متجانسة كيفما كانت فإن نسبة الأول منها إلى الثالث مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الثاني إلى الثالث.

مثال ذلك : مقادير آ ب جـ أقول : إن نسبة آ إلى جـ مؤلفة من نسبة آ إلى ب ومن نسبة ب إلى جـ .

برهان ذلك : أن نسبة ⟨آ إلى جـ هي كنسبة⟩ سطح آ في ب إلى سطح ب في جـ ⟨التي هي⟩ مؤلفة من نسبة أضلاعها، أعني من نسبة آ إلى ب ومن نسبة ب إلى جـ .

وكذلك إذا كانت المقادير أكثر من ثلاثة، بالغةً حيث ما بلغت، فنجعلها لما يُحتاج إليه أربعة، وهي مقادير آ ب جـ د، فأقول : إن نسبة آ إلى د مؤلفة من نسبة آ إلى ب ومن نسبة ب إلى جـ ومن نسبة جـ إلى د.

برهان ذلك ⟨على⟩ ما قدمنا : إن نسبة آ إلى جـ – إذا جعلنا ب وسطاً بينهما – مؤلفة من نسبة آ إلى ب ومن نسبة ب إلى جـ . ونسبة آ إلى د – إذا جعلنا جـ وسطاً بينهما – مؤلفة من نسبة آ إلى جـ ومن نسبة جـ إلى د. لكن نسبة آ إلى جـ قد بيّنا أنها مؤلفة من نسبة آ إلى ب ومن نسبة ب إلى جـ ؛ ١٢٢ - و
فنسبة آ إلى د مؤلفة من نسبة آ إلى ب ومن نسبة ب إلى جـ ومن نسبة جـ إلى د.

---

8 ب : جـ .

ب

إذا كانت أربعة مقادير مثل مقادير ا ب جـ د ، وكانت النسبة المؤلفة من نسبة ا إلى ب ومن نسبة جـ إلى د نسبةَ المثل. فإني أقول : إن نسبة ا إلى د كنسبة ب إلى جـ.

برهان ذلك : إن النسبة المؤلفة من نسبة ا إلى ب ومن نسبة جـ إلى د هي نسبة سطح ا في جـ إلى سطح ب في د ؛ وهذه النسبة هي نسبة المثل، فسطح ا في جـ مثلُ سطح ب في د ، فأضلاعهما متكافئة في النسبة، وضلعا سطح ا في جـ ا جـ وضلعا سطح ب في د ب د ، فنسبة ا إلى د كنسبة ب إلى جـ ، وكذلك أيضاً نسبة ا إلى ب كنسبة د إلى جـ.

جـ

نريد أن نقسم خطاً معلوماً – وليكن ا ب – بقسمين يكون نسبة أحد القسمين إلى الآخر مؤلفة من نسبتين معلومتين، وليكونا نسبة جـ إلى د و ⟨نسبة⟩ ه إلى ز.

فنجعل نسبة د إلى ح كنسبة ه إلى ز ، ونقسم خط ا ب على نقطة ط حتى يكون نسبة ا ط إلى ط ب كنسبة جـ إلى ح ، فأقول : إن نسبة ا ط إلى ط ب مؤلفة من نسبتي جـ إلى د و ه إلى ز.

برهان ذلك : إن نسبة جـ إلى ح – إذا جعلنا د وسطاً بينهما – مؤلفة من نسبة جـ إلى د ومن نسبة د إلى ح ؛ لكن نسبة د إلى ح كنسبة ه إلى ز ، فنسبة ا ط إلى ط ب مؤلفة من نسبتي جـ إلى د و ه إلى ز.

د

إذا كانت ستة مقادير وكانت نسبة الأول منها إلى الثاني مؤلفة من نسبة الثالث إلى الرابع ومن نسبة الخامس إلى السادس، فإنه يكون أيضاً نسبة الثالث إلى السادس مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الرابع إلى الخامس.

فليكن مقادير ا ب جـ د ه ز، نسبة ا إلى ب مؤلفة من نسبة جـ إلى د ومن نسبة ه إلى ز، فأقول : إن نسبة جـ إلى ز مؤلفة من نسبة ا إلى ب ومن نسبة د إلى ه.

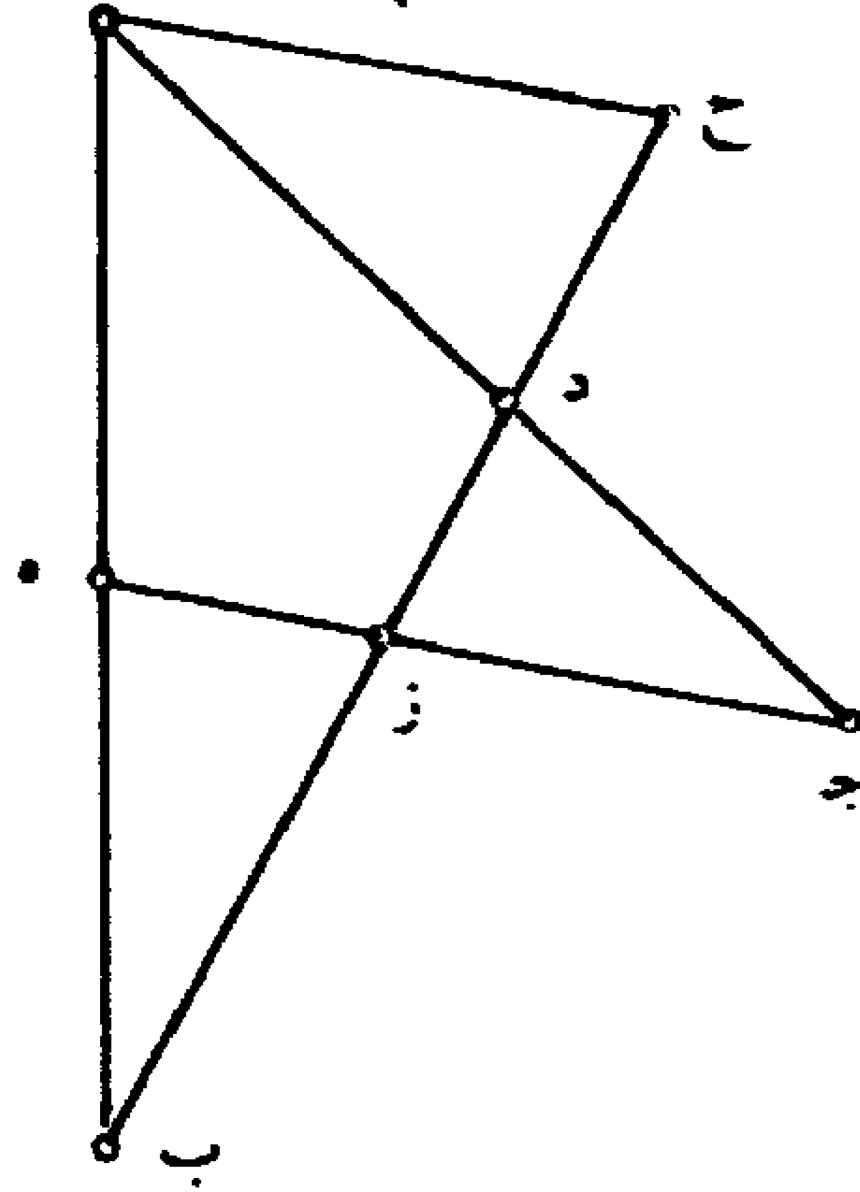
برهان ذلك : إن كل أربعة مقادير فإن نسبة الأول منها إلى الرابع مؤلفة من نسبته إلى الثاني ومن نسبة الثاني إلى الثالث ومن نسبة الثالث إلى الرابع على ما تقدم، فيكون نسبة جـ إلى ز مؤلفة من نسبة جـ إلى د ومن نسبة د إلى ه ومن نسبة ه إلى ز. ولكن نسبة ا إلى ب مؤلفة من نسبة جـ إلى د ومن نسبة ه إلى ز؛ فنسبة جـ إلى ز مؤلفة من نسبة ا إلى ب ومن نسبة د إلى ه.

ه

نخط قطاعاً مستقيم الخطين كيفما اتفق، وليكن قطاع ب ا جـ /، ونخرج فيه خطي ب د جـ ه، يتقاطعان على نقطة ز كيفما اتفق تقاطعهما؛ فبيّنٌ بما ذكره المتقدمون أنه يلزمه في أقسامه الثمانية نسبٌ مؤلفٌ بعضها من بعض، منها أن نسبة ا ب إلى ب ه تكون مؤلفة من نسبة ا د إلى د جـ ومن نسبة جـ ز إلى ز ه. ١٢٢ ـ ظ

11 فيكون : يكون – 17 مؤلف : مؤلفة – 18 تكون : يكون.

الشكل رقم (١)



برهان ذلك : إنا نخرج من نقطة آ خطاً يوازي ه ج ، ونخرج إليه خط ب ز، فيلقاه على ح ، فلأن نسبة ا ب إلى ب ه كنسبة ا ح إلى ه ز– ونجعل خط ج ز وسطاً فيما بين ا ح ه ز– فيكون نسبة ا ح إلى ه ز مؤلفة من نسبة ا ح إلى ج ز ومن نسبة ج ز إلى ز ه. لكن نسبة ا ح إلى ج ز كنسبة ا د إلى د ج ، فنسبة ا ح إلى ه ز، أعني نسبة ا ب إلى ب ه مؤلفة من نسبة ا د إلى د ج ومن نسبة ج ز إلى ز ه.

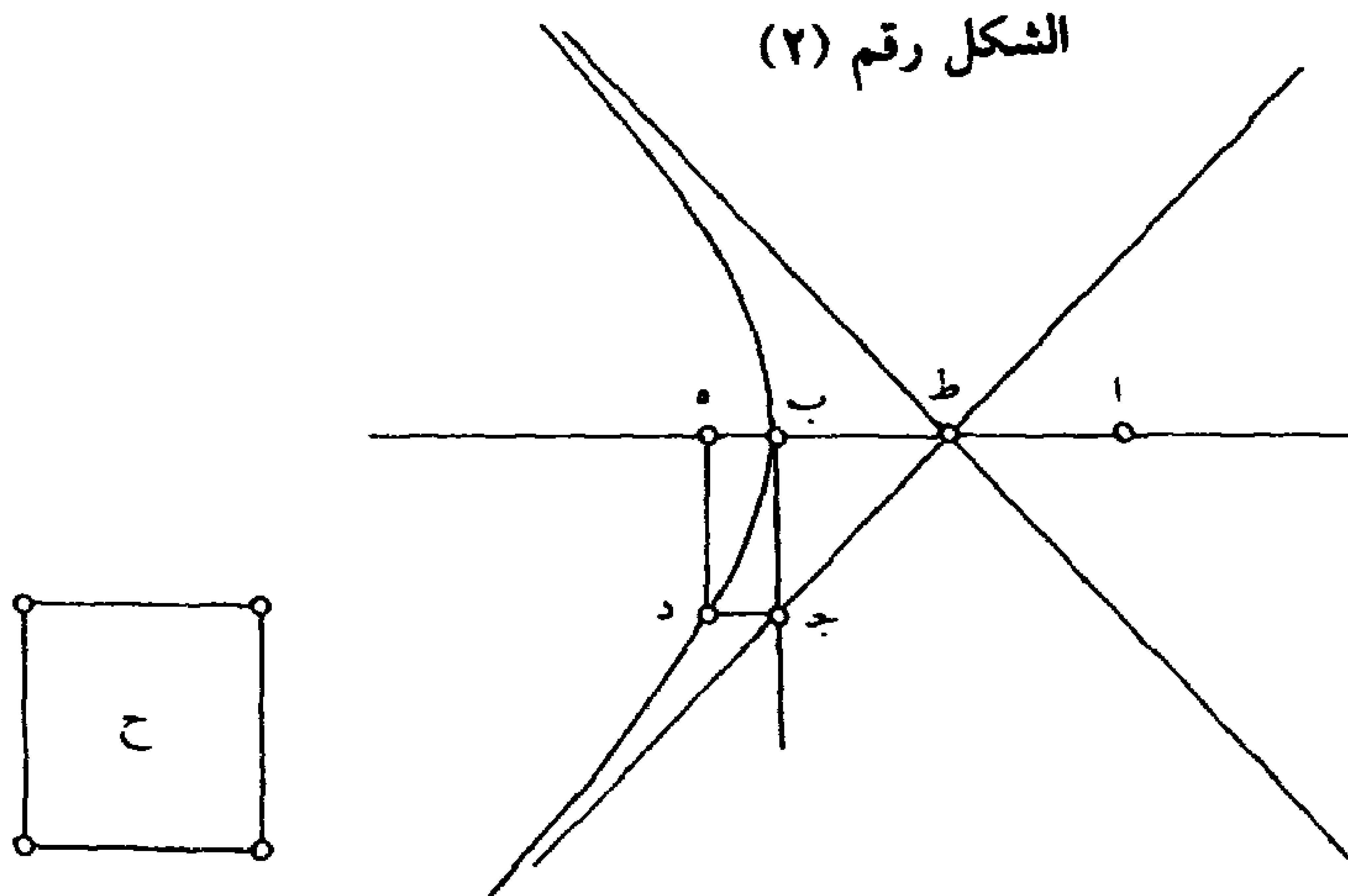
و

نريد أن نزيد في خطٍ معلوم زيادة على استقامته ليكون ضرب الخط المعلوم مع الزيادة في الزيادة مثل سطح مفروض.

فليكن الخط المعلوم ا ب والسطح المفروض سطح ح. فليقم على نقطة ب من خط ا ب خط ب ج على زاوية قائمة. وليكن خط ب ج قوياً على سطح ح. ونعمل قطعاً زائداً رأسه نقطة ب ، وكل من ضلعي شكله المائل والقائم مثل خط ا ب. وزاوية خط ترتيبه قائمة. وليكن قطع ب د ؛ ونخرج

خط ا ب على استقامته من جهة ب بغير نهاية. ونخرج من نقطة جـ خط جـ د موازياً لـ ا ب، فهو لا محالة يلقى القطع، فليلقه على نقطة د، ونخرج د ه يوازي جـ ب. فأقول : إن ضرب ا ه في ه ب مثل سطح ح.

الشكل رقم (٢)

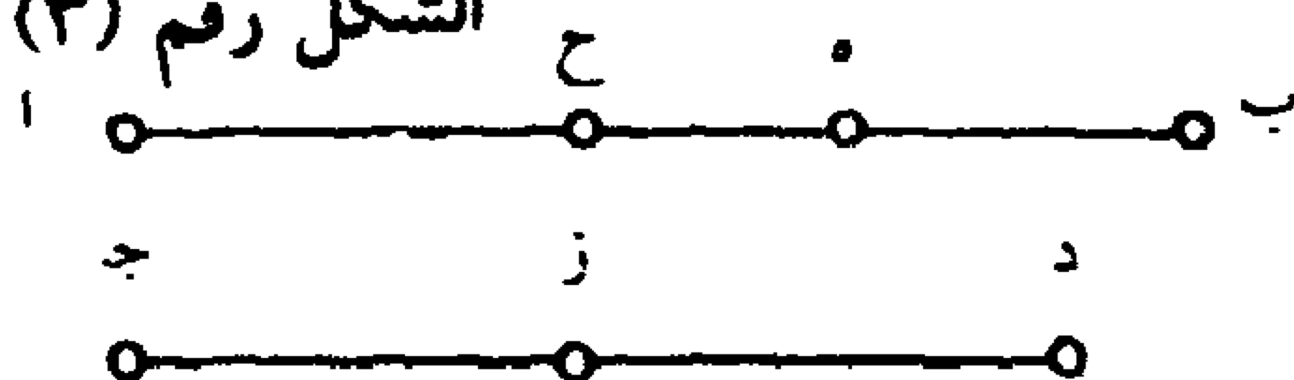


برهان ذلك : إن نسبة سطح ا ه في ه ب إلى مربع ه د كنسبة الضلع المائل إلى الضلع القائم لقطع ب د، والضلعان متساويان. فسطح ا ب في ه ب مساوٍ لمربع د ه، أعني مربع خط ب جـ، أعني سطح ح المفروض.

ز

إذا كان خطا ا ب جـ د قُسِما بقسمين على نقطتي ه ز، فكان ضرب ا ب في ب ه مثل ضرب جـ د في د ز، وكان قسم ا ه من خط ا ب أعظم من قسم جـ ز من خط جـ د، فإني أقول : إن خط ا ب أطول من خط جـ د.

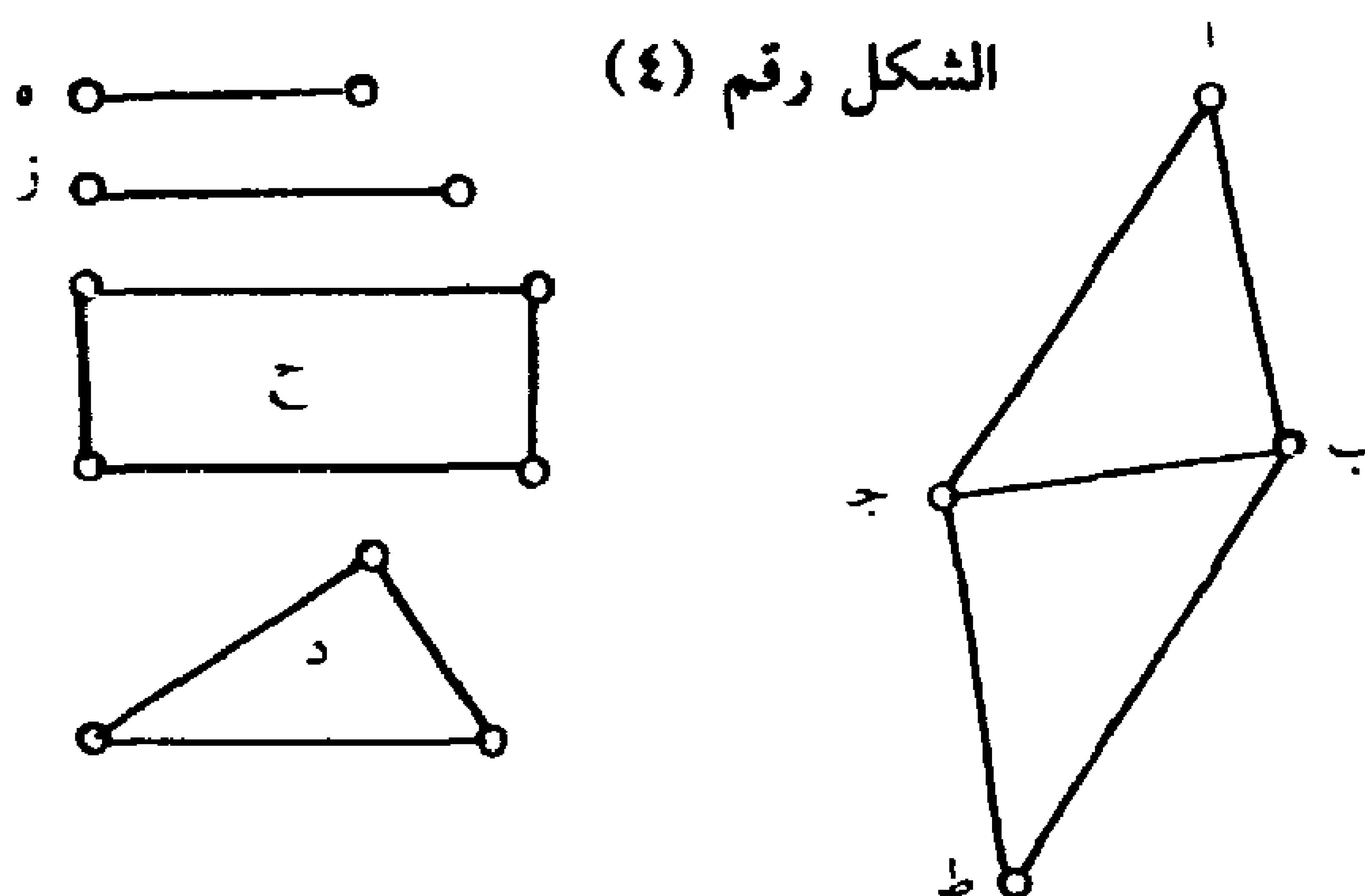
الشكل رقم (٣)



برهان ذلك : إنا نفصل ا ح مثل جـ ز. فلأن ضرب ا ب في ب ه أصغر من ضرب ا ب في ب ح. وضربَ ا ب في ب ه مثلُ ضرب جـ د في د ز، فضرب ا ب في ب ح أعظم من ضرب جـ د في د ز. وا ح مثل جـ ز، يكون ب ح أطول من د ز. فـ ا ب أطول من جـ د.

ح

زاوية ب ا جـ ومثلث د معلومان، ونسبة ه إلى ز مفروضة، / نريد أن ١٢٣ ـ و نفصل من زاوية ب ا جـ مثلثاً بخط مستقيم يقطع الساقين حتى يكون نسبة مثلث د إلى ذلك المثلث الحادث كنسبة ه إلى ز.



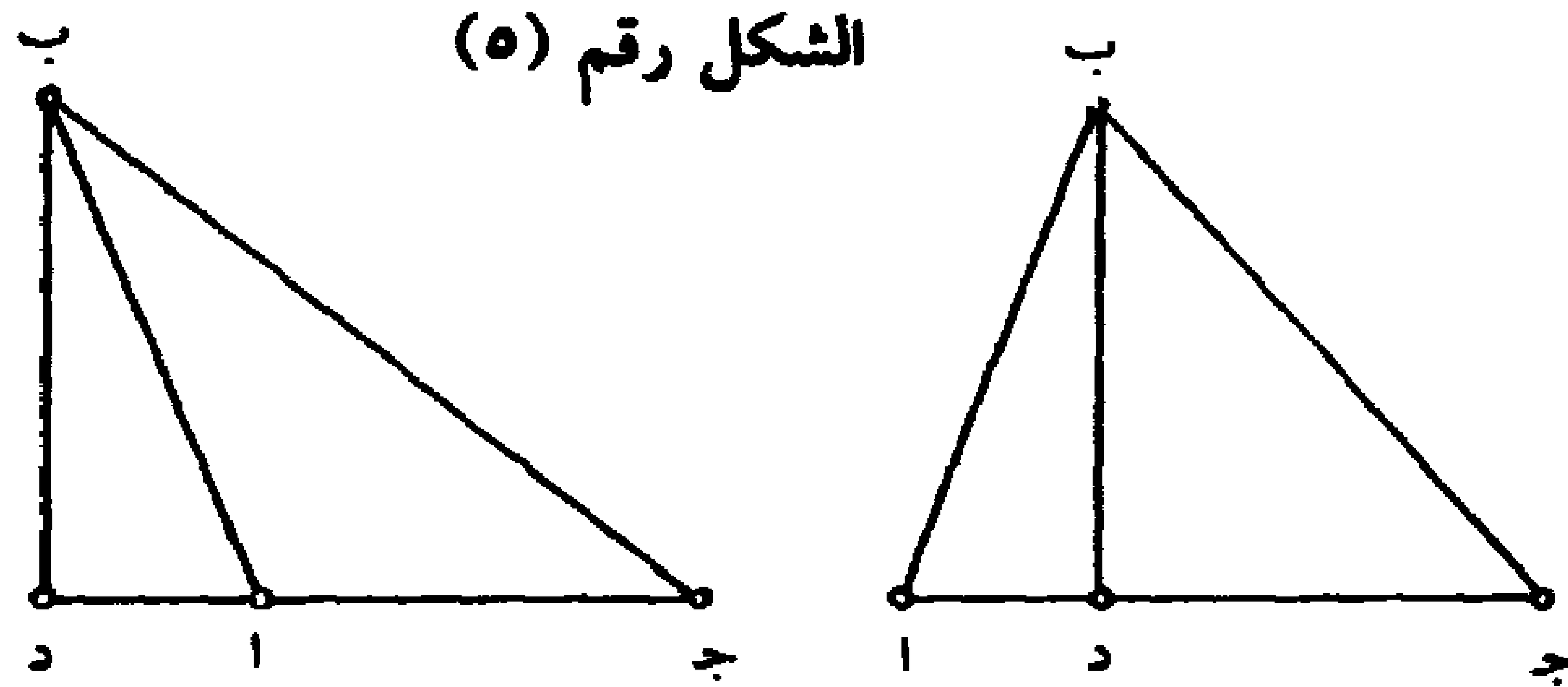
الشكل رقم (٤)

فنجعل نسبة مثلث د إلى سطح ح كنسبة ه إلى ز، ونعمل على خط ا ب سطحاً متوازي الأضلاع مساوياً لضعف سطح ح وزاويته مثل زاوية ا على ما تبين عمله في شكل مه من مقالة ا من كتاب **الأصول**، وليكن سطح ا ب ط جـ ، ونصل ب جـ. فيكون مثلث ا ب جـ مثل سطح ح ، ويكون نسبة مثلث د إلى مثلث ا ب جـ كنسبة ه إلى ز.

7 يقطع : لخط.

ط

زاوية ب ا جـ من مثلث ا ب جـ معلومة، أقول : إن نسبة ضرب ب ا في ا جـ إلى مثلث ا ب جـ معلومة.



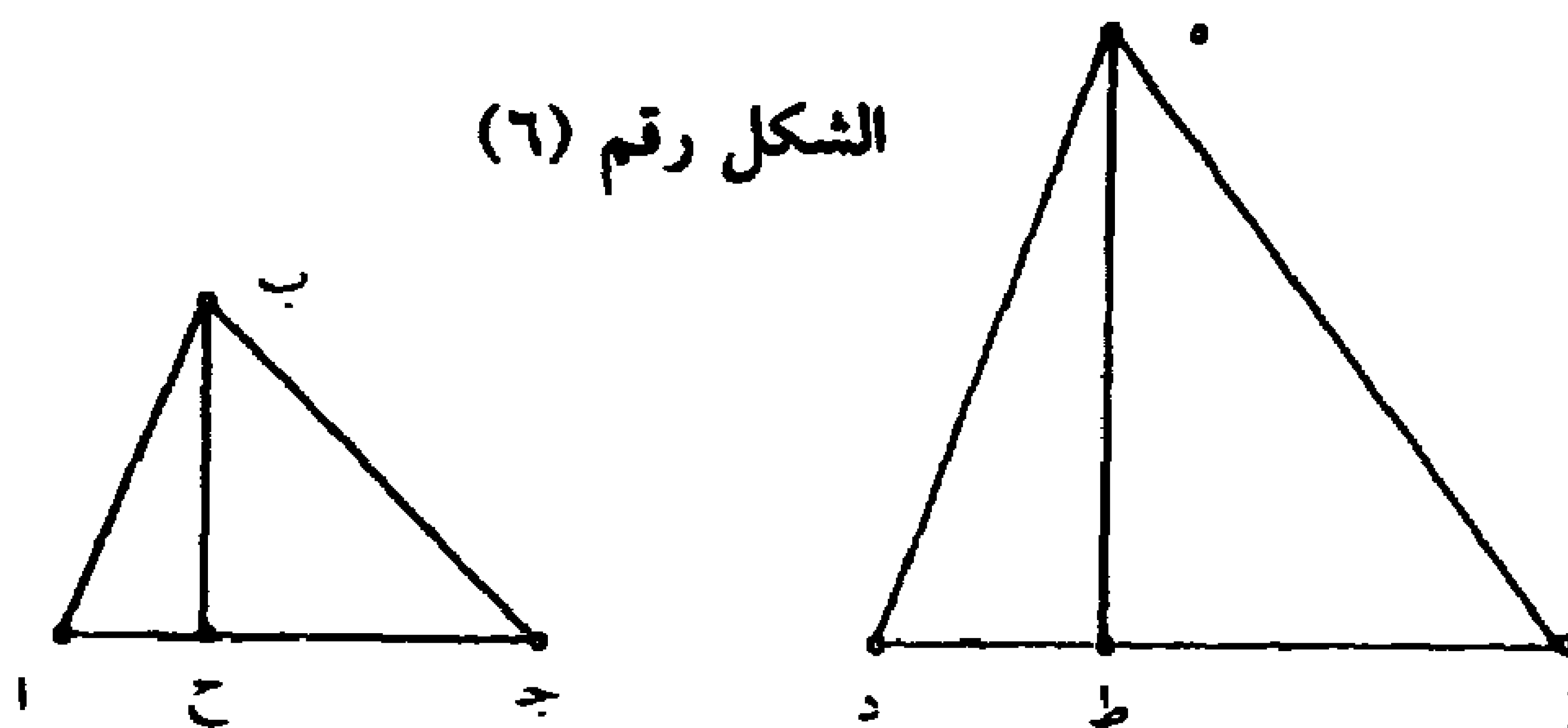
الشكل رقم (٥)

برهانه : إنا نخرج من نقطة ب عموداً على ا جـ وهو ب د، فزاوية ب د ا معلومة وزاوية ب ا د معلومة، فيبقى زاوية ا ب د معلومة، فمثلث ب ا د معلوم الصورة، فنسبة ب ا إلى ب د معلومة، فنسبة ب ا في ا جـ إلى ا جـ في ب د معلومة، ونسبة ا جـ في ب د إلى مثلث ا ب جـ معلومة، فنسبة سطح ب ا في ا جـ إلى مثلث ا ب جـ معلومة.

ي

إذا كان في مثلثيْ ا ب جـ د ه ز زاويةُ ا مثلُ زاوية د، فأقول : إن نسبة سطح ا ب في ا جـ إلى سطح د ه في د ز كنسبة مثلث ا ب جـ إلى مثلث د ه ز.

الشكل رقم (٦)



برهان ذلك : إنا نخرج عمودي ب ح ه ط على ا ج د ز، فمعلوم أن مثلث ا ب ح يشبه مثلث د ه ط ، فنسبة ا ب إلى ب ح كنسبة د ه إلى ه ط . لكن نسبة ا ب إلى ب ح كنسبة سطح ا ب في ا ج إلى سطح ب ح في ا ج ، إذا جعلنا ا ج ارتفاعاً مشتركاً لهما. وكذلك أيضاً نسبة د ه إلى ه ط كنسبة سطح د ه في د ز إلى سطح ه ط في د ز، لكن نسبة سطح ب ح في ا ج إلى سطح ه ط في د ز كنسبة مثلث ا ب ج إلى مثلث د ه ز، فنسبة سطح ا ب في ا ج إلى سطح د ه في د ز كنسبة مثلث ا ب ج إلى مثلث د ه ز؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

ونقدم المسألة :

إذا كانت دائرة معلومة الوضع والقدر ونقط ثلاث على استقامة معلومات، وعمدنا لإيقاع مثلث مستقيم الأضلاع في الدائرة ليجوز كل واحد من أضلاعه مستقيماً على إحدى النقط.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

فليكن الدائرة دائرةَ د ه ز والنقط الثلاث ا ب ج وهي على خط مستقيم؛ فنخرج من نقطتي ا ب خطين يماسان دائرة د ه ز، وليكونا خطي ا ح / ب ط ؛ فيكونان معلومي القدر. ١٢٣ ـ ظ

فإن اتفق أن يكون النسبة المؤلفة من نسبة مربع خط ا ح إلى خط ا ج

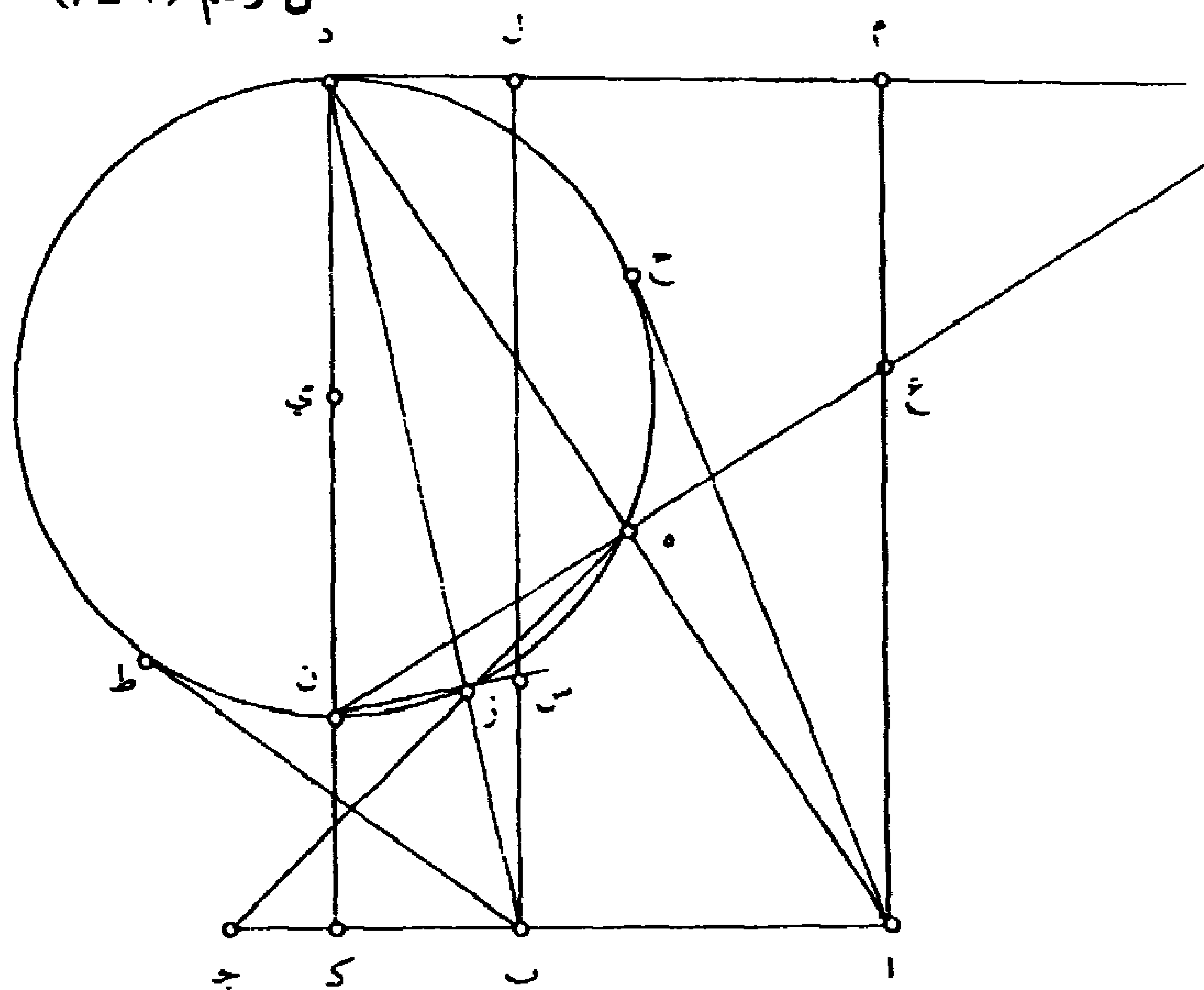
6 فنسبة : مكررة – 15 يماسان دائرة : معلوسة.

المعلوم ومن نسبة خط ب ج المعلوم إلى مربع خط ب ط المعلوم نسبةَ المثل. أعني أن يكون نسبة مربع خط ا ح إلى مربع خط ب ط كنسبة خط ا ج إلى خط ب ج لما قدمنا في المقدمات. فإنا نطلب مركز دائرة د ه ز فنجده، وليكن نقطة ي. ونخرج من نقطة ي إلى خط ا ج عمود ي ك يقطع دائرة د ه ز على نقطة ن، ونخرجه على استقامته إلى المحيط، فيلقاه على د، ونصل خطي د ا د ب يقطعان المحيط على نقطتي ه ز، ونصل ه ز ز ج، فأقول: إن خط ه ز ج مستقيم.

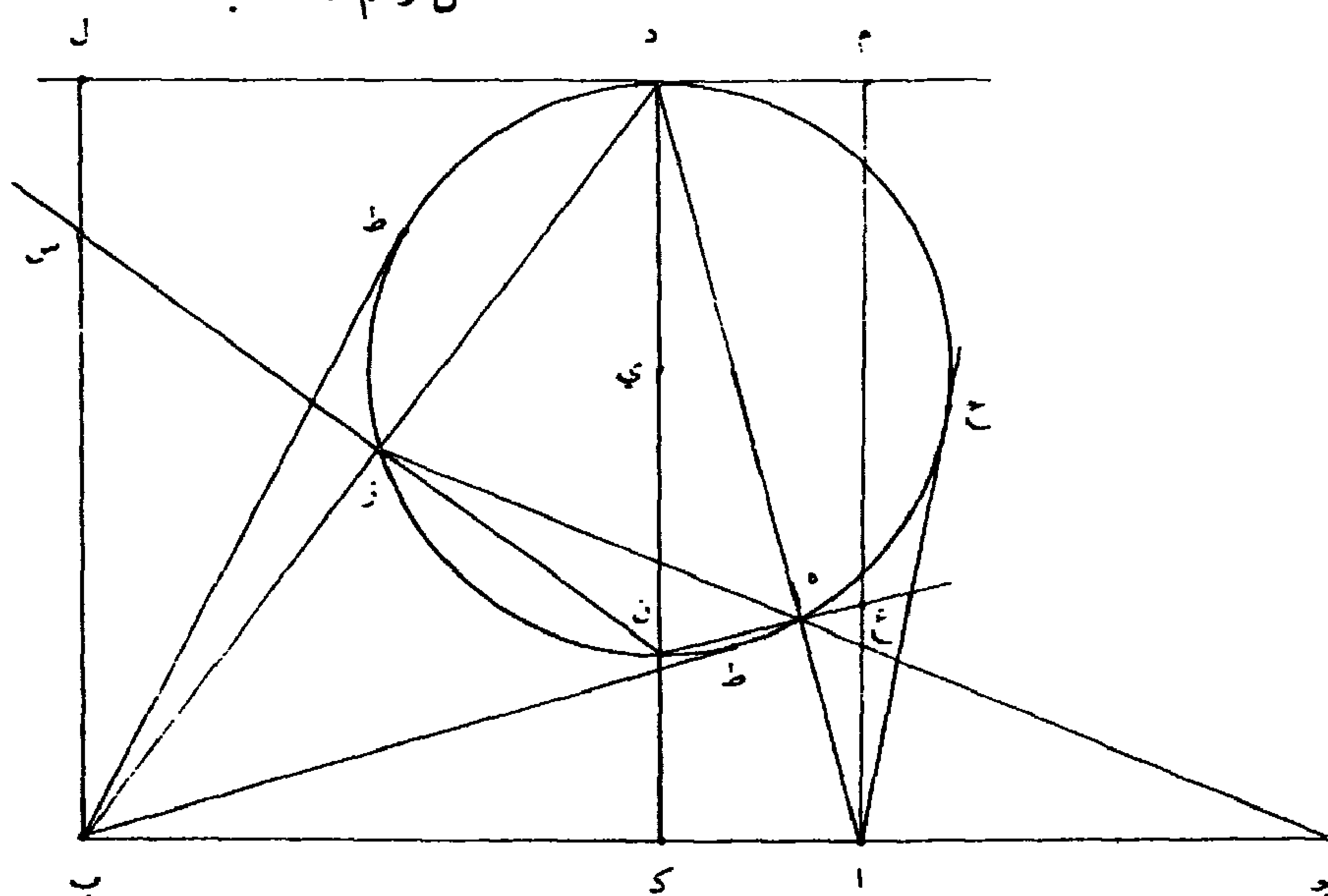
برهان ذلك: إنا نجيز على نقطة د خط د ل م يماس دائرة د ه ز على نقطة د، ونصل خطيْ ن ه ن ز، ونخرجها على استقامتها، ونخرج إليها من نقطتي ا ب خطين موازيين لخط د ك، فيلقيانها على نقطتي س ع، ونخرجها على استقامتها حتى يلقيا الخط المماس على نقطتي م ل. فلأن مربع ا ح مساوٍ لضرب ا د في ا ه، أعني ضرب ا م في ا ع لتشابه مثلثي م ا د ا ع ه، وأيضاً مربعَ ب ط مساوٍ لضرب ب د في ب ز، أعني ضرب ل ب في ب س لتشابه مثلثي ل ب د ب س ز، يكون نسبة ضرب ا م في ا ع إلى ضرب ل ب في س ب كنسبة مربع ا ح إلى مربع ب ط، وهي ⟨التي مع نسبة ب ج إلى ا ج⟩ نسبة المثل. لكن نسبة مربع ا ح إلى مربع ب ط كنسبة ا ج إلى ب ج، فنسبة ضرب ا م في ا ع إلى ضرب ل ب في ب س كنسبة ا ج إلى ب ج. لكن نسبة ضرب ا م في ا ع إلى ضرب ل ب في ب س مؤلفة من نسبة ا م إلى ل ب ومن نسبة ا ع إلى س ب. و ا م مثل ل ب، يكون نسبة سطح ا م في ا ع إلى سطح ل ب في ب س كنسبة ا ع إلى س ب. فنسبة ا ع إلى س ب كنسبة ا ج إلى ب ج. لكن نسبة ا ع إلى س ب – إذا جعلنا / د ن وسطاً بينها – مؤلفة من نسبة ا ع إلى د ن – أعني نسبة ا ه ١٢٤ - و

11 يلقيا: يلقيان – 12 ا ع ه: م ع ه – 17 ا ج: ا د.

الشكل رقم (٧ ـ أ)



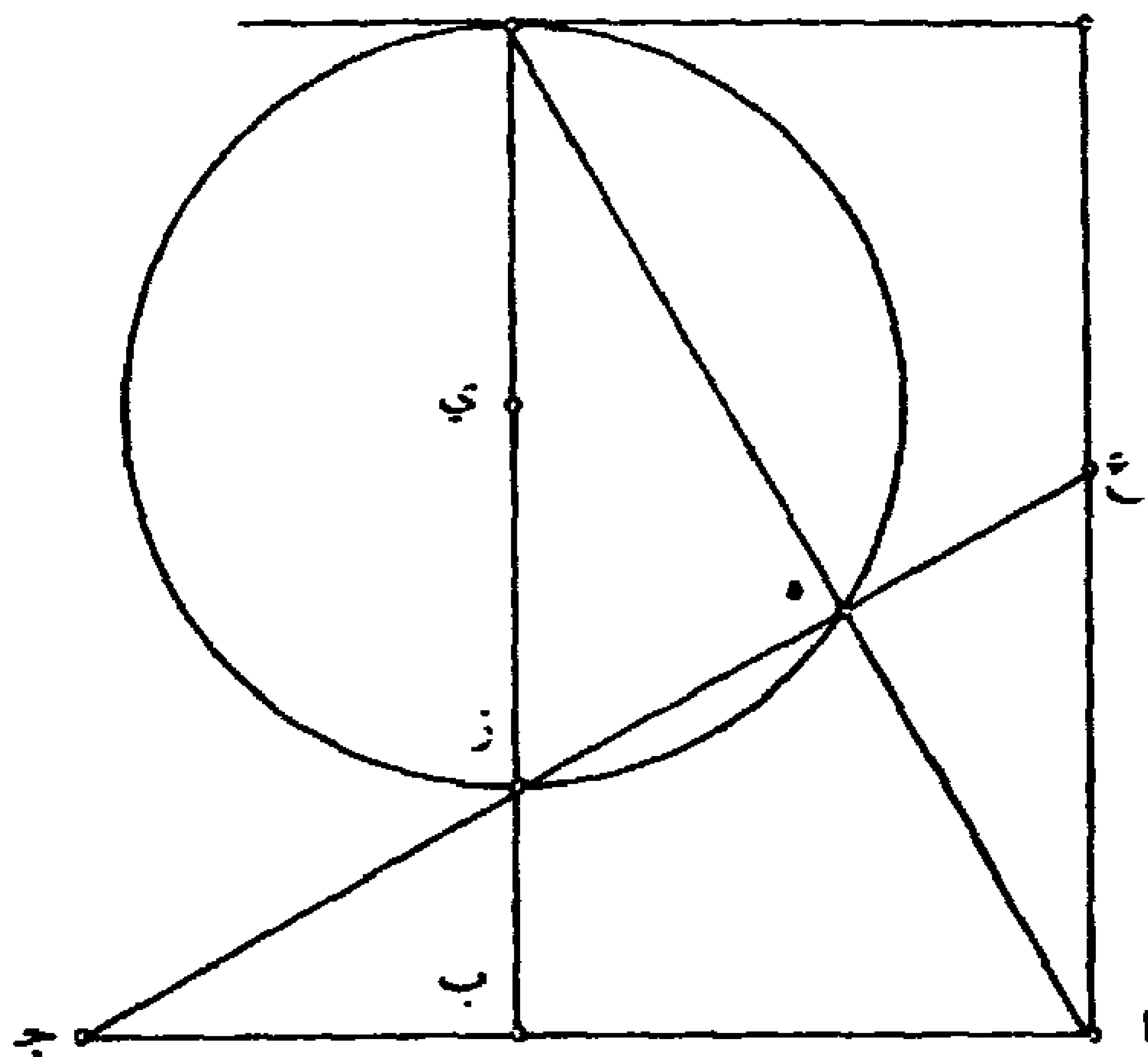
الشكل رقم (٧ ـ ب)



إلى ه د – ومن نسبة د ن إلى س ب ، أعني نسبة د ز إلى ب ز. يكون نسبة ا ع إلى س ب ، أعني نسبة ا ج إلى ب ج مؤلفة من نسبة ا ه إلى ه د ومن نسبة د ز إلى ز ب. ففي قطاع د ا ج نسبة ا ج إلى ب ج مؤلفة من نسبة ا ه إلى ه د ومن نسبة د ز إلى ز ب. فالخط الذي يصل بين نقطتي ه ج ينتظم نقطة ز ويمر عليها مستقيماً، فخط ه ز ج مستقيم وخطا د ه ا د ز ب مستقيمان، فخطوط د ه ا د ز ب ه ز ج مستقيمة؛ فقد عملنا ما أردنا وذلك ما أردنا أن نعمل.

وإن اتفق أن يكون خط د ب على المركز كخطي د ي ز ب ، فإنا نصل ا د ه ز ج . فأقول : إن خط ه ز ج مستقيم.

الشكل رقم (٧ ـ ج)



برهان ذلك : إنا نخرج من نقطة ا خطاً موازياً لقطر د ز، ونخرج إليه خط ز ه ع مستقيماً، فيلقاه على نقطة ع. فلأن نسبة ا ج إلى ج ب كنسبة ا ع إلى ب ز، ونسبة ا ع إلى ب ز – إذا جعلنا قطر د ز وسطاً بينهما – مؤلفة من نسبة ا ع إلى د ز ومن نسبة د ز إلى ز ب ، لكن نسبة ا ع إلى د ز كنسبة ا ه إلى ه د ، فالنسبة المؤلفة من ⟨نسبة⟩ ا ه إلى ه د ومن نسبة د ز إلى ز ب كنسبة

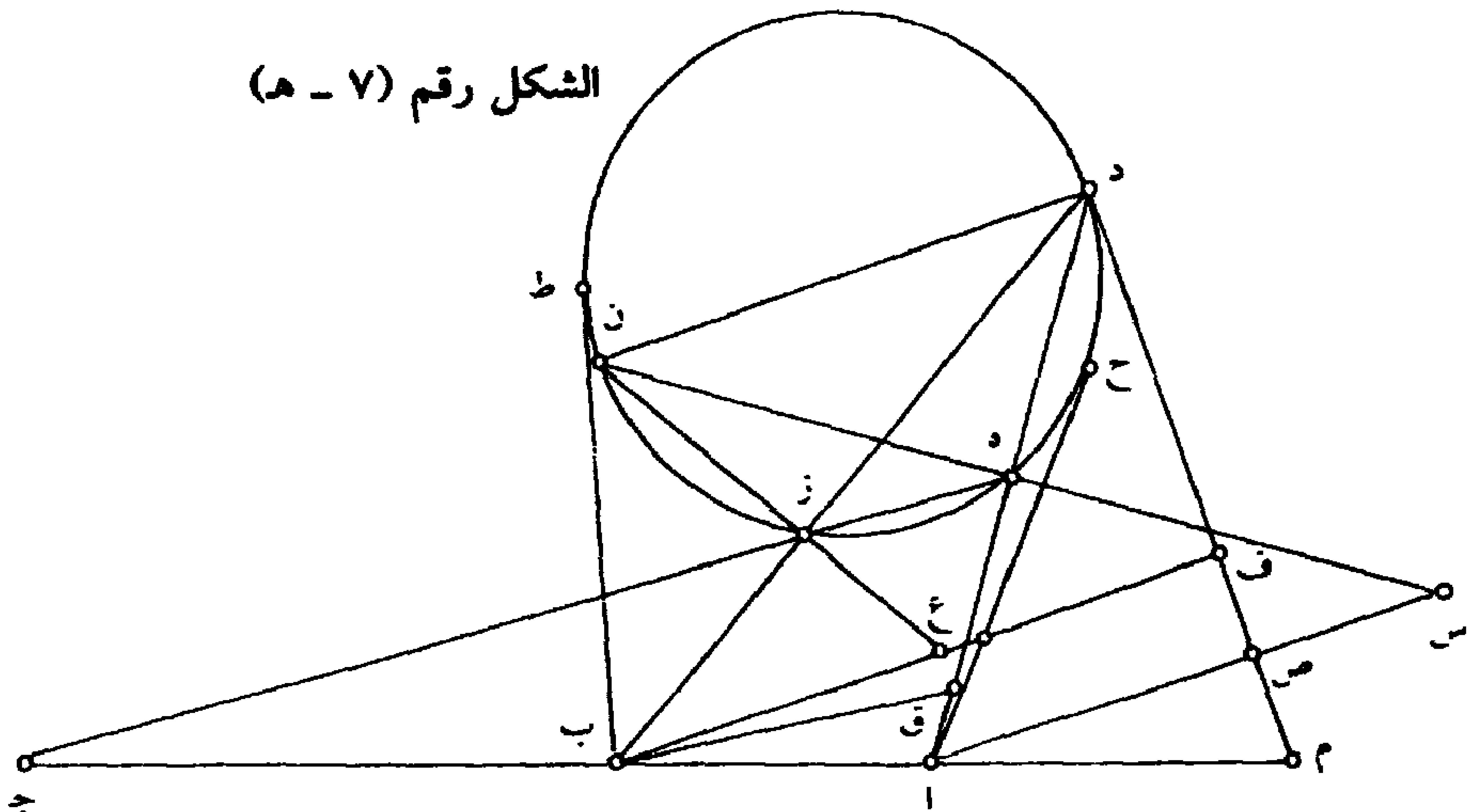
6 مستقيمان: مستقيمين ـ 8 كخطي: كخط.

ا جـ إلى جـ ب. فالخط الذي يصل بين نقطتي ه جـ ينتظم نقطة ز ويمر عليها مستقيماً.

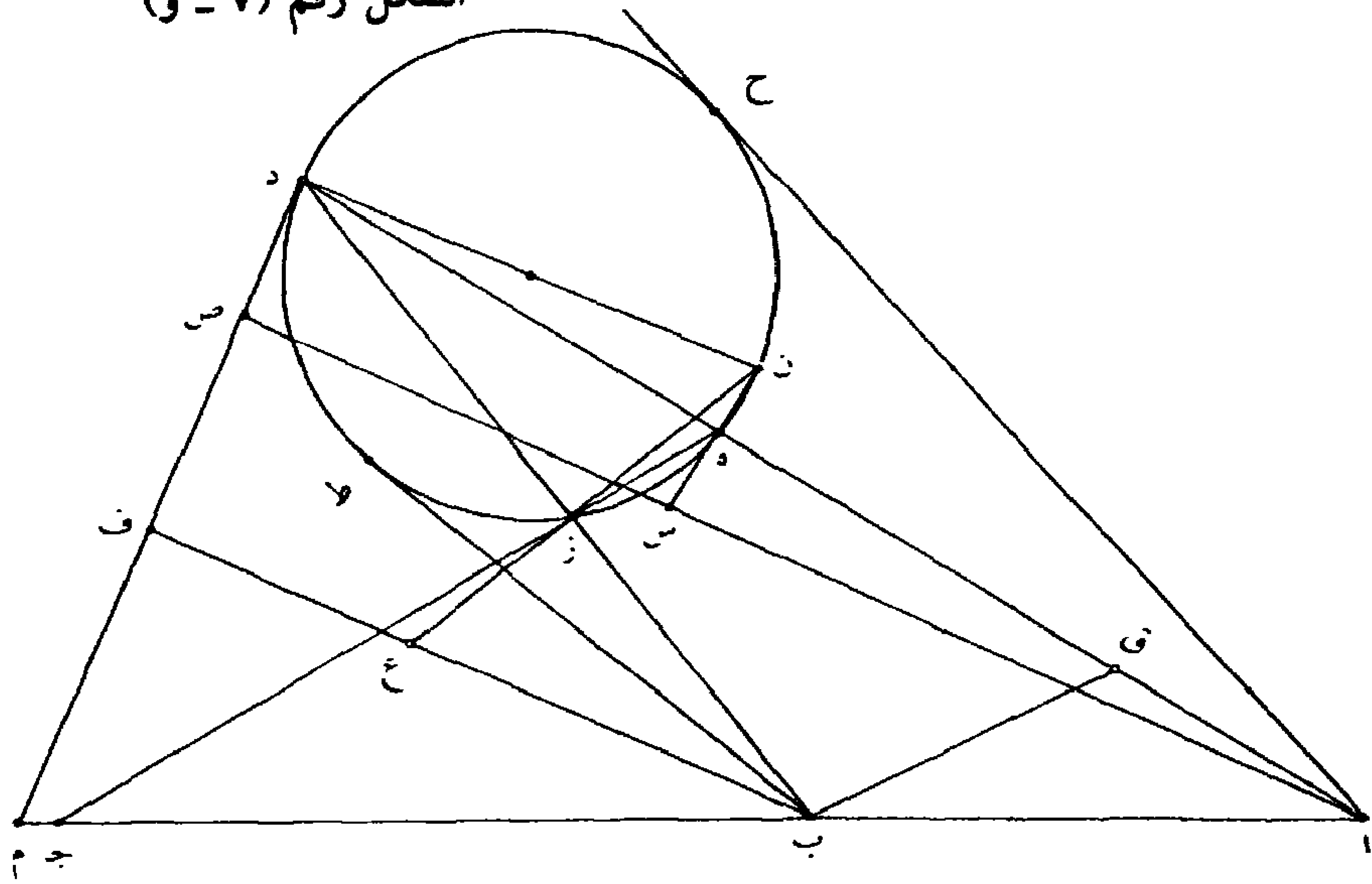
وإن كانت النسبة المؤلفة من نسبة مربع خط ا ح إلى خط ا جـ ومن نسبة ب جـ إلى مربع ب ط نسبة الخلاف، فإنا نجعلها في هاتين الصورتين – الأولى والثانية – نسبة صغير إلى كبير، كنسبة ي ك إلى ي ل، ونجعل نسبة ا ب إلى ا م – المخرج على استقامته من جهة ا – كنسبة ك ل إلى ي ك، فيكون نسبة ي ك إلى ي ل كنسبة ا م إلى م ب. وأما أن يكون نسبة كبير إلى صغير، كنسبة ي ل إلى ي ك، فإنا نجعل نسبة ا ب إلى ب م – المخرج على استقامته من جهة ب في الصورتين – الثالثة والرابعة – كنسبة ك ل إلى ك ي، فيكون أيضاً نسبة ا م إلى م ب كنسبة ي ل إلى ي ك، ونخرج من نقطة م – في الصور الأربع – خطاً يماس دائرة د ه ز، وهو خط د م، ونصل خطي د ا د ب، فيقطعان الدائرة على ه ز، ونصل ه ز ونخرجه إلى جـ، فأقول: إن خط ه ز جـ مستقيم.

الشكل رقم (٧ ـ د)

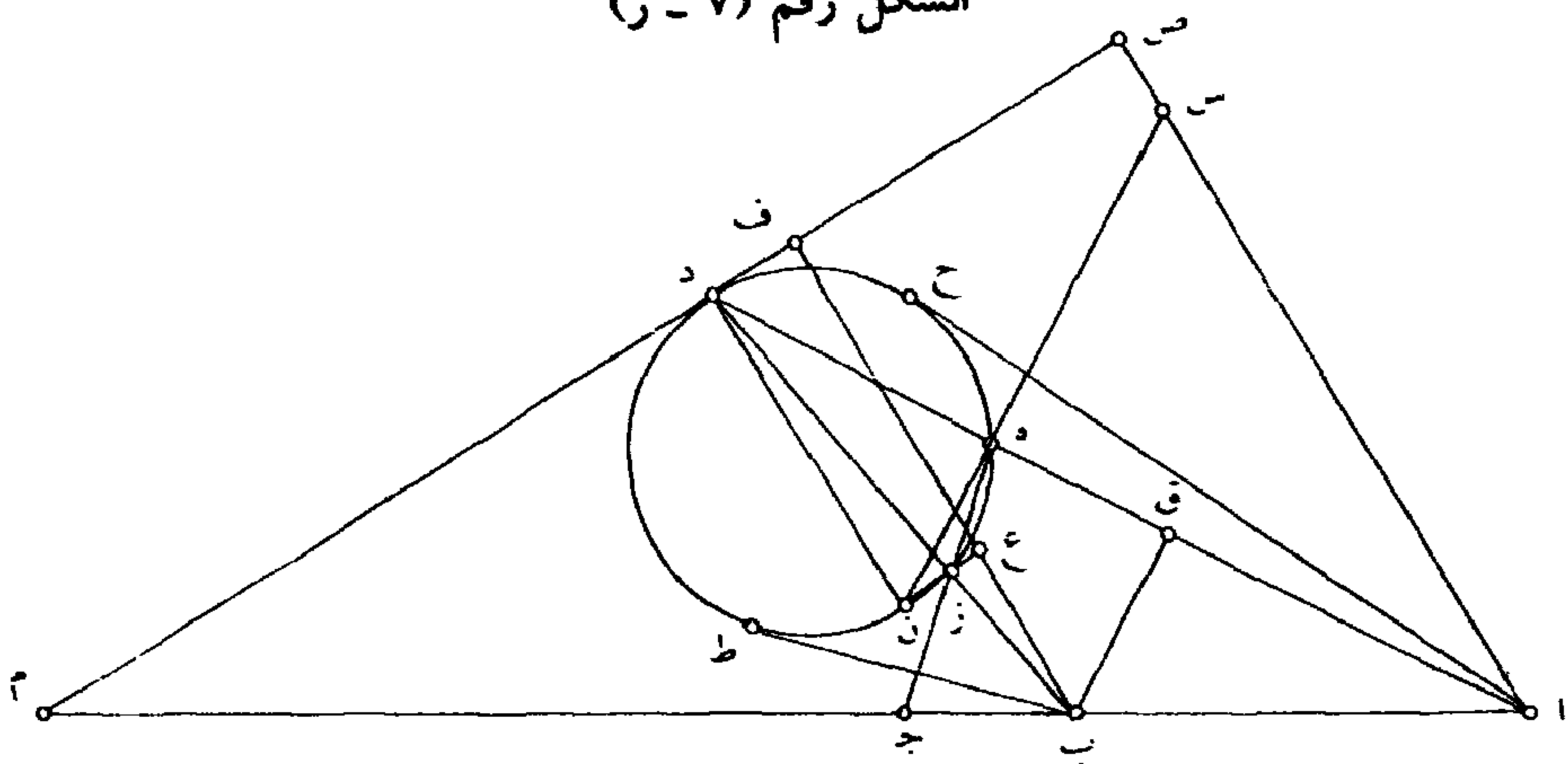
ي ك ل



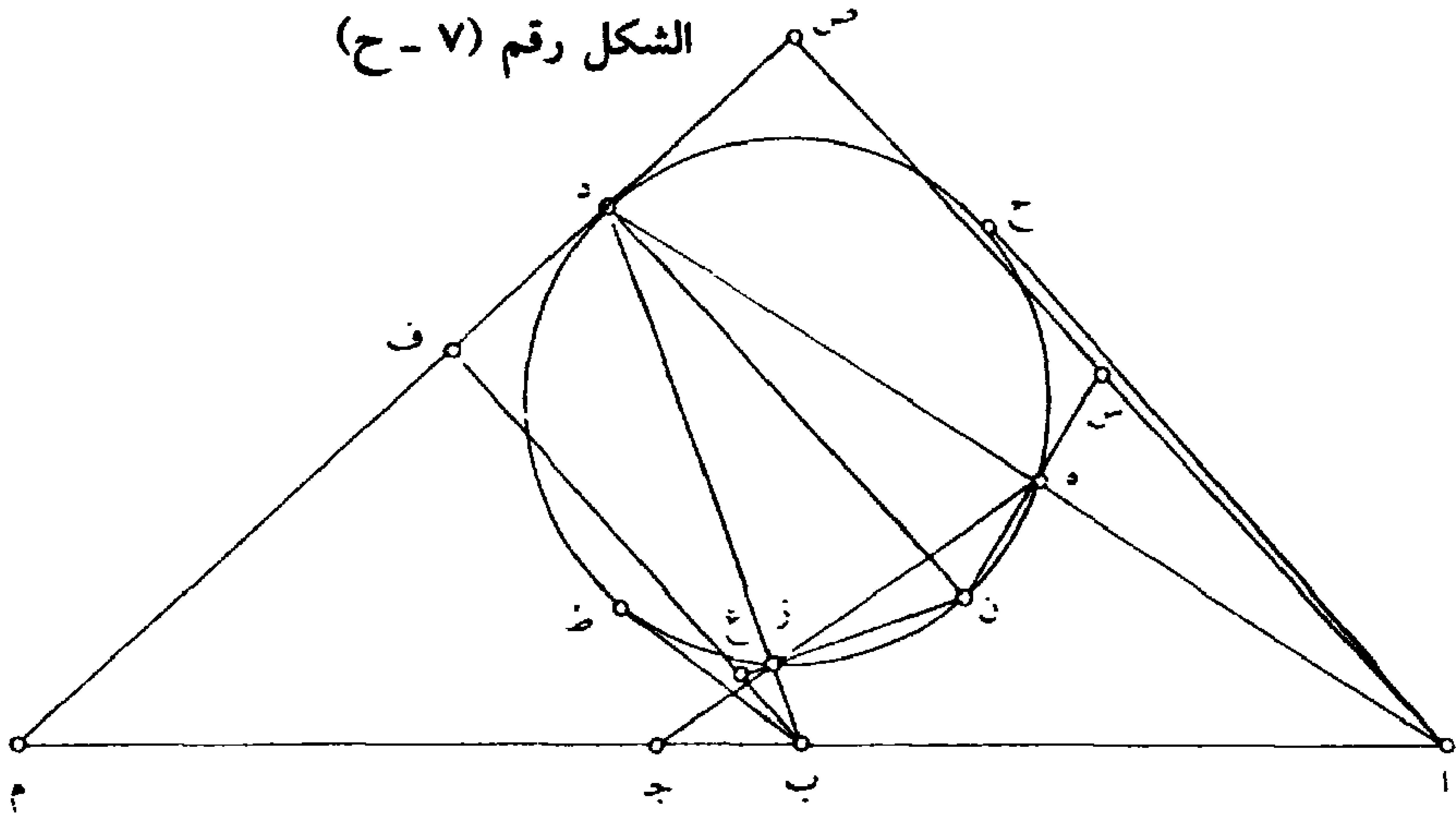
الشكل رقم (٧ ـ و)



الشكل رقم (٧ ـ ز)



الشكل رقم (٧ ـ ح)



برهان ذلك : إنا نخرج قطر د ن، ونصل خطي ن ه ن ز ونخرجهما على/ ١٢٤ ـ ظ استقامة، ونخرج إليهما من نقطتي ا ب خطين موازيين لقطر د ن، فيلقيانهما على نقطتي س ع. ونخرج خط ب ع على استقامته إلى خط مـ د، فليلقاه على نقطة ف، ونخرج ب ق يوازي ه ز. فلأن نسبة ا م إلى مـ ب مؤلفة من نسبة مربع خط ا ح إلى خط ا ج ومن ‹نسبة› خط ب ج إلى مربع خط ب ط – وإذا كانت ستة أقدار نسبة الأول منها إلى الثاني مؤلفة من نسبة الثالث إلى الرابع ومن نسبة الخامس إلى السادس، فإنه يكون أيضاً نسبة الثالث منها إلى السادس مؤلفة من نسبة الأول إلى الثاني ومن نسبة الرابع إلى الخامس – تكون نسبة مربع خط ا ح إلى مربع ب ط مؤلفة من نسبة ا مـ إلى مـ ب ومن نسبة ا ج إلى ج ب. لكن مربع خط ا ح مثل ضرب ا د في ا ه. أعني ضرب س ا في ا ص لتشابه مثلثي ا ه س ا د ص، ومربع ب ط مثل ضرب د ب في ب ز، أعني ضرب ف ب في ب ع لتشابه مثلثي ف ب د ع ب ز. ونسبة السطح الذي يحيط به س ا ا ص إلى السطح الذي

11 ا د ص : ا ه ص.

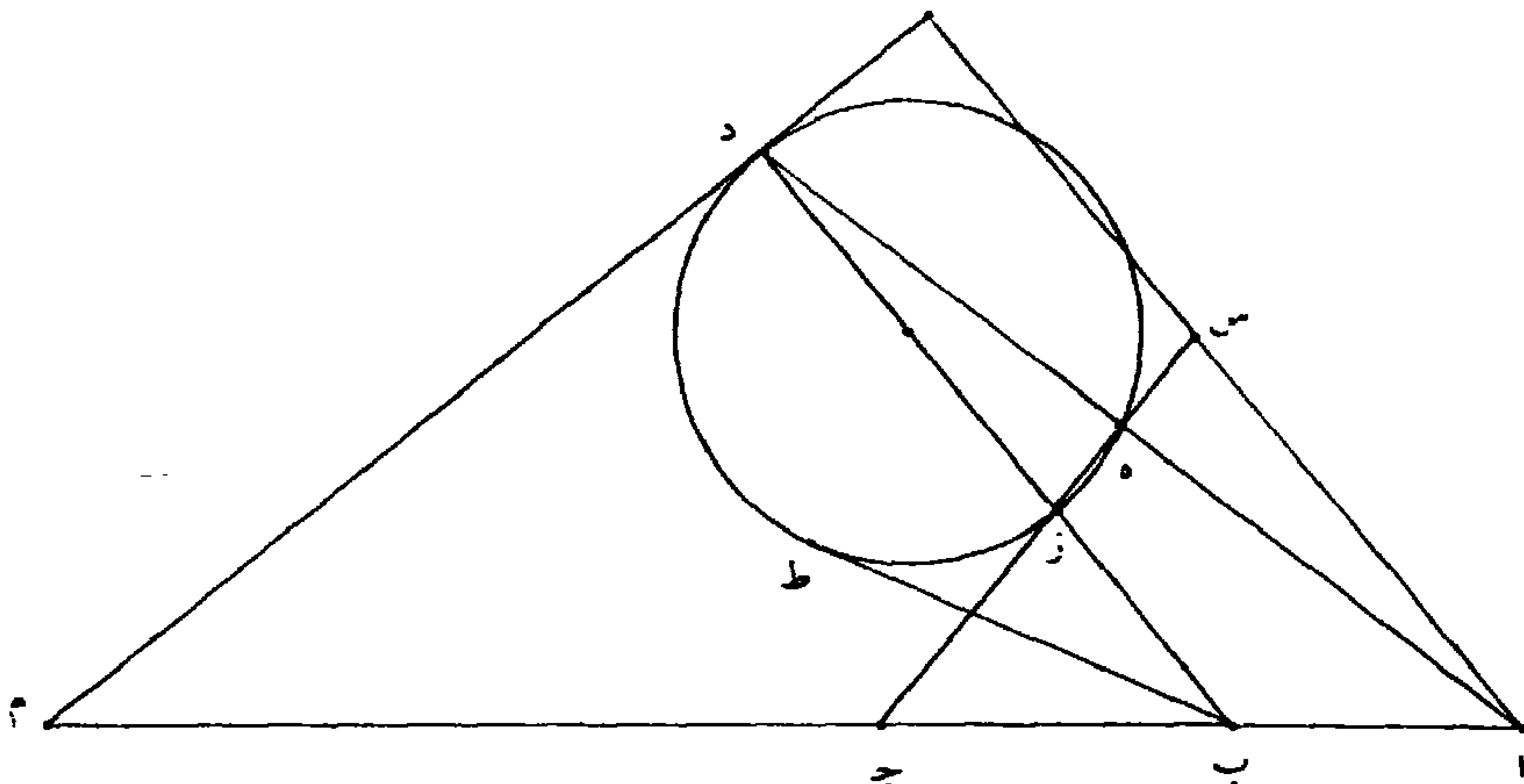
يحيط به ف ب ب ع مؤلفة من نسبة ص ا إلى ب ف ومن نسبة ا س إلى ب ع . ونسبة ص ا إلى ب ف كنسبة ا م إلى م ب ، يبقى نسبة س ا إلى ب ع كنسبة ا جـ إلى جـ ب . لكن نسبة س ا إلى ب ع – إذا جعلنا د ن وسطاً بينهما – مؤلفة من نسبة س ا إلى د ن ، أعني نسبة ا ه إلى ه د لتشابه مثلثي س ا ه د ه ن – ومن نسبة د ن إلى ع ب ، أعني نسبة د ز إلى ز ب لتشابه مثلثي د ز ن / ز ع ب ، فنسبة ا جـ إلى ب جـ مؤلفة من نسبة ه ا إلى ١٢٥ - و
د ه ومن نسبة د ز إلى ز ب . في قطاع د ا جـ المستقيم الخطين : نسبة ا جـ إلى ب جـ مؤلفة من نسبة ه ا إلى د ه ومن نسبة د ز إلى ز ب ، فالخط الذي يصل بين نقطتي ه جـ ينتظم نقطة ز ويمر عليها مستقيماً ، فخطوط د ه ا د ز ب ه ز جـ مستقيمة ، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

ثم إن اتفق أن يكون خط د ز ب يمر بمركز دائرة د ه ز ، فإن البرهان سهل من أجل أن نصل د ز ب د ه ا ه ز جـ ، فنقول : إن خط ه ز جـ مستقيم.

الشكل رقم (٧ ـ ط)

7 ا جـ: ا ب ـ 6 ـ 7 ه ا إلى د ه: د ه إلى ه ا ـ 8 ه ا إلى د ه: د ه إلى ه ا.

الشكل رقم (٧ - ي)



برهانه : إنا نخرج خط ه ز على استقامته، ونخرج إليه من نقطة آ خطاً موازياً لقطر د ن يلقاه على نقطة س. فلأن نسبة ا ج إلى ج ب كنسبة ا س إلى ز ب لتشابه مثلثي ا س ج زب ج ، لكن نسبة ا س إلى ز ب - إذا جعلنا د ز وسطاً بينهما - مؤلفة من نسبة ا س إلى د ز، أعني نسبة ا ه إلى ه د ومن نسبة د ز إلى ز ب ، ففي قطاع د ا ج المستقيم الخطين : نسبة ا ج إلى ج ب مؤلفة من نسبة ا ه إلى ه د ومن نسبة د ز إلى ز ب ، فالخط الذي يصل بين نقطتي ه ج ينتظم نقطة ز ويمرّ عليها مستقيماً، فخط ه ز ج مستقيم، وذلك ما أردنا أن نبيّن.

المسألة الأخرى :

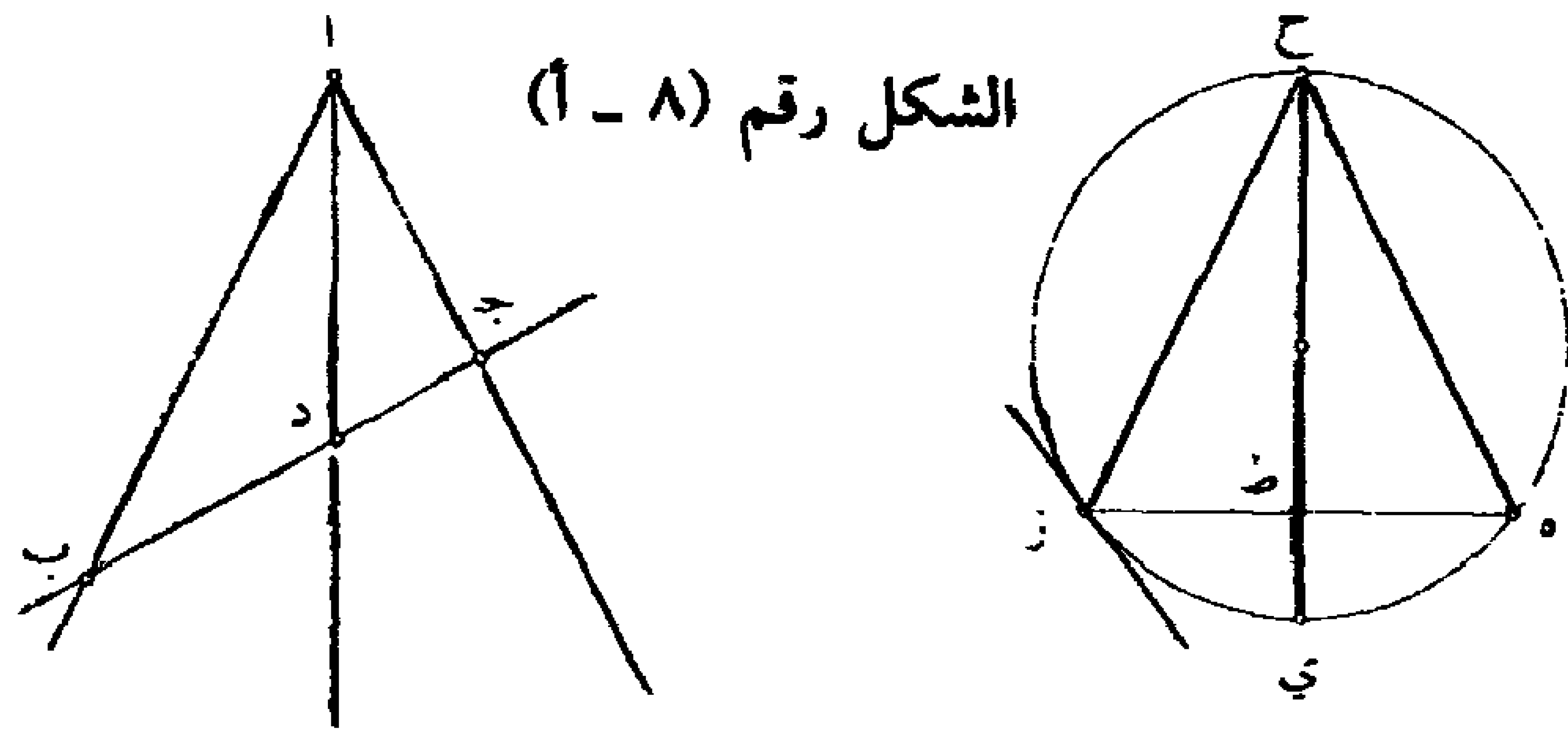
إذا فُرض زاويةٌ مستقيمة الخطين ونقطةٌ داخلها. على أن يقسمها الخطُّ الموصول بين النقطة وبين نهايتها بنصفين. وخطٌّ مستقيم، وقصدنا لإجازة خط مستقيم على النقطة حتى يوتّر الزاوية ويساوي الخطَّ المفروض.

---

10 يقسمها : تقسمها.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

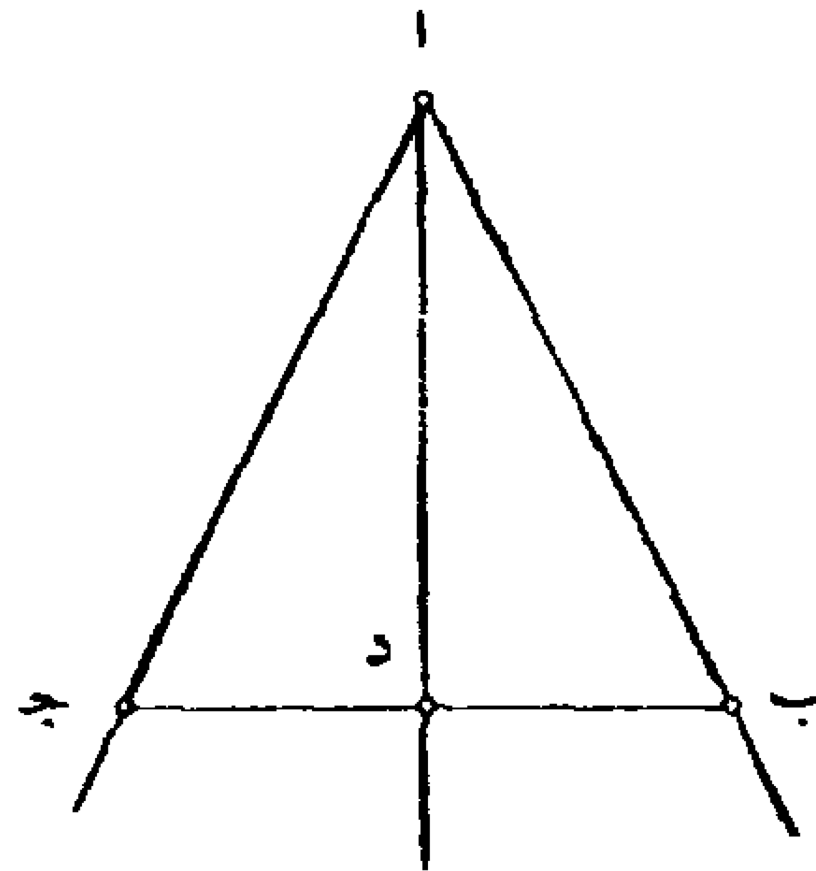
فلنفرض المعلومات زاوية ب ا جـ ونقطة د وخط ه ز ونصل / ا د ونخط ١٢٥ ـ ظ
على خط ه ز قوساً من دائرة يقبل زاوية مثل زاوية ب ا جـ ، وهي قوس ه ي ز. ونتمم دائرة ه ح ز ي ونقسم ه ز بنصفين على ط ، ونخرج قطر ح ط ي فيكون معلوماً. لأنا نصل ه ح ح ز فزاوية ه ح ز معلومة، لأنها مثل زاوية ب ا جـ ، وخط ه ز معلوم، فدائرة ه ح ز معلومة القدر والوضع ، فخط ا د إما أن يكون مساوياً لخط ح ط أو أعظم أو أصغر.



الشكل رقم (٨ ـ أ)

فإن اتفق أن يكون مساوياً له فإن وجود المطلوب سهل، وذلك أنا نجيز على نقطة د عموداً على ا د وهو ب د جـ ، فأقول : إن خط ب جـ مثل خط ه ز.

الشكل رقم (٨ ـ ب)

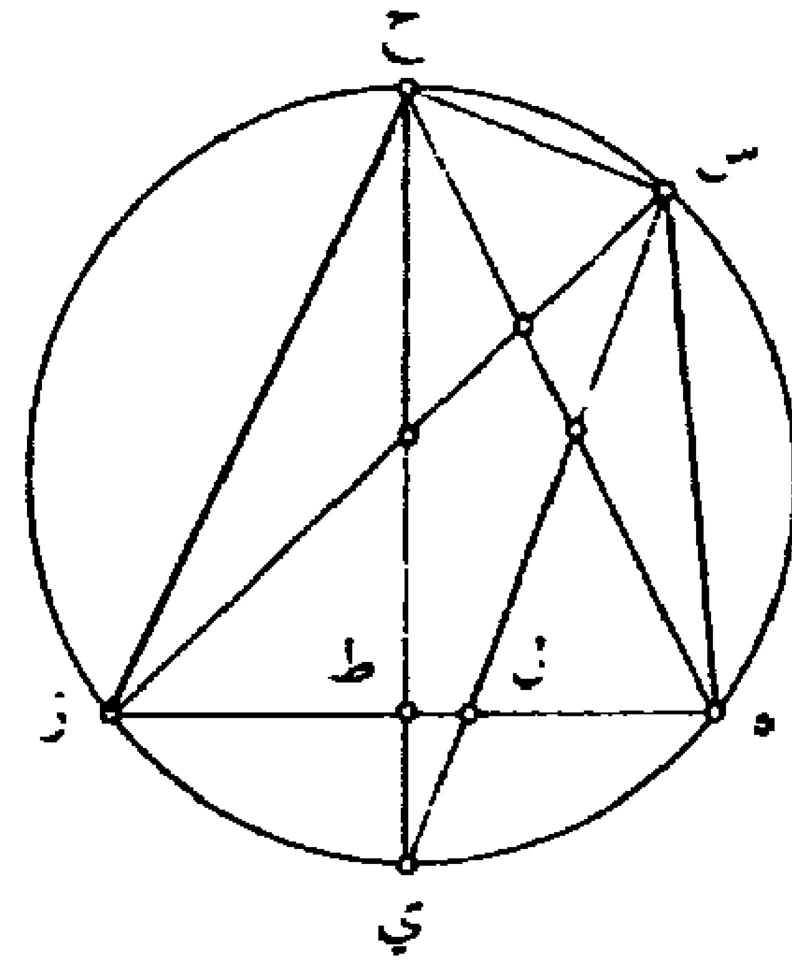


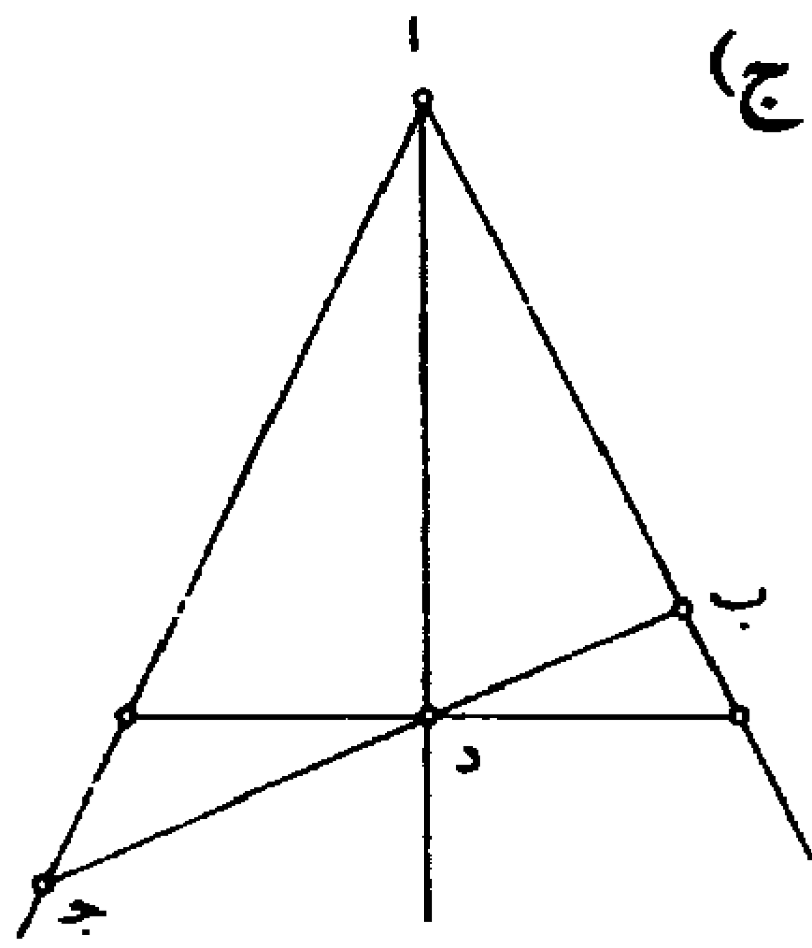
4 ه ي ز: ه ح ي ز

برهان ذلك : إن زاوية ب ا ج من مثلث ا ب ج مثل زاوية ه ح ز من مثلث ه ح ز. وعمود ا د على قاعدة ب ج مثل عمود ح ط على قاعدة ه ز، فقاعدة ب ج مثل قاعدة ه ز.

وإن اتفق أن يكون ا د أطول من ح ط . فأقول : إنه لا يمكن هنالك وجود المطلوب.

الشكل رقم (٨ ـ ج)





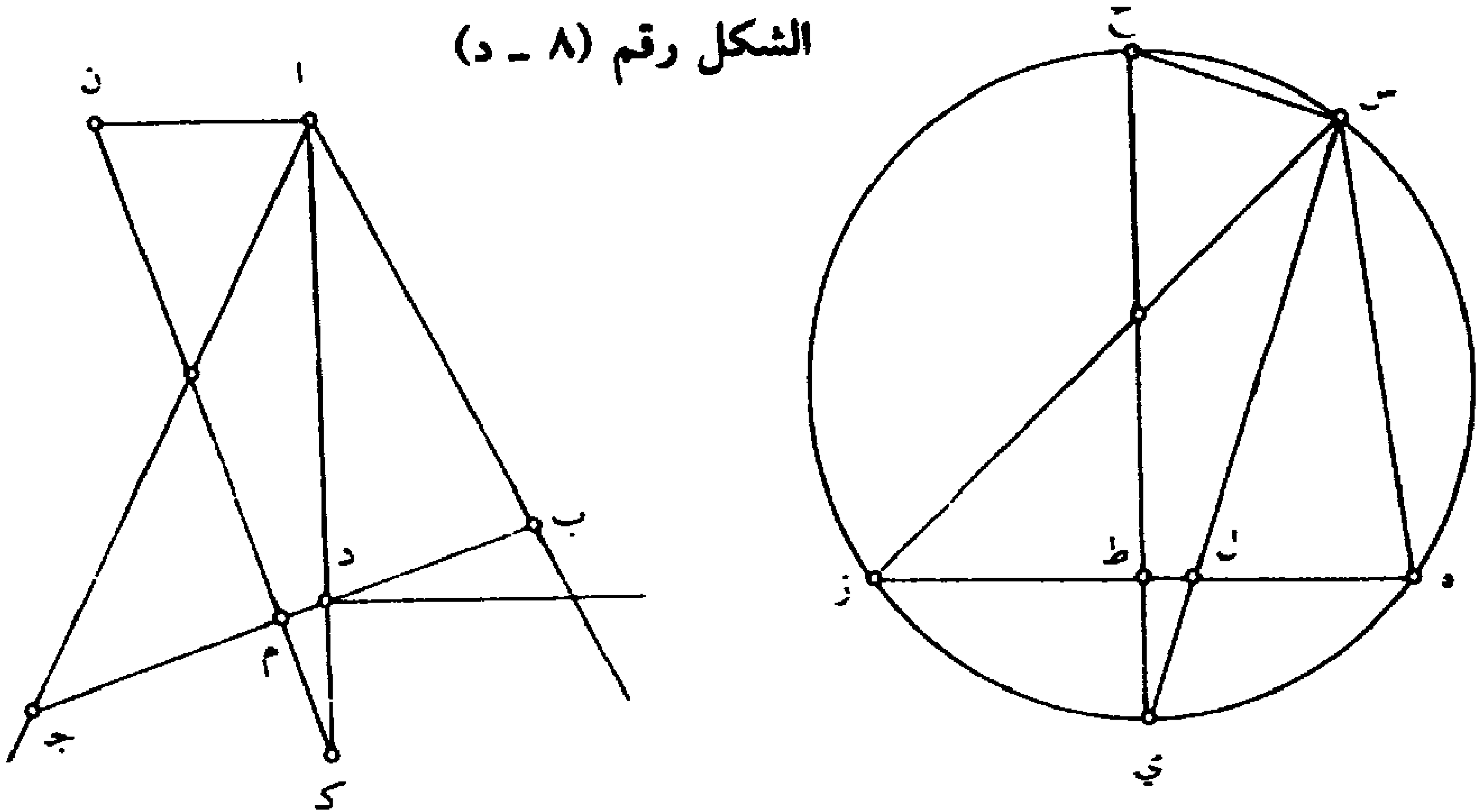
برهانه : إنه لا يمكن ذلك، فإن أمكن، فليكن خط ب د ج مثل خط ه ز. وخطا ا ب ا ج إما أن يكونا متساويين أو مختلفين. فإن كانا متساويين فإن ا د عمود على ب ج. ولأن زاوية ب ا ج من مثلث ا ب ج مساوية لزاوية ه ح ز من مثلث ه ز ح، وقاعدةَ ه ز مثلُ قاعدة ب ج، فعمود ا د مثل عمود ح ط؛ وقد كان أطول منه، هذا خلف لا يمكن.

وإن كان خطا ب ا ا ج مختلفين، فمعلوم أن قوس ه ي ز تقبل زاوية مثل زاوية ب ا ج. وكل خط يخرج من نقطة ي إلى قوس ه ح، فإن قِسْمَه الذي يقع بين خط ه ط وقوس ه ح أبداً أقصر من خط ح ط؛ مثل خط ي ل س. فإن ل س أبداً أقصر من ح ط. فإذن خط ا د أبداً أقصر من ح ط. إذا كان خطا ا ب ا ج مختلفين، ومساوٍ له إذا كانا متساويين؛ < هذا خلف لا يمكن > .

---

11 ه ي ز: ه ح ز / تقبل : يقبل – 15 مختلفين : مختلفان / متساويين : متساويان.

وإن اتفقَ أن يكون ا د أقصر من ح ط. فأقول: إنه هنالك يوجد المطلوب.



الشكل رقم (٨ ـ د)

برهان ذلك: إنا نخرج ا د على استقامته إلى نقطة ك؛ ونجعل ضرب ا ك في ك د مثل ضرب ح ي في ي ط، على ما قدمنا عمله؛ ونخرج من نقطة ي وتر س ل ي مساوياً لخط ا ك، فمعلوم أنه يقطع وتر ه ط ويقع على قوس ه ح، من أجل أن ضرب ح ي في ي ط – أعني ضرب ا ك في / ك د – مثل ١٢٦ - و مربع ه ي، ف ا ك أطول من ه ي أبداً، وهو أيضاً أقصر من ح ي أبداً لما قد قدمنا بيانه أيضاً، فليقع مثل ي ل س، ونخرج من نقطة ك خط ك م ن يحيط مع خط ا ك بزاوية مثل زاوية ح ي س، ونخرج إليه من نقطة ا عمود ا ن على ا ك، ونصل ح س. فلأن زوايا مثلث ي ح س – القائم الزاوية – مساوية لزوايا مثلث ا ك ن – كل واحدة لنظيرتها – يكونان متشابهين، إلّا أن ا ك مثل س ي، يكون أضلاعهما متساوية – كل واحد لنظيره – فالمثلثان متساويان. ومن أجل ذلك يكون د م مثلَ ل ط و د ك مثلَ ي ل و ا د مثلَ س ل. وزوايا مثلث س ه ل مساوية لزوايا مثلث ا ب د؛ وخط ا د مثل خط

س ل ، يكون ب د مثل ه ل ، ويكون جميع ب جـ مثل ه ز ، وذلك ما أردنا أن نبين.

المسألة الأخرى :

إذا فرض سطح متوازي الأضلاع ، وأردنا إخراج خط من نهاية إحدى زواياه إلى الخط المقابل لها المخرج على استقامةٍ ليلقاه ، ويكون نسبة المثلث الحادث بين القطر المنفصل بالخط المطلوب والضلع المنقسم به إلى المثلث الحادث بين الخط المخرج على استقامة وبين الضلع المذكور معلومةً.

تركيبنا لتحليل أبي سعد العلاء بن سهل لهذه المسألة :

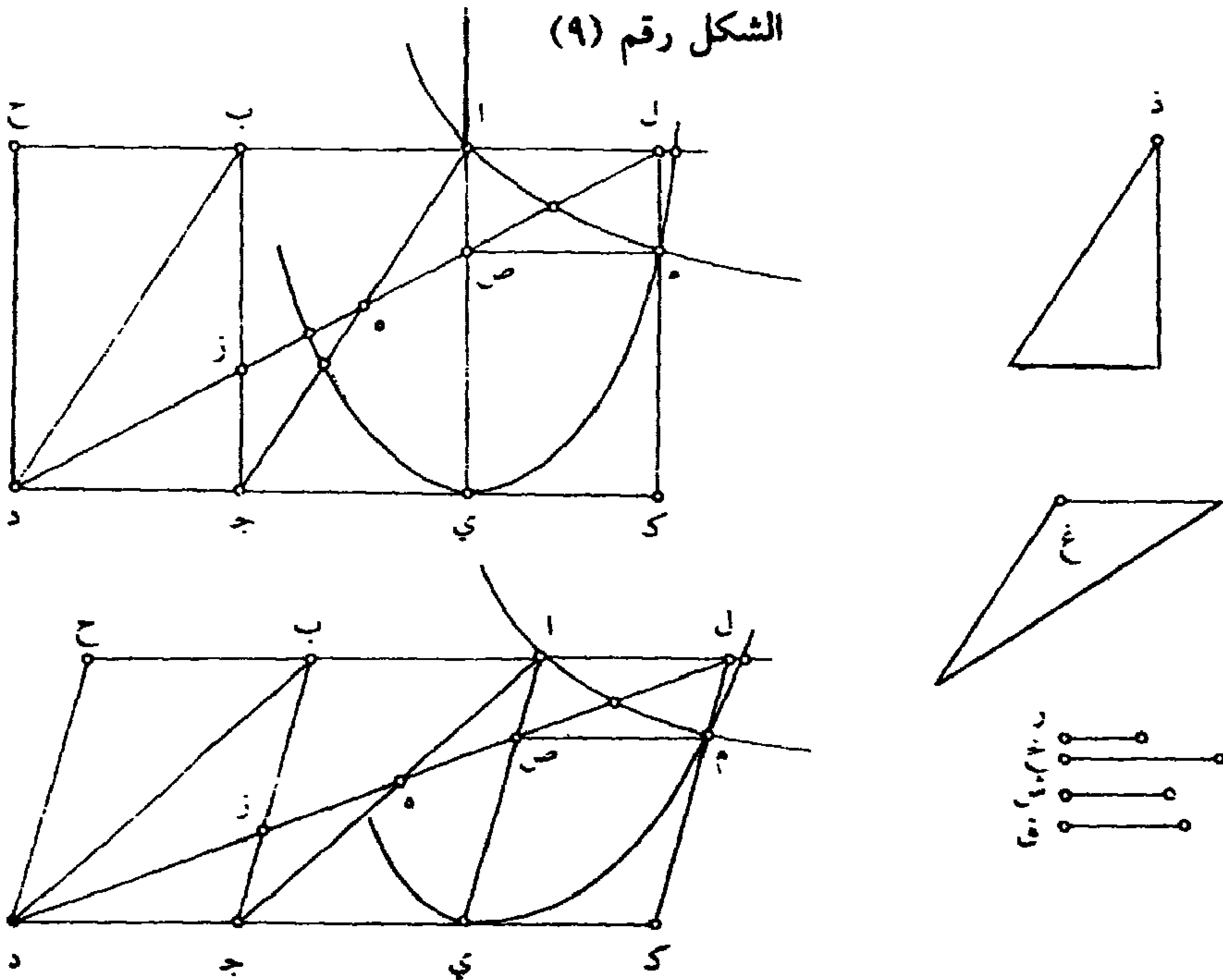
فليكن السطح المتوازي الأضلاع ا ب جـ د وقطره ب جـ ، فإذا أردنا أن نعمل ما شرطناه فإنا نعمل زاوية ذ مساوية لزاوية ا جـ ب ، وزاوية غ مساوية لزاوية ا جـ د. ونفصل من زاوية ذ مثلثاً – كيفما اتفق – بخط مستقيم يقطع الضلعين المحيطين بها ، ونفصل من زاوية غ أيضاً مثلثاً بخط مستقيم يجوز على ساقيها ، وليكن نسبة مثلث ذ إلى مثلث غ كالنسبة المفروضة ، فمثلث غ معلوم وزاوية غ معلومة ، فعلى ما قدمنا يكون نسبة ضرب الضلعين اللذين يحيطان بزاوية غ من مثلث غ إلى مثلث غ معلومة. فنجعل نسبة خط ر إلى خط ش كنسبة السطح الذي يحيط به الضلعان اللذان يحيطان بزاوية ذ من مثلث ذ إلى السطح الذي يحيط به الضلعان المحيطان بزاوية غ من مثلث غ. وليكن خط خ مثليْ خط ر ، ونخرج من نقطتي ا د خطين موازيين لقطر ب جـ ، ونخرج إليهما ضلعيْ ا ب جـ د ، فيلقيانها على نقطتي ي ح. فبيّن أن كل واحد

10 وزاوية : فزاوية – 19 جـ د : جـ ز.

من خطي ب ح ي جـ مثلُ كل واحد من خطي ا ب جـ د. ونجعل نسبة خط ق إلى خط جـ د كنسبة ش إلى خ، فيصير خط ق معلوماً.

فإن كانت زاوية ا ب جـ قائمةً أو منفرجةً، فإنا نعمل في هذه الصورة قطعاً مكافئاً رأسه نقطة ي وضلعه القائم خط ق المعلوم وسهمه على استقامة ي ا وزاوية خط ترتيبه مساوية لزاوية ا ب جـ المعلومة، وهو قطع مـ ي، فهو / ١٢٦ ـ ظ معلوم الوضع. ونجيز على نقطة ا قطعاً زائداً لا يلقاه خطا ي د د ح. بل يقربانه دائماً، فهو لا محالة يقطع القطع المكافئ، فليقطعه على نقطة مـ، ونخرج من نقطة مـ عمود مـ ل على استقامة خط ا ب، ونصل د ل يقطع قطر جـ ب على ز وضلع ا جـ على ه وخط ا ي على ص، فأقول: إن نسبة مثلث ه ز جـ إلى مثلث ا ل ه كالنسبة المفروضة.

الشكل رقم (٩)



---

6 يلقاه: يلقيانه – 9 ه ز جـ: د ز جـ.

برهان ذلك : إنا نخرج خط ل م على استقامته. ونخرج إليه خط د ي على استقامته حتى يلقاه على نقطة ک. فلأن نقطتي ا م على القطع الزائد وخطي ک د د ح اللذين لا يلقيانه وخطي ک ل ا ي يوازيان خط د ح، يكون ضرب م ک في ک د مثل ضرب ا ي – أعني ک ل – في ي د. فنسبة م ک إلى ک ل كنسبة د ي إلى د ک. أعني نسبة ي ص إلى ک ل ، فخطا ي ص ک م نسبتها إلى خط ک ل واحدة، فهما متساويان. فالخط الذي يصل بين نقطتي م ص يوازي ا ل. ولأن نسبة خط ق إلى خط جـ د كنسبة ش إلى خ ونسبة خط ق إلى جـ د كنسبة ‹سطح› خط ق في ي ص إلى سطح جـ د في ي ص – إذا جعلنا ي ص ارتفاعاً مشتركاً لهما – وسطح خط ق في ي ص مساوٍ لمربع خط م ص ، أعني خط ا ل ، فنسبة ‹سطح› خط جـ د في ي ص إلى مربع ا ل كنسبة خ إلى ش. وخط جـ د مثل خط ي جـ وجـ ز يوازي ي ص ، فنسبة السطح الذي يحيط به خطا جـ د جـ ز إلى السطح الذي يحيط به خطا جـ د ي ص كنسبة جـ ز إلى ي ص ، أعني نسبة ر إلى خ. يكون نسبة سطح جـ د في جـ ز إلى مربع ا ل كنسبة ر إلى ش. لكن نسبة سطح جـ د في جـ ز إلى مربع ا ل مؤلفة من نسبة جـ د إلى ا ل ، أعني نسبة جـ ه إلى ه ا ، ومن نسبة جـ ز إلى ا ل. لكن النسبة المؤلفة من نسبة جـ ه إلى ه ا ومن نسبة جـ ز إلى ا ل هي نسبة ضرب جـ ز في جـ ه إلى ضرب ه ا في ا ل ، يكون نسبة ر إلى ش كنسبة ضرب جـ ز في جـ ه إلى ضرب ه ا في ا ل. لكن نسبة ر إلى ش ‹هي نسبة› ضرب / الضلعين اللذين يحيطان ١٢٧ - و
بزاوية ذ من مثلث ذ أحدهما في الآخر إلى ضرب الضلعين اللذين يحيطان بزاوية غ من مثلث غ أحدهما في الآخر. وزاوية ذ مثل زاوية ا جـ ب ، وزاوية غ مثل زاوية جـ ا ل ، فعلى ما قدمنا من المقدمات تكون نسبة مثلث ذ إلى

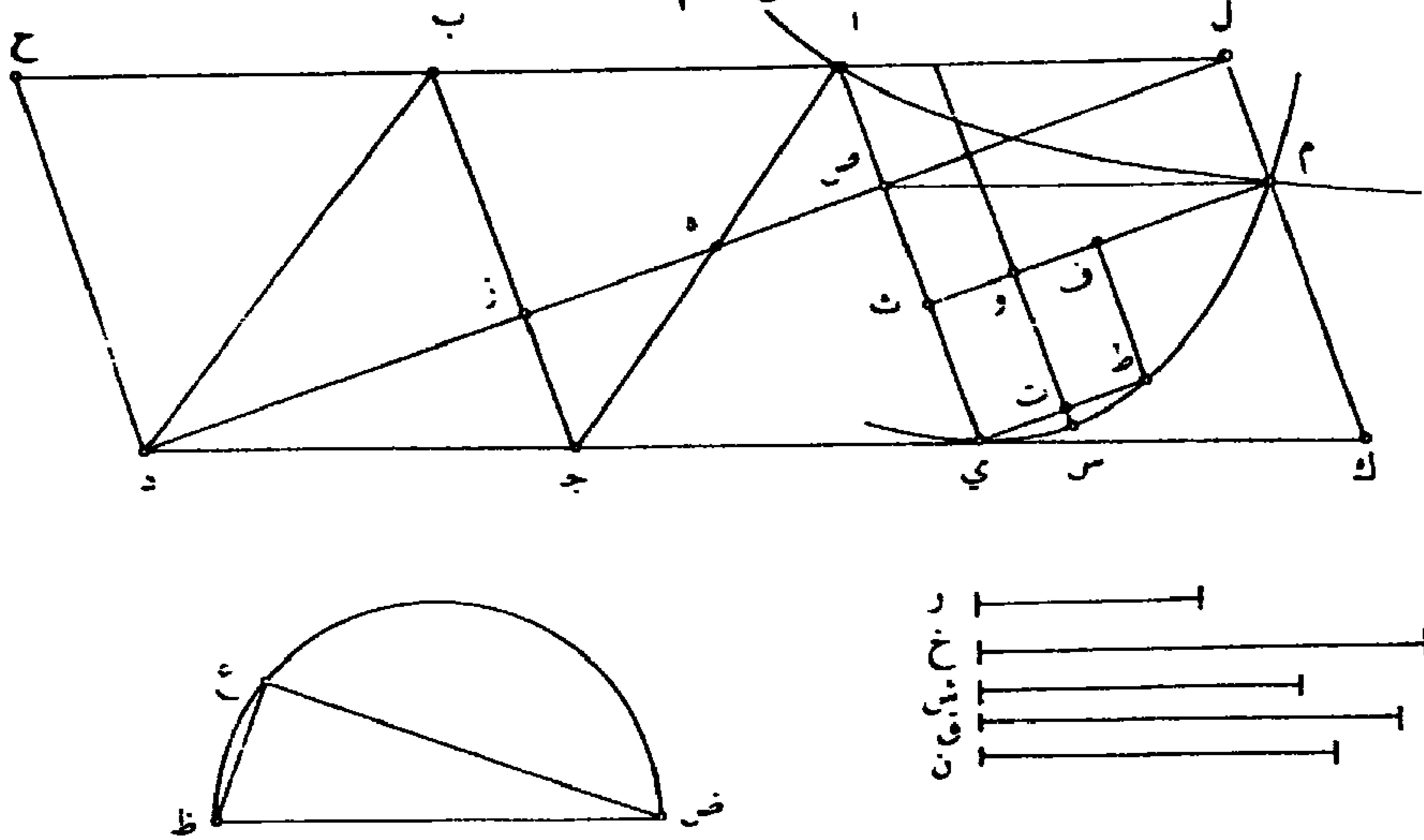
3 وخطي (الأولى والثانية) : وخطا – 12 جـ ز: د ز.

مثلث غ كنسبة مثلث جـ ز ه إلى مثلث ل ا ه. ولكن نسبة مثلث ذ إلى مثلث غ هي النسبة المفروضة، فنسبة مثلث جـ ز ه إلى مثلث ه ا ل كالنسبة المفروضة، وذلك ما أردنا أن نبين.

وإن كانت زاوية ا ب جـ حادةً، فإنا نعمل ما عملنا في أول الشكل المتقدم بعينه حتى يصير لنا خط ق معلوماً، ثم نخط نصف دائرة على قطر ض ظ ونخرج فيه وتر ظ ع يحيط مع قطر ض ظ بزاوية مثل زاوية ا ب جـ ، ونصل ض ع ، ونجعل نسبة خط ق إلى خط ن كنسبة مربع ض ظ إلى مربع ض ع ، فيصير خط ن معلوماً. ونخرج من نقطة ي عموداً على ي ا ، ونجعل نسبة عمود ي ط إلى خط ن كنسبة ظ ع إلى ض ع ، ونقسم عمود ي ط بنصفين على نقطة ت ، ونجعل نسبة ي ت إلى ت س – الموازي لـ ا ي – كنسبة خط ن إلى ي ت. ونعمل قطعاً مكافئاً رأسه نقطة س وضلعه القائم خط ن وسهمه على استقامة س ت وزاوية خط ترتيبه قائمة، وهو قطع س م ، فهو يمرّ على نقطة ط لأن ضرب ن – الضلع القائم – في ت س مساوٍ لمربع ت ط. ونجيز على نقطة ا قطعاً زائداً لا يلقاه خطا ي د د ح ، بل يقربانه دائماً، فهو لا محالة يقطع القطع المكافئ، فليقطعه على م، ونجيز على نقطة م خط ل م ك موازياً لـ ا ي ، ونخرج إليه خطي ح ا د ي على استقامتها فيلقيانها على نقطتي ك ل ، ونصل خط د ز ه ص ل مستقيماً، فأقول : إن نسبة مثلث جـ ز ه إلى مثلث ه ا ل كالنسبة المفروضة.

1 جـ زه : جـ زد – 2 جـ زه : جـ زد – 12 خط ترتيبه : لخط ترتيب – 14 يلقاه : يلقيانه – 18 جـ زه : جـ زد.

الشكل رقم (١٠)



برهان ذلك : إنا نبيّن بمثل ما بينا في الشكل المتقدم بعينه أن خط م ل مساوٍ لخط / ا ص وأن خط م ص موازٍ ل ا ل. ونخرج من نقطة م عمود ١٢٧ - ظ
م ث على ا ي، ونخرج إليه خط ت س على استقامةٍ حتى يلقاه على و. ونجعل ف و مثل و ث. فلأن ضرب خط ن – الضلع القائم لقطع س م المكافىء – في س و – قطره المجانب – مثل مربع م و – لكن ضرب ن في س و مثل ضربه في س ت وفي ت و، ومربع م و مثل مربعي م ف ف و وضرب م ف في ف و مرتين، لكن ضرب خط ن في س ت مثل مربع ت ي، أعني مربع ف و، يبقى ضرب ن في ت و، أعني ي ث مساوياً لضرب ف و في ف م مرتين مع مربع ف م، أعني ضرب ث م في م ف – فضرب ن في ي ث مثل ضرب ث م في م ف. وقد جعلنا نسبة عمود ي ط، أعني ف ث المساوي له، إلى خط ن كنسبة ظ ع إلى ض ع، أعني

2 موازٍ : يوازي.

كنسبة ص ث إلى ث مـ. يكون ضرب نَ في ص ث مثل ضرب مـ ث في ث ف. وقد كان ضرب نَ في ي ث مثل ضرب مـ ث في مـ ف، يكون ضرب نَ في ي ص مثل مربع مـ ث. وكنا جعلنا نسبة خط قَ إلى خط نَ كنسبة مربع ض ظ إلى مربع ض ع. ونسبة خط قَ إلى خط نَ – إذا جعلنا ي ص ارتفاعاً مشتركاً – كنسبة سطح قَ في ي ص إلى سطح نَ في ي ص. ونسبة مربع ظ ض إلى مربع ض ع كنسبة مربع ص مـ إلى مربع مـ ث [وعلى النسبة ب ل]. فنسبة سطح قَ في ص ي إلى مربع ص مـ كنسبة سطح نَ في ي ص إلى مربع مـ ث. وسطح نَ في ي ص مساوٍ لمربع مـ ث، فيكون سطح قَ في ي ص مثل مربع مـ ص. فإذْ قد تبيّن لنا أن سطح قَ في ي ص مثل مربع مـ ص، فإنا إذا اتّبعناه ما قلنا في الشكل المتقدم بعينه أدّانا ذلك إلى المطلوب؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وقد ذكر أبو سعد العلاء بن سهل في آخر تحليله لهذا الشكل ما أحكيه بنفس ألفاظه، وهذه ألفاظه بعينها:

فأما كيف اطراد المعرفة الرياضية بإعطاء نسبة ما بين مثلثي د جـ ز ل ا ه فلا سبيل لاتجاه العقول إلى بلوغ استخراجه بتحليلٍ ولا اكتسابِ مقدمة؛ ولو وجدنا مساغاً يوصلنا إلى نيله لزمنا بسببه إلى علمٍ ما شذ حتى تبع.

لكنه ما بقي لمستهزىء إلّا وقلّل ببراعة النظر في التعاليم سعي متظاهر فيما يهدي إلى استفادته بإطنابٍ وعنّ ظاهرٍ عما يؤدي إليه الإلحاح فيه، فلنمسك عن تعدي هذه الغاية. هذه ألفاظه بعينها.

1 ص ث: ض ع/ ص ث: ع ض ـ 13 بنفس ألفاظه: وردت هكذا، والأفصح «بألفاظه نفسها»، لأن نفس جاءت للتوكيد ـ 16 يوصلنا: توصلنا/ بسببه: بسببابه/ تبع: قد تقرأ «سبع» ـ 17 ما بقي: قد تقرأ «يلقى»/ وقلّل: وقل ـ 18 إليه: إلى ـ 19 تعدي: بعدى.

وأنا في أصدق حيرة من هذا الرجل. لا أدري كيف أفضى التعجب منه مع قوته في هذه التعاليم وإمعانه في استخراج غوامضها؛ كيف تعذّر عليه هذا حتى استبعده وحسن الظن بنفسه فيما اعتقده. وكيف حكم / فيما تعذّر عليه ١٢٨ - و أنه لا يمكن الوصول لأحد إليه، ولم يعلم أن بين هذين المثلثين نسبة ما ويمكن الوصول إلى استخراجها. وإذا تعذر ذلك على أحد تيسّر على آخر. لكني أحمل ذلك منه على ما يذكره هو بنفسه في أثناء كلامه في رسالته هذه من حداثة سنه وإعجابه بنفسه في جميع ما يأتي به وما يتكلفه من خيلائه في كل فصل من كلامه نعوذ بالله من ادعاء ما لا نعلم ونسأله التوفيق لما نعلم.

أقول : إنه إذا كان سطح ا ب جـ د مربعاً، وكانت نسبة المثلثين نسبة المثل فإنه هو الشكل الذي قدمه أرشميدس بعينه لعمل المسبع وسلك فيه أبو سهل ويْجن بن رستم الكوهي طريق تقسيم الخط بثلاثة أقسام على النسبة التي تقع فيه.

ثم إذا كانت نسبة المثلثين نسبة الخلاف فإن بالشكل الذي عمله أبو سهل ينقسم الخط على النسبة المذكورة ويسهل وجود المطلوب.

مثال ذلك : إنا نثبت ما عمله أبو سهل في مقدمته للمسبع، فنفرض خطاً مستقيماً عليه جـ د. وعمود د ه عليه مساوياً له، ونعمل قطعاً مكافئاً رأسه نقطة جـ وضلعه القائم د ه وسهمه على استقامة جـ د، وليكن قطع جـ ز. وقطعاً زائداً رأسه نقطة د وقطره المجانب – وهو سهمه – د ه وضلعه القائم مثل قطره المجانب، فهو لا محالة يقطع قطع جـ ز المكافئ، فليقطعه على ز، وهو قطع د ز. ونرسل من نقطة ز عمودي ز ب ز ط على جـ د و د ه المخرجين. ونزيد في جـ د ا جـ مثل ب ز. فلأن ضرب جـ ب في جـ د مثل

1 حيرة : خبره – 11 رستم : وستم – 12 تقع : يقع – 17 د ه : ب ز – 20 جـ د : جـ ه.

مربع ز ب . أعني مربع ا جـ المساوي له. وضرب ه ط في ط د . أعني ضرب ا د في ا جـ مثل مربع ط ز، أعني مربع د ب ، فمعلوم أنا إذا فرضنا سطحاً متوازي الأضلاع عليه ا ب ه ز وقطره ا ه ، وقسمنا ضلعه ا ب على نسبة أقسام خط ا ب من هذا الشكل الذي قدمنا. ووصلنا خط ز ط د م مستقيماً، كان مثلث ا ط ز مساوياً لمثلث ب م د .

الشكل رقم (١١)

2 ا جـ : د جـ.

ولأن أبا سهل قد احتاج في هذا الشكل إلى أن يكون نسبة المثلثين نسبة المثل. جعل الضلع القائم من القطع الزائد مثل القطر المجانب منه. ثم إذا كانت نسبة المثلثين نسبة الخلاف – فنجعلها نسبة ك إلى ل – فإنا نعمل ما عملنا في هذا الشكل بعينه. إلّا أنا نجعل نسبة خط معلوم – وليكن ح – إلى خط د ه كنسبة ك إلى ل، ونعمل القطع الزائد الذي عملنا. ونجعل ضلعه القائم خط ح. فيكون ضرب ب جـ في جـ د / مثل مربع ا جـ. ونسبة مربع ١٢٨ ـ ظ ب د إلى ضرب ا د في ا جـ كنسبة الضلع القائم إلى القطر المجانب. أعني كنسبة خط ح إلى خط د ه، أعني كنسبة ك إلى ل. ثم إذا قسمنا خط ا ب في المتوازي ⟨الأضلاع⟩ على نسبة هذه الأقسام على نقط جـ د. ووصلنا خط ز ط د م كان مستقيماً، وكانت نسبة مثلث ب م د إلى مثلث ا ز ط كنسبة ك إلى ل.

برهان ذلك : إن مربع ا جـ مثل ضرب ب جـ في جـ د، فنسبة ب جـ إلى ا جـ كنسبة ا جـ إلى جـ د. وبالتركيب نسبة ا ب إلى ا جـ كنسبة ا د إلى جـ د. لكن نسبة ا ب إلى ا جـ كنسبة ب ه إلى جـ ط، فنسبة ا د إلى جـ د كنسبة ب ه – أعني ا ز – إلى جـ ط. وا ز يوازي جـ ط، فخط ز ط د خط واحد مستقيم، وكذلك جميع خط ز ط د م خط واحد مستقيم. وأيضاً نسبة مربع ب د إلى ضرب ا د في ا جـ كنسبة ك إلى ل. وهذه النسبة مؤلفة من نسبة ب د إلى ا د ومن نسبة ب د إلى ا جـ. فالنسبة المؤلفة من نسبة ب د إلى ا د ومن نسبة ب د إلى ا جـ كنسبة خط ك إلى خط ل. فأما نسبة ب د إلى ا د فكنسبة ب م إلى ا ز. وأما نسبة ب د إلى ا جـ فكنسبة م د إلى ط ز. من أجل أن نسبة ب د إلى د م كنسبة ا د إلى د ز، أعني كنسبة ا جـ إلى ط ز. وإذا بدلنا كانت نسبة ب د إلى ا جـ كنسبة م د إلى ط ز. فالنسبة

2 جعل : فجعل – 6 جـ د : جـ ز – 9 نقط : نقطة – 10 ب م د : ا ز ط / ا ز ط : ب م د - 14 جـ د (الثانية) : جـ ز.

المؤلفة من نسبة ب ه إلى ا ز ومن نسبة ه د إلى ط ز كنسبة ك إلى ل. والنسبة المؤلفة من نسبة ب ه إلى ا ز ومن نسبة ه د إلى ط ز كنسبة مثلث ب ه د إلى مثلث ا ط ز. فنسبة مثلث ب ه د إلى مثلث ا ط ز كنسبة ك إلى ل المفروضة. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

فقد أعطينا من النسبة بين المثلثين المذكورين ما قال أبو سعد إنه يبعد، وبرهنا عليه ببرهان يقنع، وأنا أسال الشيخ الفاضل الأستاذ أطال الله بقاءه أن يتفضل بتأمل ما ألقيت إليه، ويصير إليّ من جميع ما يكون منه في ذلك على علم لأسكن إلى ذلك، ويستخدمني فيما يستصلحني له إن شاء الله تعالى، والحمد لله حق حمده والصلاة على محمد نبيه وعبده وآله وأصحابه.

تمّ في يوم الاثنين الخامس عشر من جمادى الأولى لسنة ثلاث وخمسين ومائة وألف.

ملحق ٢

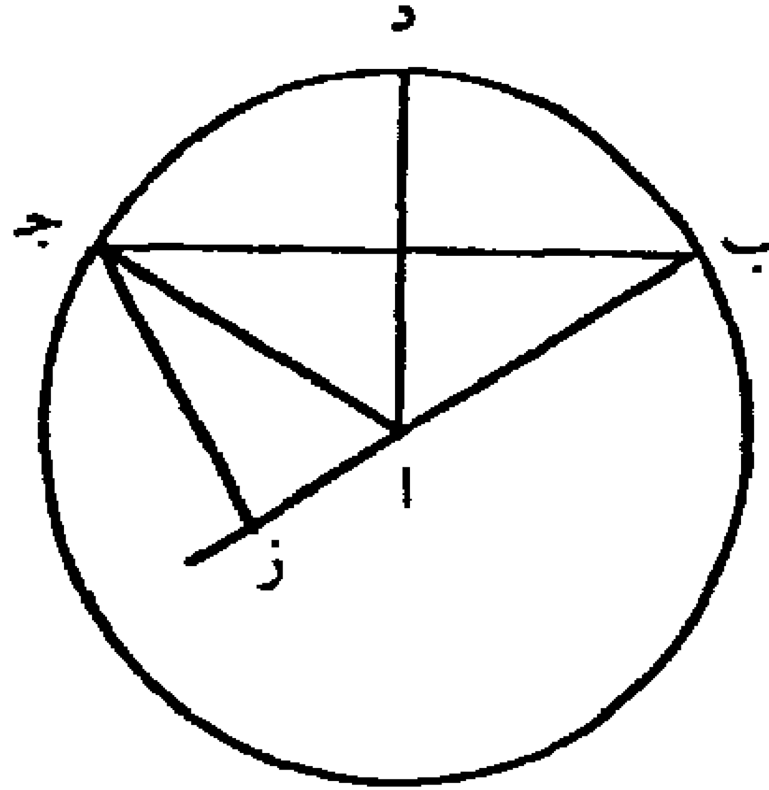
〈مسألة هندسية لابن سهل〉

د - ٣٧ - و
ا - ٣٥ - ظ

استخراج العلاء بن سهل. دائرة ب ج قد فرض منها قطعة ب د ج مساوية لقطاع ب ا د.

أقول : إن قوس د ج مساوية لجيب قوس ب د ج ، أعني خط ج ز.

برهانه : أن نصل ا ج. وقد بُيّن أن ضرب ب ا في قوس ب ج مساوٍ لضعف قطاع ب ا ج ، أعني ضعف قطاع ب ا د وضعف مثلث ب ا ج. وضعف قطاع ب ا د مساوٍ لضرب ا ب في قوس ب د ، وضعف مثلث ب ا ج مساوٍ لضرب ب ا في ز ج ، فضرب ا ب في قوس ب ج – أعني قوسي ب د د ج – مساوٍ لضرب ب ا في قوس ب د وضرب ب ا في خط ز ج ؛ ونسقط ضرب ا ب في قوس ب د المشترَكَ، فيبقى ضرب ا ب في ز ج مساوياً لضرب ا ب في قوس د ج ، فقوس د ج مساوية لخط ز ج ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.



5 ج ز: ج [ا] – 7 ب ا ج (الأولى) : ا ب د ج [د] / ضعف (الثانية) : فوق السطر [د] – 9 ز ج: ب ج [ا] / ا ب: ناقصة [ا].

ملحق ٣

بسم الله الرحمن الرحيم ٢٥٤

كتاب صنعة الأصطرلاب بالبرهان

تأليف

أبي سهل ويجن بن رستم القوهي

وهو مقالتان

المقالة الأولى : أربعة فصول

الفصل الأول
في صفة الأصطرلاب والرسوم عليه

الأصطرلاب آلة مرسومٌ عليها مثالُ سطحين، أحدهما متحرك على الآخر باستدارة، والآخر ساكن؛ إن كان كرياً فكرتين، وإن كان مسطحاً فسطحين، وتَعَلّمُها من علم النجوم بمقدار ما هو عليه من الأعمال حسب ما تحكمه الصنعة ويبلغه الحسّ. والغرض في صنعتها وصحتها حسنها باختيار

3 الأصطرلاب : يكتبها بالصاد أو بالسين، وكلاهما مستعمل – 5 ويجن : ويحى – 10 مرسوم : مرسومة – 13 والغرض : والعرض.

الناس في زمانهم لها. وصحتها بمقارنتها للأشياء الحقيقية. فأما من جهة الحسن، فواجب أن تكون حسنة الجسم والمقدارِ والثخنِ والرقة والتصقّل وما أشبهها مع السطوح والخطوط والنقط المرسومة والكتابة؛ ومن جهة الصحة فأن تكون السطوحُ والخطوطُ التي عليها صحيحةً ووضعُ الخطوط والنقط على السطوح صحيحاً أيضاً. والوضع الصحيح في مثال الأصطرلاب قسمان: أحدهما معلوم بالحقيقة والآخر معلومٍ بالرصد. أما المعلوم بالحقيقة، فيكون على السطح الساكن؛ وأما المعلوم بالرصد، فيكون على السطح المتحرك. فواجب على صانع الأصطرلاب أن يكون عارفاً بما هو معلوم بالحقيقة عند أصحاب هذه الصناعة وبالمعلوم بالرصد، وأن يعرف من أمر الرصد ما يُوجد به المقدار الذي يحتاج إليه في هذه الآلة أو يرجع في أمرها إلى رصد أحد أصحاب الإرصاد فيتقرر عنده. فإن أراد عمل أصطرلاب كري، فليعمل حكاية ما تقرر عنده حسب ما وصفنا؛ وإن أراد مسطحاً، احتاج إلى علم تسطيح الكرة.

والكرة تتسطح على سطوح مختلفة الأجناس من مواضعَ مختلفة، لكن لا يتحرك أحد السطحين منها على الآخر بحركة الكرة إلا أن تكون السطوح المخروطية أو الأسطوانية أو ما / أشبهها من ذوات المحور، التي محورها محور ٢٥٥
الكرة، والمستوية التي يكون محور الكرة عموداً عليها. أما على السطوح المخروطية أو الأسطوانية، فإن تسطيح الدوائر التي على الكرة يكون فصولاً مشتركة للمخروطية وللأسطوانية أو للمخروطين أو للأسطوانيين، لأن تسطيح الكرة على قسمين: أحدهما أسطواني والآخر مخروطي. والأسطواني هو الذي يكون عن الدوائر التي على الكرة أساطين متوازية المحاور على السطح الذي تتسطح

2 حسنة: حسن ـ 5 صحيحاً: صحيحة ـ 6 أحدهما: احداهما ـ 11 فيتقرر: فيقرر/ أصطرلاب: اصطرلابا ـ 12 أراد: ارد ـ 14 الكرة: الكل/ تكون: يكون، وهي جائزة أيضاً، وسنختار هذه الصيغة أو تلك للأفعال حسب السياق دون الإشارة ـ 18 وللأسطوانية: والاسطوانية/ للأسطوانيين: كتب «للأسطوانيتين» ثم «الاسطوانيتين» في الهامش.

الكرة عليه وعن الخطوط والنقط التي على تلك الكرة سطوحاً وخطوطاً متوازية لتلك المحاور على ذلك السطح.

والمخروطي هو الذي يكون عن الدوائر التي على الكرة مخروطات رؤوسها نقطة واحدة وقواعدها على السطح الذي تتسطح الكرة عليه؛ وكان كلٌ السطوح والخطوط والنقط التي على الكرة على مقابلة كلٍّ السطوح والخطوط والنقط التي على ذلك السطح الذي تتسطح عليه الكرة، بعضها لبعض، ولنقطة واحدة، وهذه النقطة هي رأس المخروطات.

وإذا كان تسطيح الكرة أسطوانياً موازي المحور لمحور الكرة، أو مخروطياً رأسه على المحور على غير قطب الكرة، فإنه ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح، وتكون الدوائر التي على الكرة – غير الدوائر التي محور الكرة عمود عليها – ليست تقع دوائرَ في ذلك السطح، لكنها قطوع المخروط أو غيرها. وإذا كان التسطيح على غير السطح المستوي الذي محور الكرة عمود عليه، فإنه يمكن الا تتسطح الكرة أو شيء منها.

وإن كان التسطيح أسطوانياً غير موازي المحور لمحور الكرة أو مخروطياً رأسه على غير المحور، فإن لتسطيحها أحوالاً سوى ما وصفناه، وتركنا ذكرها إذ ليس ذلك غرضنا في هذا الكتاب.

وإذا كان مخروطياً رأسه على قطب الكرة وتسطيحها على سطح مستوٍ محور الكرة عمود عليه، لم يكن له شيء من هذه الأحوال البتّة، ولم يبق شيء من الكرة لا يتسطح، ولم ينطبق سطحان من الكرة أحدهما على الآخر في ذلك السطح، ولم تكن الدوائر التي على الكرة على ذلك السطح قطوع المخروط، بل

---

1 سطوحاً وخطوطاً: سطوح وخطوط؛ وجب النصب لأن الاسمين معطوفان على أساطين ـ 4 وكان: او كان ـ 11 عمود: عمودا ـ 12 التسطيح: السطح/ الذي: كتبها «التي» ثم صححها عليها ـ 12 ـ 13 محور الكرة: مكررة ـ 17 مستو: مستوي.

كانت دوائر أو خطوطاً مستقيمة، إذا كان التسطيح من / الدوائر التي تمرّ على ٢٥٦
ذلك القطب بعينه.

نريد أن نبيّن أنه إذا كان رأس المخروطات على قطب الكرة، فإن تسطيح الدوائر التي على الكرة دوائرُ أو خطوطٌ مستقيمة على السطح المستوي الذي محور الكرة عمود عليه، وتكون خطوطاً مستقيمة عن الدوائر المارّة بذلك القطب بعينه.

الشكل رقم (١)

مثال ذلك: أن دائرة ا ب جـ د هي الدائرة التي تمرّ بمحور الكرة وهو ا د، وبقطب الدائرة التي على الكرة، وهو ا. وسطح هـ ز هو الذي محور الكرة – وهو ا ح – عمود عليه. وليتوهم أن هذا السطح في السمك وخط ه ز الفصل المشترك لهما ونصل خطوط ا ب ا جـ ب د ب جـ. فمثلث ا ب جـ قائم على سطح ه ز وعلى الدائرة التي قطرها ب جـ، لأنه في السطح الذي يمرّ بمحور الكرة وبقطب تلك الدائرة. ولأن زاوية ا ب د مساوية لزاوية ا ح ه، لأن كل واحدة منهما قائمة، وزاوية د ا ب مشتركة في هذا المثال، فمثلث ا ب جـ شبيه بمثلث ا ز ه. وقد بيّن أبلونيوس في كتابه في **المخروطات** أنه إذا كان

5 وتكون: ويكون ـ 8 آ : د.

ذلك كذلك وكان أحد السطحين القائم عليهما المثلث دائرة، كان السطح الآخر دائرة أيضاً. ولكن أحد هذين السطحين في الكرة دائرة؛ فإن فرضناها في المخروط الذي رأسه نقطة آ، كان السطح الباقي وهو ه ز في المخروط دائرة، وخط ه ز قطر تلك الدائرة. وقد بيّن أبلونيوس أيضاً أن غير هذين السطحين أو السطوح الموازية لهما ليست بدوائر في المخروط لكنها قطوع مخروط. وأما الدوائر التي تمرّ على ذلك القطب بعينه، فلأن ذلك القطب على السطح المستوي الذي عليه تلك الدائرة. والسطح الذي تتسطح الكرة عليه مستوٍ، والفصل المشترك / للسطحين المستويين – وهو تسطيح تلك الدائرة – خط مستقيم. ٢٥٧
فالخطوط المستقيمة تكون عن الدوائر المارّة بذلك القطب بعينه. فتسطيح الدوائر التي على الكرة دوائر وخطوط مستقيمة على السطح المستوي الذي محور الكرة عمود عليه؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الفصل الثاني
في تسمية ما يحتاج إليه في عمله وأن أعماله صنفان

فإذا كان تسطيح الكرة على ما وصفنا في الفصل الأول، فالدوائر والخطوط والنقط التي على الكرة تسمّى نظائر الدوائر والخطوط والنقط التي على ذلك السطح، بعضها لبعض.

والكرة التي تتسطح على سطح الأسطرلاب مثال الكرة التي مركزها مركز الأرض وتدور حول قطبين بالحركة الأولى. ويسمّى أحد هذين القطبين الشمالي والآخر الجنوبي. ونصف الكرة، من السطح الذي يمرّ عليه مركز الشمس

---

2 أيضاً. ولكن: وايضا لكن ـ 4 بيّن: تبيّن ـ 17 تتسطح: يتسطح.

بحركتها الوسطى. إلى جهة القطب الشمالي يسمّى الشمالي والنصف الآخر يسمّى الجنوبي وذلك السطح يسمّى منطقة البروج. والسطح المستوي الذي يمرّ على مركز الأرض يسمّى أفق الموضع الذي ينتهي إليه العمود من المركز على ذلك السطح. والنقطتان اللتان على الكرة على ذلك العمود تسمّيان قطبي ذلك الأفق. والدائرة التي تمرّ بقطبي الكرة وعلى أقطاب الآفاق تسمّى دائرة نصف نهار تلك الآفاق. والدوائر التي تمرّ على قطبي الأفق تسمّى دوائر ارتفاع ذلك الأفق. والأفق الذي بُعدُ قطبه من أحد قطبي الكرة على دائرة نصف نهار ذلك الأفق معلومٌ، يُسمّى أفقاً معلوماً. وإذا كان تسطيح الكرة على سطح الأسطرلاب من القطب الجنوبي، يسمّى الأسطرلاب شمالياً، وإنما سمّي شمالياً لأن نصف الكرة الشمالي يتسطح بالتمام والنصفَ الآخر لا يتسطح بالتمام على سطح الأسطرلاب، وإذا كان تسطيحاً من القطب الشمالي يسمّى الأسطرلاب جنوبياً، وإنما سمّي جنوبياً لأن نصف الكرة الجنوبي يتسطح بالتّام والنصفَ الآخر لا يتسطح بالتّام، كما ذكرناه في الشمالي. فلا فرقَ بين الدوائر المرسومة على الأسطرلاب الشمالي وبين الدوائر / المرسومة على ٢٥٨
الأسطرلاب الجنوبي، غير أن التسطيح منها على أحدهما من القطب الجنوبي والثاني من القطب الشمالي، لأن الدوائر المرسومة على كل واحد منهما، في السطح الساكن، تسطيحُ أفق معلوم. والدوائر الموازية له في الكرة المعلومة الأبعادِ منه – على دوائر ارتفاعه – تسمّى مقنطرات معلومة لذلك الأفق. وتسطيح دوائر الارتفاع، المعلومة الأبعاد من دائرة نصف نهاره على تلك الدوائر المتوازية، تسمّى سموتاً معلومة لذلك الأفق، والفصولُ المشتركة لمحيطات كلِّ دائرتين ⟨من⟩ دوائر هذين الجنسين ⟨تسمّى⟩ نقطاً معلومة لذلك الأفق. وفي السطح المتحرك، تسطيح أفق ينطبق عليه تسطيح منطقة

3 العمود: مكررة ـ 4 تسميان: يسميان ـ 6 تسمّى: يسمي ـ 7 نهار: النهار ـ 22 السطح: تسطح/ تسطيح (الثانية): سطح.

البروج يسمّى دائرة البروج، ومقنطراته تسمّى الدوائر الموازية لدائرة البروج، وسموته على ذلك الأفق تسمّى أقسام دائرة البروج؛ والفصول المشتركة لمحيطات كل دائرتين من دوائر هذين الجنسين تسمّى نقطاً معلومة من دائرة البروج. فظاهر من ذلك أن الرسم الذي على السطح المتحرك هو أحد الرسوم التي يمكن أن تكون على السطح الساكن، وعمل ذلك أحد أعماله.

فأما بعض تلك النقط فهي مراكز الكواكب، لأنها معلومة من دوائر ⟨هذين الجنسين ودائرة⟩ البروج برصد أصحاب الإرصاد، وكذلك دائرة البروج، وكذلك ما قلنا آنفاً إن الرسوم التي على السطح المتحرك معلومة بالرصد. فتبيّن أن تسطيح الدوائر من الكرة على هذين السطحين، المتحرك والساكن، للأسطرلابين الشمالي والجنوبي، من هذين الجنسين – أعني المقنطرات والسموت.

الفصل الثالث

في عمل أحد الصنفين وهو المقنطرات

نريد أن نرسم على سطح الأسطرلاب، الذي مركزه نقطة آ، مقنطرات معلومات لأفق معلوم شمالياً كان أو جنوبياً.

فليكن سطح الأسطرلاب عليه ⟨دائرة⟩ ب ج د ه ومركزها آ، وخطا ب د ج ه يتقاطعان على زوايا قائمة؛ ونريد أن نرسم مقنطرات معلومات الأفق بُعد قطبه من القطب الشمالي من الدائرة التي تمرّ بهذين القطبين بمقدار قوس

1 يسمّى: تسمي ـ 2 تسمّى: يسمى ـ 3 تسمّى: يسمى ـ 5 تكون: يكون ـ 8 معلومة: معلوم ـ 9 بالرصد: الرصد ـ 10 للأسطرلابين: والاسطرلابين ـ 14 الذي: على.

د ز المعلومة، من محيط دائرة ب جـ د ه. فنجعل ⟨قوس⟩ ز ط من محيط دائرة ب جـ د ه بمقدار / ما أردنا أن يكون بعد أول المقنطرات من قطبه ز، ز ك مساوياً لـ ز ط. ٢٥٩

فإن كان الأسطرلاب شمالياً، فإنا نصل خطي ب ط ب ك، وإن كان جنوبياً فإنا نصل د ط د ك حتى يلقيا خط جـ ه على نقطتي ل م. ونجعل خط ل م قطر دائرة ل ن م.

فأقول : إن دائرة ل ن م مقنطرة، تسطيحها من الدائرة التي تمرّ بنقطتي ك ط وقطبها نقطة ز من الكرة، التي مركزها نقطة آ ومحورها خط ب د، على سطح الأسطرلاب.

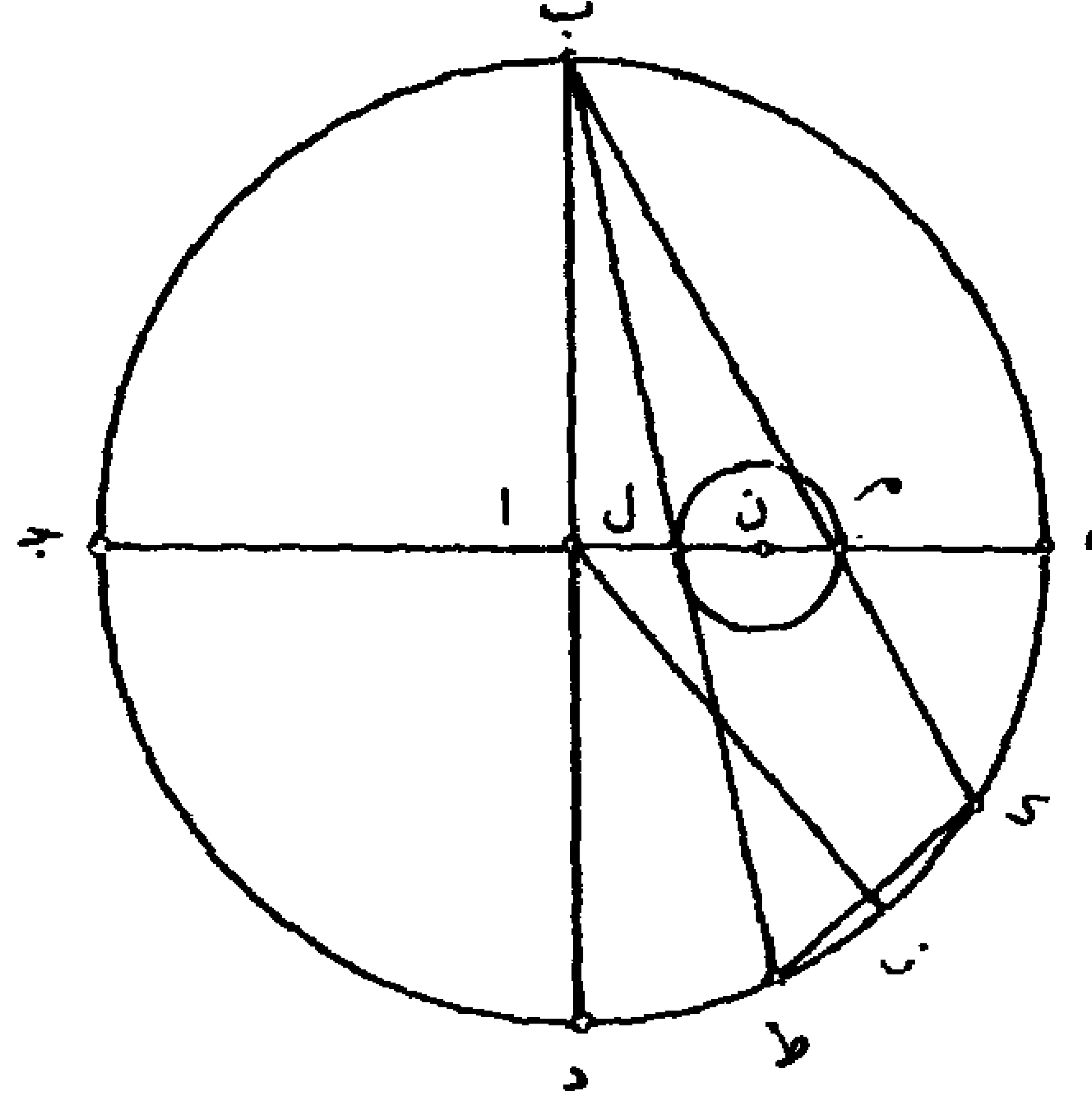
برهان ذلك : إنا إن فرضنا أن نقطة ب القطب الشمالي ونقطة د القطب الجنوبي، وكل واحدة من هاتين النقطتين رأس المخروط الذي يمرّ بالدائرة، التي تمرّ بنقطتي ك ط وقطبها نقطة ز، فتسطيح هذه الدائرة في السطح القائم على سطح ب جـ د ه من ⟨خط⟩ ه آ يكون دائرةً عن المخروط، كما بيّنا في الشكل المتقدّم، لأن محور الكرة عمود على ذلك السطح. فإذا توهمنا سطح ب جـ د ه ثابتاً ودار سطح الأسطرلاب حول نقطتي جـ ه حتى ينطبق ذلك السطح القائم على سطح ب جـ د ه على خط ه ل، انطبقت دائرة ل ن م على المقنطرة التي تتسطح عن الدائرة التي تمرّ بنقطتي ك ط وقطبها نقطة ز على ذلك السطح، عن المخروط، لأن قطرهما واحد بعينه وهو ل م. فدائرة ل ن م مقنطرة تسطيحها من الدائرة، التي قطبها نقطة ز وتمرّ بنقطتي ك ط، في

---

2 ز، ز ك: ر ر ك ـ 10 ذلك: مكررة/ ب: كتب تحتها د/ د: كتب تحتها ب ـ 13 ه آ: ه ل ـ 15 ثابتاً: ثانيا ـ 15ـ 16 حتى ينطبق. . . خط ه ل: هذه العبارة ليست واضحة تماماً والمقصود «حتى ينطبق السطح القائم على سطح ب جـ د ه على سطح ب جـ د ه مع ثبات خط ه ل» ـ 16 انطبقت: انطبق ـ 17 تتسطح: يتسطح.

سطح الأسطرلاب، وكذلك نرسم باقي المقنطرات حتى يُنتهى إلى الأفق؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٢)



الفصل الرابع
في عمل الصنف الآخر وهو السموت

نريد أن نرسم على سطح أسطرلاب، مركزه نقطة آ، ⟨دوائر⟩ تسطيحها سموت معلومة / لأفق معلوم. ٢٦٠

فليكن سطح الأسطرلاب عليه دائرة ب ج د ه، ومركزها نقطة آ. وخطا ب د ج ه قطران يتقاطعان على زوايا قائمة، وقطبا الأفق المعلوم نقطتا ز ط. ونريد أن نرسم على سطح الأسطرلاب تسطيح الدائرة التي تمرّ بنقطتي ز ط وبنقط من الأفق أو الدوائر الموازية له، وبعدها من دائرة نصف نهاره معلوم.

---

5 مركزه: مركز - 10 الموازية: المتوازية/ له: مكررة.

فنجعل خط ك ل قطر أفق، قطبه نقطة ز، أو قطر أحد الدوائر الموازية له. فإن لم يكن خط ك ل قطر الدائرة التي تمرّ على ذلك القطب بعينه، وهو ب، فإن تسطيح تلك الدائرة على سطح الأسطرلاب دائرة، ولتكن ن م؛ وإن كان خط ك ل ليس بقطر الأفق، فإنا نخط على خط ك ل نصف دائرة ك س ل، ونجعل قوس ل س بالمقدار الذي نريد أن يكون بُعد سمته من دائرة نصف نهاره. ونجعل س ع عموداً على خط ك ل، ونصل خطوط ب ع ب ز ب ط حتى تلقى خط جـ ه على نقط ص ف ق، ونجعل ص ن عموداً على خط جـ ه ونخط على نقط ف ن ق دائرة ف ن ق.

فأقول: إن هذه الدائرة تسطيح دائرة السمت الذي يمرّ بنقطتي ز ط وبنقطة من الأفق – أو من الدوائر الموازية له – وبعدها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس ل س من دائرة ك س ل.

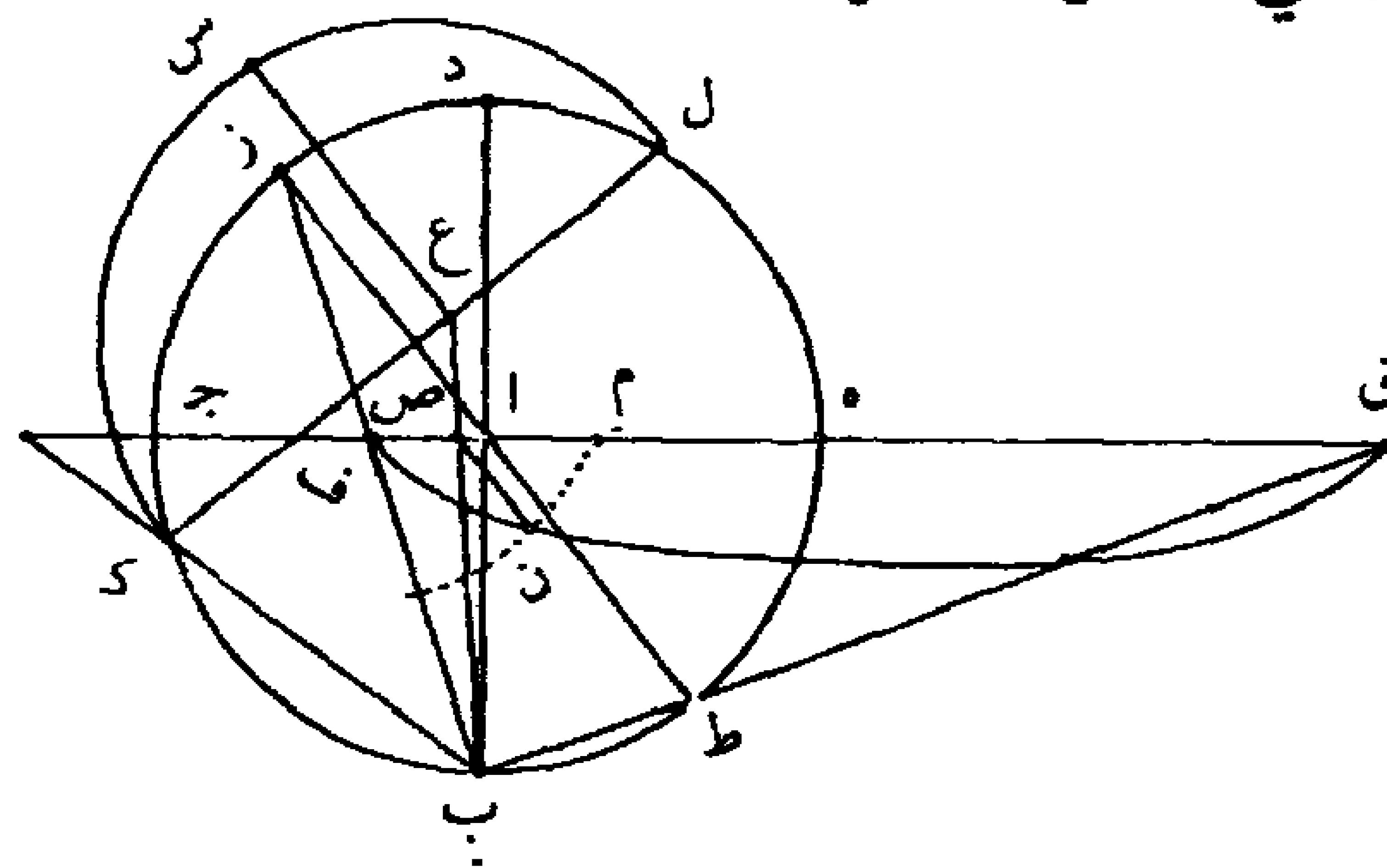
برهان ذلك: إنا إن فرضنا نقطتي ب د قطبي الكرة، كانت دائرة ب جـ د ه نصف نهار الأفق الذي قطباه نقطتا ز ط. وإن توهمنا خط س ع عموداً على سطح ب جـ د ه على نقطة ع، كانت س على محيط الدائرة التي قطرها خط ك ل وقطباها نقطتا ز ط، لأن تلك الدائرة قائمة على سطح ب جـ د ه وك ل قطرها. فبُعد نقطة س من نصف نهاره – ب جـ د ه – على تلك الدائرة بمقدار قوس ل س. فالسمت المعلوم في الكرة هو الدائرة التي تمرّ بنقط ز ط س، إذا كانت نقطة س في السمك وفي السطح القائم على سطح ب جـ د ه من خط ك ل. أما نظير نقطة ز فنقطة ف، وأما نظير نقطة ط فنقطة ق. وأما نظير نقطة س، فلأنها على محيط الدائرة التي قطرها / ٢٦١ ك ل، فهو الفصل المشترك للمقنطرة التي تسطح عن تلك الدائرة على

3 ولتكن: وليكن - 7 تلقى: يلقى/ ص ف ق: و ص ق - 8 نقط: نقطة/ ف: و - 9 بنقطتي: نقطتي - 17 الدائرة: الدايرا/ هو: هي/ التي: اللتي - 19 ك ل: حـ ه - 21 المشترك: المشتركة.

السطح القائم على سطح ب ج د ه من خط ج ه والعمود الخارج من نقطة ص على سطح ب ج د ه. فتسطيح الدائرة التي تمرّ بنقط ز ط س – إذا كانت نقطة س في السمك – هو الدائرة التي تمرّ بنقطتي ف ق وبالفصل المشترك لخطين، أحدهما عمود خارج من نقطة ص على سطح ب ج د ه، والآخر محيط المقنطرة التي تتسطح عن الدائرة التي قطرها ك ل على السطح القائم على سطح ب ج د ه من خط ج ه. فإذا توهمنا أن سطح ب ج د ه ثابت ودار سطح الأسطرلاب حول نقطتي ج ه حتى ينطبق على السطح القائم على سطح ب ج د ه، انطبقت دائرة ن م على الدائرة التي تتسطح عن تلك الدائرة، و‹تسطيح› عمود س ع على العمود الخارج من نقطة ص على سطح ب ج د ه، و‹تسطيح› نقطة س على ‹نقطة ن من› ذلك الفصل المشترك ف ن ق، كالدائرة التي تمرّ بنقط ف ن ق تنطبق على الدائرة التي تتسطح من الدائرة التي تمرّ بنقط ز ط س، إذا كانت نقطة س على محيط تلك الدائرة. والدائرة التي تمرّ بنقط ز ط س فهي السمت المعلوم، لأنها تمرّ بنقطتي ز ط المعلومتين وبالنقطة التي بُعدها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس ل س المعلومة، فدائرة ف ن ق تسطيح السمت المعلوم من الكرة على سطح الأسطرلاب.

وكذلك رسم باقي دوائر السموت.

الشكل رقم (٣)



1 والعمود: والعامود ـ 2 س: ش ـ 10 س: د ـ 11 ف ن ق: فوق السطر/ بنقط: بنقطة ـ 12 بنقط: بنقطة ـ 15 تسطيح: سطح.

فإن كان خط ك ل قطر الأفق، فاعمله أيضاً بهذا التدبير، إلا أنه لا يحتاج إلى عمل نصف دائرة ك س ل الآخر.

فإن كان خط ك ل قطر الدائرة التي تمرّ على ذلك القطب بعينه، وهو ب ، فإن تسطيح تلك الدائرة على السطح القائم على سطح ب ج د ه يكون خطاً مستقيماً كما بيّنا قبل.

ونجعل خط / ب ل قطر دائرة موازية لدائرة الأفق، قطبها نقطة ط ، ٢٦٢ ونخرجه على الاستقامة إلى نقطة ك ، ونجعل خط ك ع عموداً على ب ك ، ونجعل قوس ل س من دائرة ب ج د ه بمقدار ما أردنا أن يكون بعد سمتها من دائرة نصف نهاره، ونصل خط ب س ونخرجه حتى ينتهي إلى نقطة ع ، ونجعل خط ك ن عموداً على خط ج ا ق ، ونجعل ك ن مساوياً لخط ك ع ، ونخط على نقط ف ن ق دائرة.

فأقول: إن دائرة ف ن ق تسطيح للدائرة التي تمرّ على نقطتي ز ط وبنقطة من الدائرة التي تمرّ بقطب ب ، كما وصفنا، وبُعدها من دائرة نصف نهارها بمقدار قوس ل س من دائرة ب ج د ه .

برهان ذلك: إنا نخط على خط ب ل نصف دائرة ب م ل ، فقوس م ل شبيهة بقوس ل س المفروضة من دائرة ب ج د ه ، لأن زاوية ل ب م مشتركة على محيطي الدائرتين. فإن توهمنا أن سطح ب ج د ه ثابت ودار نصف دائرة ب م ل مع مثلث ب ك ع حول نقطتي ب ك حتى ينطبق على الدائرة التي قطبها ط ، انطبق خط ك ع على العمود الخارج من نقطة ك على سطح ب ج د ه ، لأن تلك الدائرة قائمة على سطح ب ج د ه وزاويةَ ب ك ع قائمة. فالسمت المعلوم في الكرة هو الدائرة التي تمرّ على نقط

7 عموداً: عمود ـ 8 سمتها: بسمتها ـ 10 عموداً: عمود ـ 11 ف: ب ـ 12 ف ن ق: ف ي ق ـ 16 شبيهة: شبيه ـ 19 العمود: العامود.

ط م ز، إذا كانت نقطة م في الكرة وفي السطح القائم على سطح ب ج د ه من خط ج ه. أما نظير نقطة ز فنقطة ⟨ف⟩، وأما نظير نقطة ط فنقطة ق، وأما نظير نقطة م فنقطة ع، لأن خط ك ع عمود على سطح ب ج د ه، فتسطيح الدائرة التي تمرّ على نقط ز ط م هو ⟨الدائرة⟩ التي تمرّ على نقط ف ع ق، لأن نقطة ع في السطح القائم على سطح ب ج د ه من خط ج ه.

وإن توهمنا أيضاً أن سطح ب ج د ه ثابت ودار السطح الذي عليه نقط ف ع ق، حول نقطتي ف ق حتى ينطبق على سطح ب ج د ه، انطبقت نقطة ع على نقطة ن لأن خط ك ع مساوٍ لخط ك ن. والدائرة التي تمرّ على نقط ف ع ق تنطبق على الدائرة التي تمرّ على ف ن ق لأن وترهما واحد بعينه، وهو ف ق. فالدائرة التي تمرّ على نقط ف ن ق تسطيح الدائرة التي تمرّ على نقط ط م ز / والدائرة التي تمرّ على نقط ط م ز هي السمت المعلوم، لأنها ٢٦٣
تجوز ⟨على⟩ نقطتي ط ز ⟨و⟩ على النقطة التي بُعدها من دائرة نصف نهاره بمقدار قوس ل س المفروضة من دائرة ب ج د ه. فالدائرة التي تمرّ على نقط ف ن ق ⟨هي⟩ تسطيحُ دائرةِ السمتِ المطلوبُ، ورسمها بحسب الدائرة التي تمرّ على قطب ب الموازية للأفق التي قطباها ز ط. وكذلك نرسم ⟨تسطيح⟩ باقي دوائر السموت؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

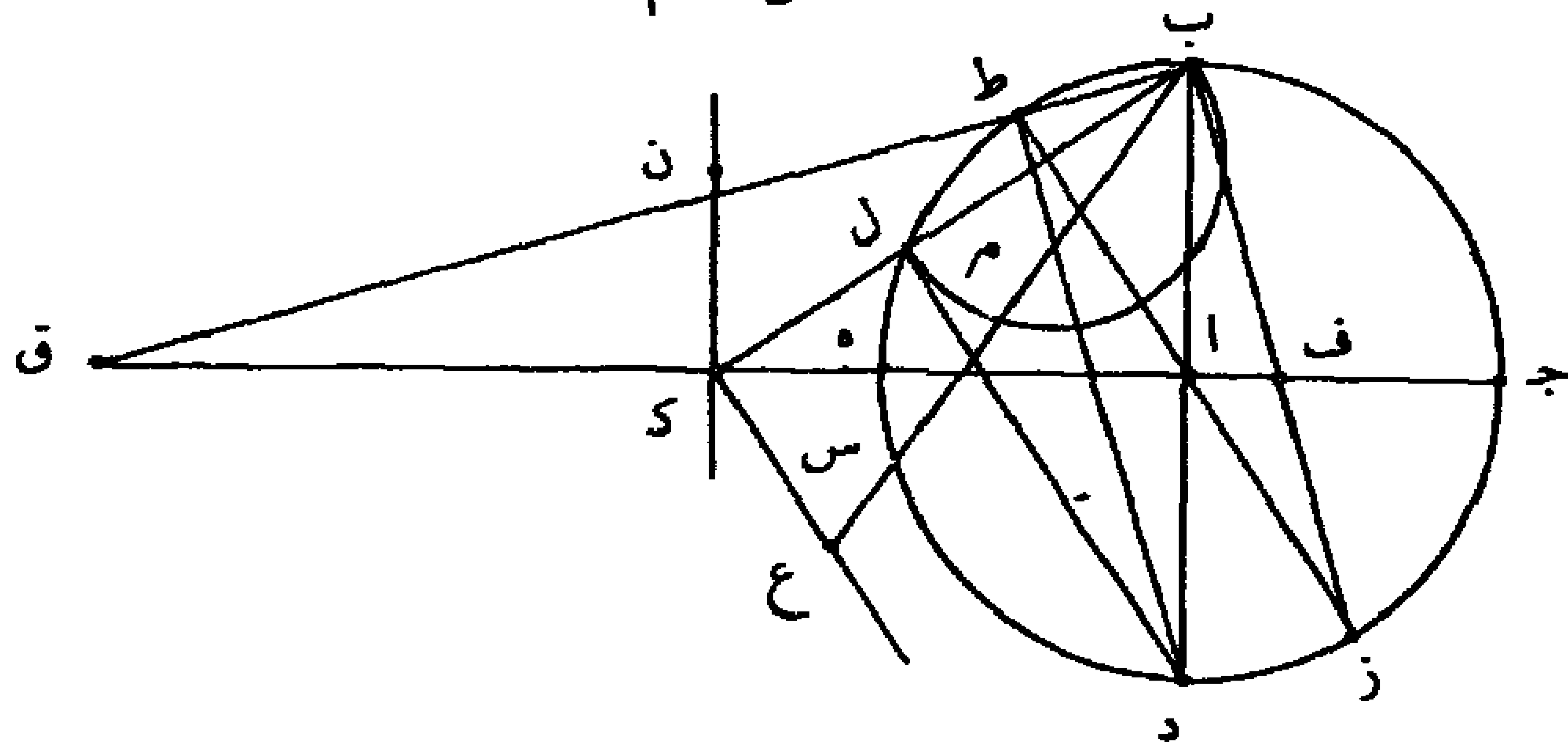
وفي هذا الشكل أيضاً نقول : إن مراكز الدوائر التي تمرّ على نقطتي ف ق تكون على خط ك ن.

برهانه : إنا نصل خطي ل د ط د. فلأن زاوية د ط ب مساوية لزاوية

4 نقط (الأولى): نقطة/ هو: هي - 8 ف: و/ ينطبق: تنطبق/ انطبقت: انطبق - 10 تنطبق: ينطبق - 11 ف ق: ب ق/ ف ن ق: ب ر ق - 13 على: تصح العبارة دونها، ولكن أضفناها اتساقاً مع لغة المؤلف/ على: مكررة - 17 دوائر: كتبها الدوائر ثم حك اللام ألف - 18 ف: ب - 19 تكون: يكون - 20 د ط ب: ط ب.

ق ا ب، لأن كل واحدة منهما قائمة وزاوية د ب ط مشتركة، فزاوية ب د ط الباقية مساوية لزاوية ب ق ا الباقية. وبمثل هذا البرهان، تكون زاوية ا ك ب مساوية لزاوية ل د ب. وزاوية ل د ب ضعف زاوية ط د ب لأن قوس ل ب ضعف قوس ط ب، فزاوية ا ك ب ضعف زاوية ب ق ا، ولكن زاوية ب ك ا مساوية لزاويتي ك ب ق ك ق ب لأن زاوية ب ك ا خارجة من مثلث ك ب ق. فزاوية ك ق ب مساوية لزاوية ك ب ق، فخط ك ق مساوٍ لخط ك ب، فنقطة ك مركزٌ للدائرة التي تمرّ على نقط ف ب ق لأن زاوية ف ب ق قائمة، فخط ك ف مساوٍ لخط ك ق. فمراكز الدوائر التي تمرّ على نقطتي ف ق تكون على خط ك ن لأن خط ك ن عمود على خط ف ق؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٤)



فقد علمنا رسم نقطة معلومة لأفق معلوم لأن نظيرها فصل مشترك لسمت ومقنطرة معلومة لأفق معلوم. فقد رسمنا تسطيح الدوائر التي/ ذكرناها في سطح ٢٦٤
الأسطرلاب بالتمام مع نقط معلومة لأفق معلوم، بَعدَ أن فرضنا مركز الكرة ومحورها في سطح الاسطرلاب، أعني مركز الأسطرلاب وقطر دائرته؛ فبيّن من ذلك أنه إذا كان مركز الكرة وقطرها على سطح الأسطرلاب معلومين، فإن

---

3 وزاوية: فزاوية ـ 6 مثلث: مثل ـ 7 ف ب ق: و ن ق ـ 8 ف ب ق: ق ب ق ـ 9 تكون: يكون ـ 11 نقطة: نقط.

أعمال تسطيح الدوائر والنقط، التي ذكرناها على ذلك السطح، بتمامها معلومة.

تمت المقالة الأولى، والحمد لله وحده.

المقالة الثانية : سبعة فصول

الفصل الأول
في عمل الأسطرلاب
من جهة فرض نقطة بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوم

⟨آ⟩ إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ وقطبُ الكرة – وهو ب – معلومٌ؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامه.

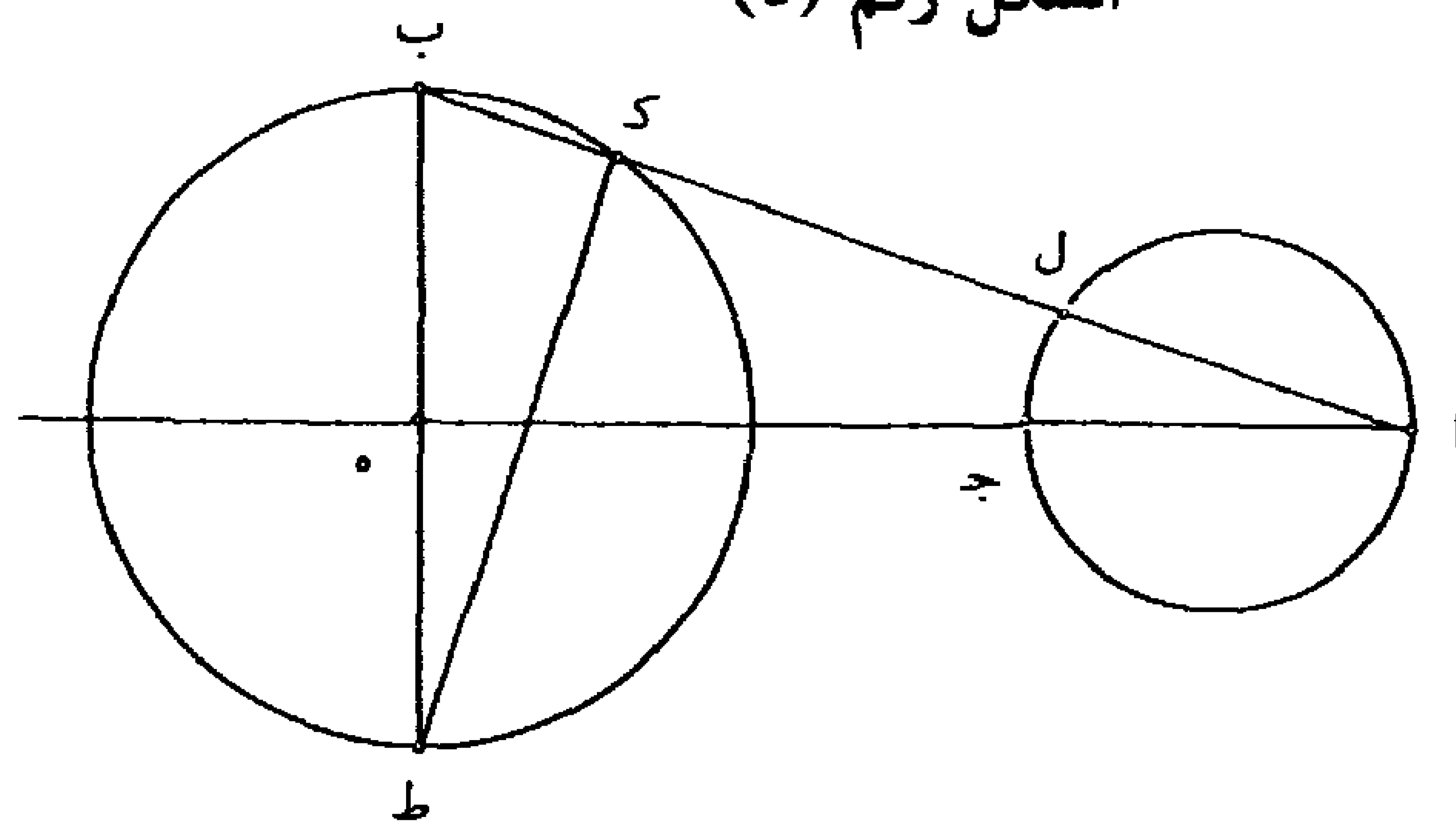
فنصل خط ا ب، وندير على نقطة آ دائرة ا جـ د، ونجعل قوس جـ د من دائرة ا جـ د بمقدار بُعد نظير النقطة المفروض من قطب ب. ونجيز على نقطتي ا جـ خطاً مستقيماً، وهو ا جـ ه، ونجعل ب ه ط عموداً على خط ا جـ ه.

فأقول : إن نقطة ه في سطح الأسطرلاب مركز الكرة التي نصف قطرها خط ه ب، وبعد نظير نقطة آ من قطب ب بمقدار قوس جـ د من محيط دائرة ا جـ د.

9 أن: ا ـ 10 بتمامه: وهو جائز، وفي مواضع أخرى نجد «بتمامها»، وآثرنا ترك النص كما هو ـ 14 التي: الي.

برهان ذلك : إنا نخط على مركز ه وببعد ه ب دائرة ب ک ط ، ونصل خط ک ط . فلأن زاوية ب ک ط مساوية لزاوية ب ه ا – لأن كل واحدة منهما قائمة وزاوية ک ب ه مشتركة لمثلثي ا ب ه ط ب ک – فزاوية ب ط ک الباقية مساوية لزاوية ب ا ه الباقية ، فقوس ب ک شبيهة بقوس د جـ ؛ وقوس د جـ بمقدار البعد المفروض الذي أردنا أن يكون نظير نقطة آ ، وهو ک ، من قطب ب . فقوس ب ک بمقدار البعد المفروض ونقطة ک نظيرة نقطة آ . فنقطة ه مركز الكرة / التي نصف قطرها خط ه ب وبعد نظير نقطة آ ، وهو ک ، من ٢٦٥
قطب ب بمقدار قوس د جـ المفروضة من دائرة ا جـ د . فلأن مركز الكرة ، وهو ‹ه› ، في سطح الأسطرلاب ونصف قطرها ، وهو ه ب ، معلومان فإن الأعمال الباقية بالتمام معلومة ؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٥)



‹ب› إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة ، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً ؛ ومركزُ الأسطرلاب ، وهو ب ، معلومٌ ؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامها.

فنجيز على نقطتي آ ب خطاً مستقيماً ونخط على نقطة آ دائرة ا جـ د . ونجعل قوس د جـ من محيط دائرة ا جـ د بمقدار البُعد المفروض لنظير نقطة آ

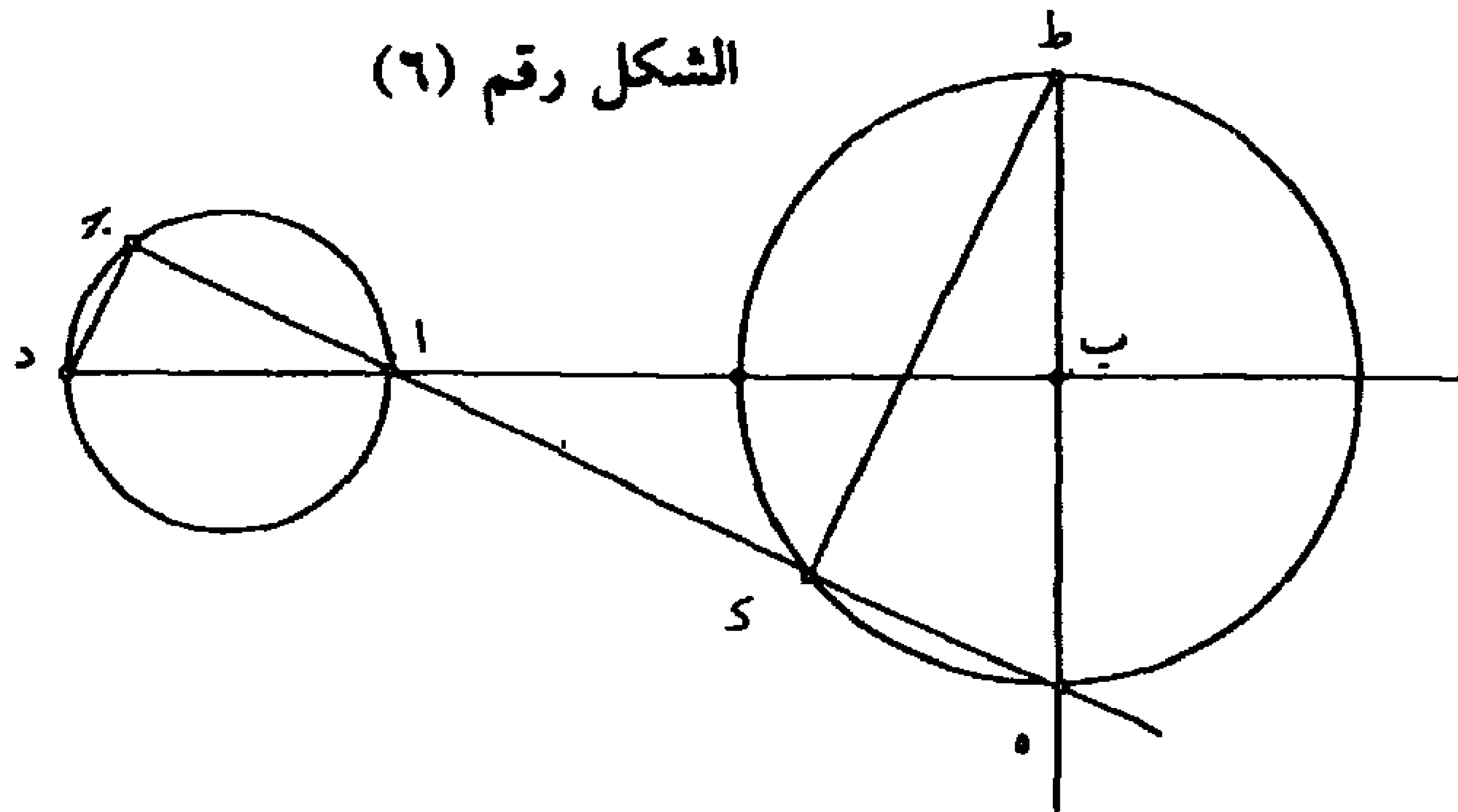
1 وببعد: ونبعد/ ب ک ط: م ک ط – 4 شبيهة: شبيه.

من قطب الكرة. ونجيز على نقطتي جـ ا خطاً مستقيماً، وهو جـ ا ه، ونجعل ه ب ط عموداً على خط ا ب.

فأقول : إن خط ب ه نصف قطر الكرة التي مركزها ب، وإن بعد نظير نقطة ا من قطب ه بمقدار قوس جـ د المفروضة من محيط دائرة ا جـ د.

برهانه : إنا نخط على مركز ب وببعد ب ه دائرة ه ک ط ونصل خط ک ط. فلأن زاوية ه ب ا مساوية لزاوية ه ک ط - لأن كل واحدة منهما قائمة وزاوية ا ه ط مشتركة لمثلثي ک ه ط ا ه ب - فزاوية ه ط ک الباقية مساوية لزاوية ه ا ب الباقية؛ وزاوية ه ا ب مساوية لزاوية جـ ا د لأنهما متقابلتان، فزاوية ه ط ک مساوية لزاوية جـ ا د، فقوس ه ک تشبه قوس جـ د. لكن قوس جـ د بمقدار البعد المفروض، فقوس ه ک بمقدار البعد المفروض لنظير نقطة ا من قطب ه، فنقطة ک نظير نقطة ا. فخط ب ه نصف قطر الكرة التي مركزها نقطة ب، وبعد نظير نقطة ا، وهو ک، من قطب ه بمقدار قوس / جـ د المفروضة من دائرة ا جـ د. ولأن نصف قطر الكرة - وهو ب ه - ٢٦٦ ومركزها - وهو ب - في سطح الأسطرلاب معلومان، فإن الأعمال الباقية بتمامها معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (٦)



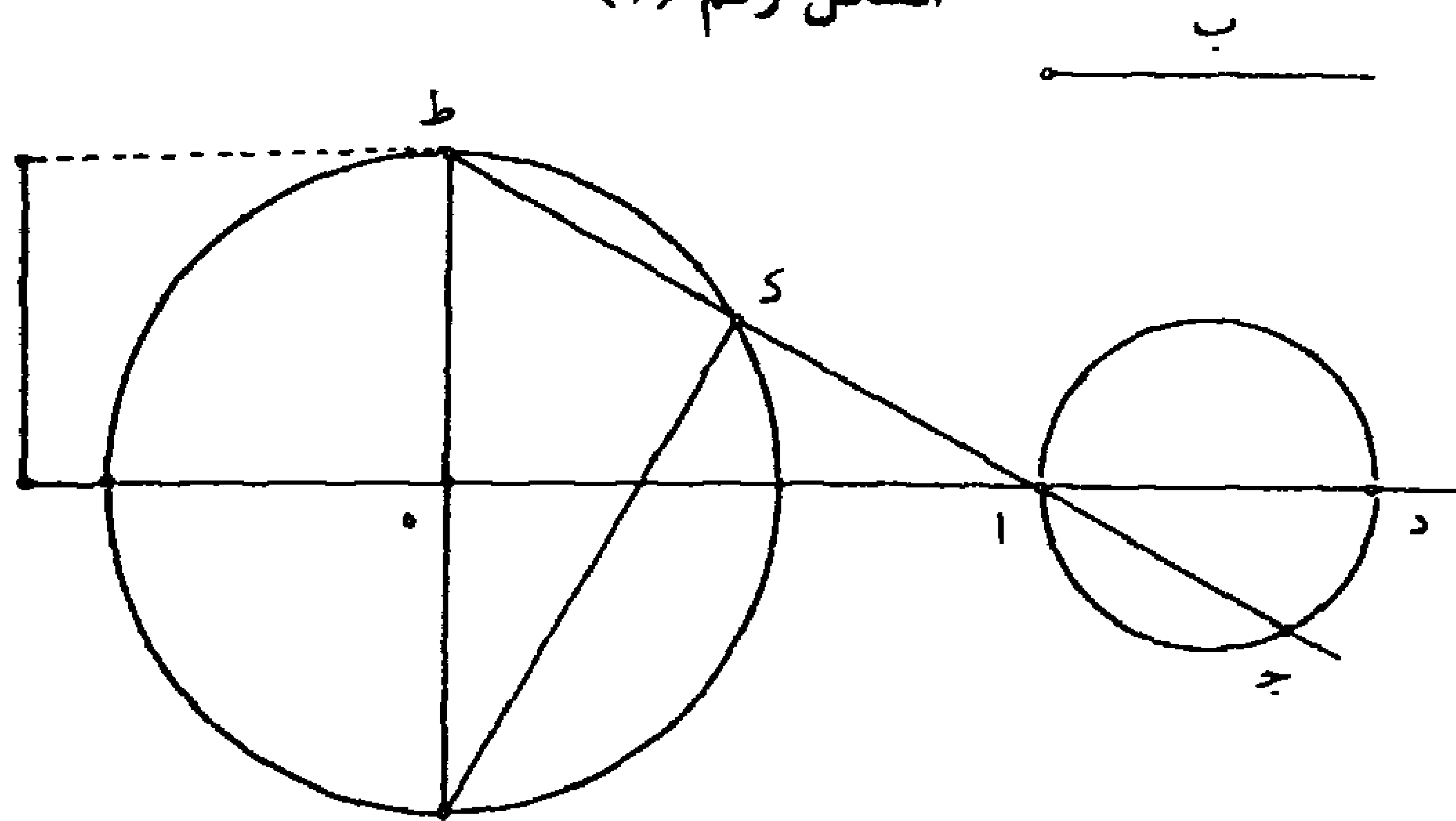
4 جـ د: لم تكن الجيم واضحة فعاد الناسخ وأثبتها تحتها - 7ه ط ک: ه ک ط - 9 تشبه: يشبه - 11 فنقطة: ونقطة - 12 ا: كتب باءً عليها ا - 13 من دائرة: مكررة/ ولأن: فلان.

〈جـ〉 إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ ونصفُ قطر الكرة مساوٍ لخط ب المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامها.

فندير على نقطة آ دائرة ا جـ د ونجعل قوس د جـ من محيط دائرة ا جـ د بمقدار البعد المفروض لنظير نقطة آ من قطب الكرة. ونصل خطي د ا جـ ا ونخرجهما على الاستقامة وهما جـ ا ط د ا ه؛ ونجعل فيما بين خطي جـ ا ط د ا ه عموداً على أحد هذين الخطين مساوياً لخط ب، وليكن ه ط، وهو عمود على خط د ا ه.

فأقول : إن نقطة ه مركز الكرة التي نصف قطرها مساوٍ لخط ب ويُعدَ نظير نقطة آ المعلومة من قطب ط بمقدار قوس جـ د المفروضة من محيط دائرة ا جـ د.

الشكل رقم (٧)



وبرهانه في ذلك كما بيّنا في الشكلين اللذين قبله. ولأن مركز الكرة – وهو ه – ونصف قطرها – وهو ه ط – معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. / ٢٦٧

3 الأعمال: الاعمل – 11 ا جـ د: ا حـ د.

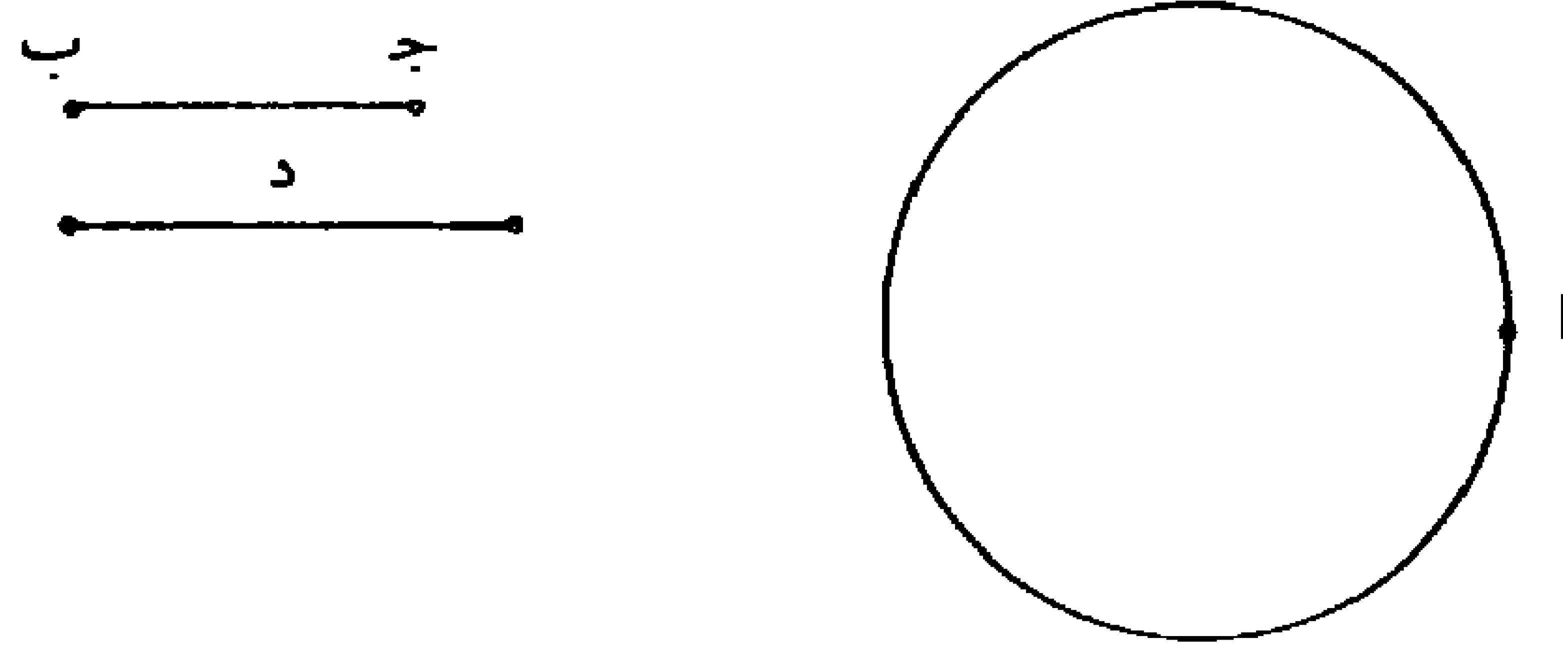
⟨د⟩ إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ والخطُّ – الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بعد نظيرها من ذلك القطب معلوم – مساوٍ لخط ب ج المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال.

فنجعل نقطة ج قطب الكرة وب النقطة التي بعد نظيرها من قطب ج بالمقدار المعلوم. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر الكرة، وليكن د، معلوماً من الشكل الأول في هذا الفصل. فلأن بعد نظير آ من قطب الكرة معلوم، فنصف قطر الكرة، وهو خط د، معلوم من الشكل الذي قبله. فلأن مركز الكرة ونصف قطرها يكونان معلومين <ومركز الكرة معلوم> فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

< ه > إذا كان سطح الأسطرلاب نقطة ا معلومة، وفرضنا بُعد نظيرها من قطب الكرة معلوماً؛ والخطُّ ـ الذي فيما بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بعد نظيرها من قطب الكرة معلوم ـ مساوٍ لخط ب ج المعلوم، ونريد أن نعمل باقي الأعمال بالتّمام.

1 سطح: أضافها تحت السطر ـ 6 صار: صا/ قطر: أثبتها في الهامش.

الشكل رقم (٨)



فنجعل نقطة جـ مركز الأسطرلاب، ونقطة ب النقطةَ التي بعد نظيرها من قطب ه معلومٌ. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر الكرة، وليكن د، معلوماً من الشكل الثاني في هذا الفصل. فلأن بعد نظير نقطة آ من قطب الكرة معلوم ونصفَ قطر الكرة – وهو د – معلوم، فمركز الكرة معلوم. ⟨و⟩ لأن مركز الكرة ونصف قطرها معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. / ٢٦٨

⟨وَ⟩ إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطتا آ ب معلومتين، وفرضنا بعد نظير كل واحدة منهما من قطب الكرة معلوماً، ونريد أن نعمل باقي الأعمال بالتّمام.

فندير على نقطتي ا ب دائرة ا ب د، ونجيز على نقطتي ا ب خطاً مستقيماً، ونجعل قوس ب جـ من محيط دائرة ا ب د بالمقدار الذي أردنا أن يكون بعد نظير نقطة آ من قطب الكرة، ونجعل قوس ا د بمقدار ما أردنا أن يكون بعد نظير نقطة ب من ذلك القطب. ونخرج على نقطتي ب د خطاً مستقيماً وعلى نقطتي ا جـ خطاً مستقيماً، فيلتقيان وليكن ذلك على نقطة ه. ونجعل خط ه ز عموداً على خط ا ب.

فأقول : إن نقطة ز مركز الكرة التي نصف قطرها خط ز ه وبُعدَ نظير كل

2 ه: ح/ معلوم: معلومة/ عملنا: علمنا – 11 ا ب د: ا د – 12 ونجعل: ويجعل.

واحدة من نقطتي آ ب من قطب الكرة – وهو ه – بمقدار كل واحد من قوسي ب ج آ د : أما بعد نظير نقطة آ فمقدار قوس ب ج ، وأما بعد نظير نقطة ب فمقدار قوس آ د .

الشكل رقم (٩)

برهان ذلك : إنا نخط على مركز ز وببعد ز ه دائرة ه ط ك ، ونصل خطي م ط م ك . فلأن زاوية م ط ه مثل زاوية آ ز ه – لأن كل واحدة منهما قائمة وزاوية ط ه ز مشتركة – فزاوية ط م ه الباقية مساوية لزاوية ه آ ز الباقية، فقوس ه ط تشبه قوس ب ج . وبهذا التدبير، فإن قوس ه ك تشبه قوس آ د ، ونقطة ط نظير نقطة آ ونقطة ك نظير نقطة ب ، فنقطة ⟨ز⟩ مركز الكرة التي بُعد نظير نقطة آ من قطب الكرة – وهو ه – بمقدار قوس ب ج ⟨المفروضة من محيط دائرة آ ج د⟩، وبعد نظير نقطة ب من ذلك القطب بمقدار قوس آ د المفروضة من محيط دائرة آ ج د . فلأن مركز الكرة – وهو ز –

3 ب: ا ب ـ 4 ز: ه ـ 6 ا ز: ه ا د ـ 7 تشبه: يشبه/ تشبه: يشبه.

ونصفَ قطرها – وهو ز ه – معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نعمل.

الفصل الثاني
في عمل الأسطرلاب
من جهة فرض دائرة من دوائر المقنطرات بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم

⟨آ⟩ إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة ا ب جـ التي مركزها د معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم؛ وقطبُ الكرة – وهو ه – معلوم؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامه.

فنصل خط ه د ونخرجه حتى ينتهي إلى نقطة آ، ونجعل / قوس ا ب من ٢٦٩ محيط دائرة ا ب جـ بمقدار البُعد المفروض، ونجعل قوس ه ز د شبيهة بقوس ا ط ب. ونجعل سطح ه د في د ك مساوياً لمربع نصف قطر دائرة ا ب جـ، ونجعل خط ك ز موازياً لخط ا ب. ونجيز على نقطتي د ز خطاً مستقيماً، وهو د ز ل، ونجعل خط ه ل عموداً على خط ط د ل.

فأقول : إن نقطة ل مركز الكرة، التي نصف قطرها خط ل ه، وبُعدَ قطب نظير دائرة ا ب جـ من قطب ه بمقدار قوس ا ط ب المفروضة من دائرة ا ب جـ.

برهان ذلك : إنا نخط على مركز ل وببعد ل ه دائرة ه م ن. ونصل خطوط ه ط ه ز ه س، ونخرج د ع عموداً على خط ط د ز وخطَّ د ع على استقامة

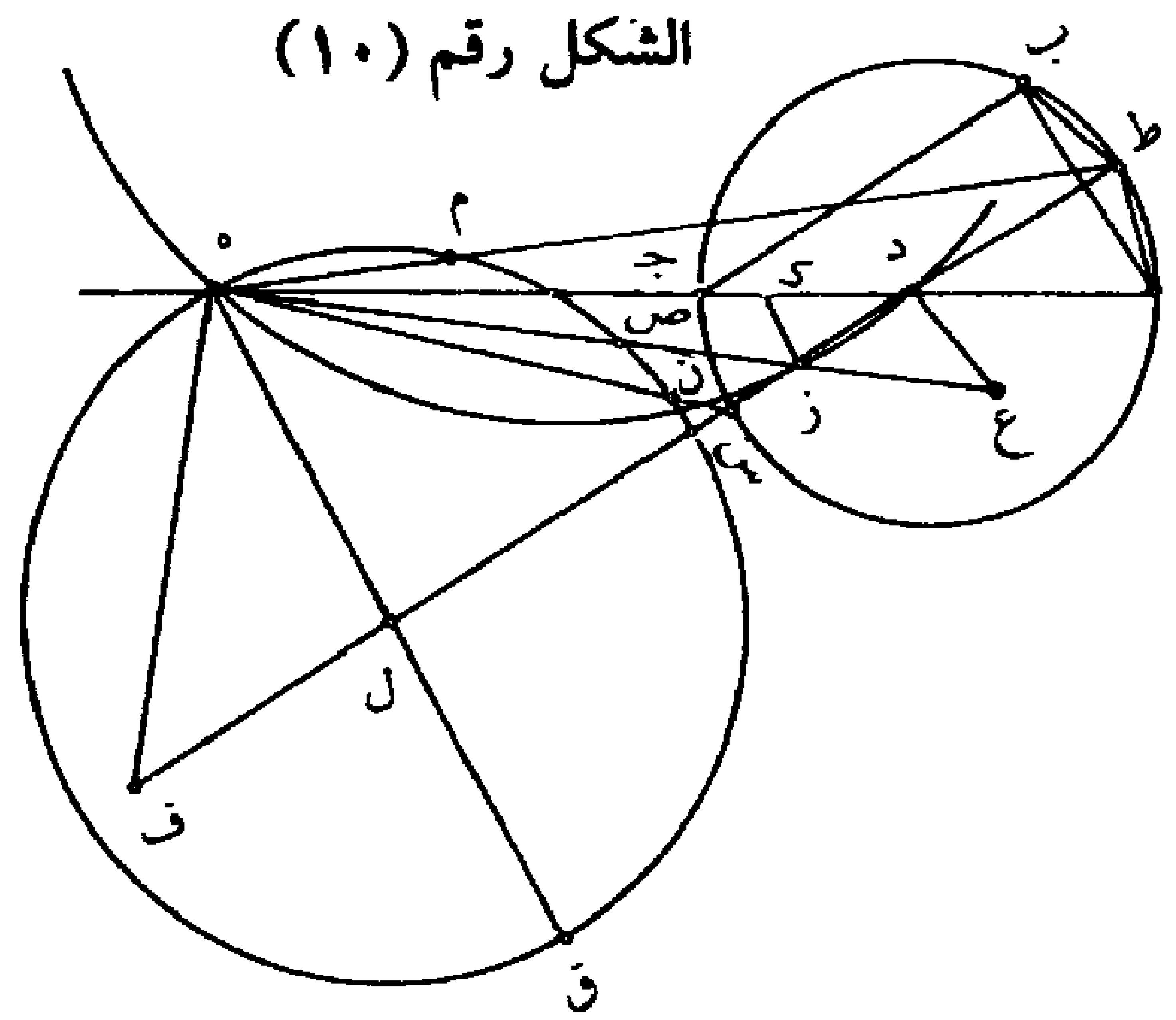
7 ا ب جـ: ا د ـ 11 شبيهة: شبيه ـ 12 ه د: ه ر ـ 16 قطب ه: قطبه/ بمقدار: مقدار.

〈إلى〉 خط ه ز. ونجعل زاوية ز ه ف قائمة. فلأن قوس ه ز د شبيهة بقوس ا ط ب ، فزاوية ه ز د مساوية للزاوية التي تقبلها قوس ا ط ب. والزاوية التي قَبِلتها قوس ا ط ب مع زاوية ا جـ ب جميعاً مساويتان لقائمتين لأنهما في دائرة، فزاوية ه ز د مع كل واحدة من زاويتي ا جـ ب ه ز ل مساويتان لقائمتين، فزاوية ه ز ل مساوية لزاوية ا جـ ب. وزاوية ه ل ز مساوية لزاوية ا ب جـ – لأن كل واحدة منهما قائمة – فزاوية ز ه ل الباقية مساوية لزاوية جـ ا ب الباقية. وزاوية جـ ا ب مساوية لزاوية د ک ز لأنهما متبادلتان، فزاوية د ک ز مساوية لزاوية ز ه ل. وزاوية ز ه ل مساوية لزاوية ه ف ل من جهة تشابه المثلثين، فزاوية ه ف ل مساوية لزاوية د ک ز، وزاوية ز د ک مشتركة فمثلث ه د ف شبيه بمثلث ک د ز، فنسبة ف د إلى د ه كنسبة ک د إلى د ز، فسطح ف د في د ز مساوٍ لسطح ه د في د ک. لكن سطح ه د في د ک جعلناه مساوياً لمربع د س لأنه نصف قطر الدائرة ، فسطح ف د في د ز مساوٍ لمربع د س ؛ ومربع د س مساوٍ لسطح ط ز في ز س مع مربع د ز، لأن خط ط س مقسوم بنصفين على نقطة د وبقسمين مختلفين على ز، فسطح ط ز في ز س مع مربع د ز مساوٍ لسطح ف د في د ز. وسطح ف د / في د ز مساوٍ ۲۷۰ لسطح ف ز في ز د مع مربع د ز. فسطح ط ز في ز س مع مربع د ز مساوٍ لسطح ف ز في ز د مع مربع د ز؛ 〈و〉 نلقي مربع د ز المشترك، يبقى سطح ط ز في ز س مساوياً لسطح ف ز في ز د. وأيضاً لأن مثلثي ف ز ه د ز ع متشابهان، فنسبة ه ز إلى ز ف كنسبة د ز إلى ز ع ، فسطح ه ز في ز ع مساوٍ لسطح ف ز في د ز، فسطح ط ز في ز س مساوٍ لسطح ه ز في ز ع ، فنقطة ه

2 للزاوية: لزاوية/ تقبلها: يقبلها ـ 3 قبلتها: قبلها ـ 7 د ک ز: د ک ـ 8 ه ف ل: ه ب ل ـ 9 المثلثين: المثلين/ ه ف ل: ه ق د/ د ک ز: د ک ن ـ 10 ف د: ق د ـ 11 ف د: ق د ـ 12 ف د: ق د/ مساوٍ: مساويا ـ 15 ف د (الأولى والثانية): ق د ـ 17 ف ز: ه ر ـ 19 متشابهان: متشابهين.

على محيط الدائرة التي تمرّ على نقط ط ع س. فالقوس التي فيما بين نقطتي س ع مساوية للقوس التي فيما بين نقطتي ط ع لأن ع د عمود على خط ط س وقد قسمه بنصفين على نقطة د، فزاوية ط ه ز مساوية لزاوية س ه ز. فقوس م ص مساوية ⟨ل⟩ ص ن، فنقطة ص قطب نظير دائرة ا ب جـ لأن نظير دائرة ا ب جـ هو الدائرة التي تمرّ على نقطتي م ن من قطب ص. وأيضاً

الشكل رقم (١٠)



لأن زاوية ص ه ل مساوية لزاوية ب ا جـ، فقوس ق ص شبيهة بقوس جـ ب. وقوس ق ص ه شبيهة بقوس ا ب جـ لأن كل واحدة منهما نصف محيط الدائرة، فقوس ه ص الباقية شبيهة بقوس ا ب الباقية، فنقطة ل مركز الكرة التي نصف قطرها خط ل ه، وبُعد نظير نقطة ص – التي هي قطب نظير دائرة ا ب جـ – من قطب ه بمقدار قوس ا ب المفروضة من دائرة ا ب جـ. فلأن نصف قطر الكرة – وهو ل ه – معلومٌ ومركزَها – وهو ل – معلومٌ، فباقي الأعمال بتمامه معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

⟨ب⟩ إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة ا ب جـ التي مركزها نقطة د،

5 هو: هي – 6 شبيهة: شبيه – 13 د: جـ.

وبُعد قطب نظيرها من قطب الكرة بمقدار معلوم؛ ومركزُ الأسطرلاب – وهو ه – معلومٌ؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية / بتمامها. ٢٧١

فنصل خط د ه ونخرجه إلى نقطة آ. ونجعل قوس آ ب من دائرة ا ب جـ بمقدار البُعد المفروض. ونصل خطي آ ب ب جـ، ونحدث على خط د جـ نقطة، ولتكن ز، حتى تكون نسبة السطح الحادث من نقطتي ا جـ – أعني ا ز في ز جـ – إلى السطح الحادث من نقطتي د ه – أعني د ز في ز ه – كنسبة مربع ا جـ إلى مربع جـ ب معلومة، كما بيّنا في كتابنا في **إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح**. ونخرج على نقطة ز خطاً موازياً لخط ب جـ – وهو ط ز ح – ونقيم من نقطة ه عموداً على خط د ه، وليكن ح ه.

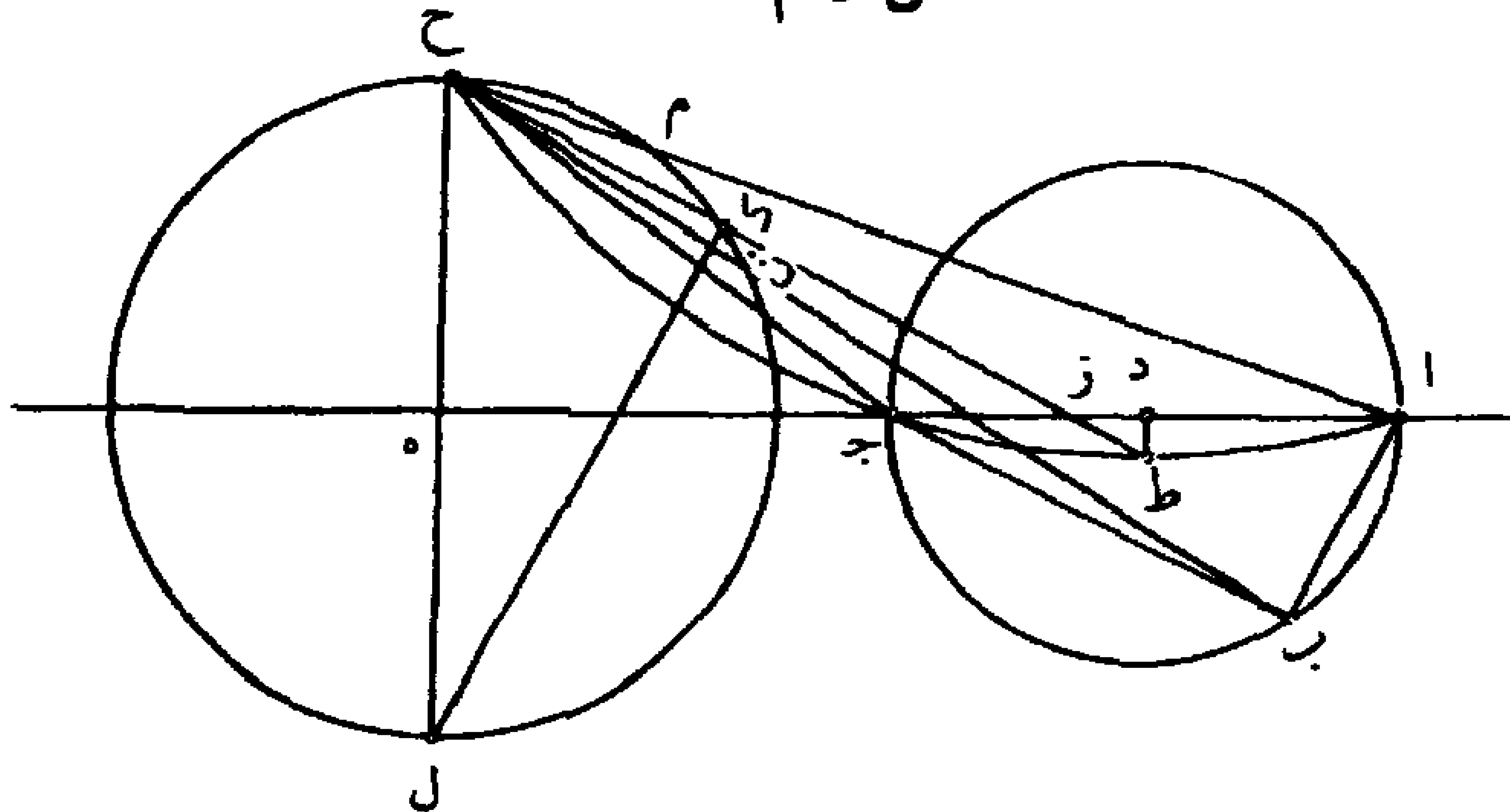
فأقول: إن خط ه ح نصف قطر الكرة، التي مركزها نقطة ه، ويُعد قطب نظير دائرة ا ب جـ من قطب ح بمقدار قوس آ ب من دائرة ا ب جـ.

برهان ذلك: أن نخط على نقطة ه وببعد ه ح دائرة ح ك ل، ونصل خطي ح ا ح جـ، ونجعل د ط عموداً على خط ا جـ. فلأن زاوية ا جـ ب مساوية لزاوية ا ز ط – لأن خط ب جـ موازٍ لخط ط ز – وزاويةَ ا ب جـ مساوية لزاوية ط د ز لأنهما قائمتان، فالزاوية الباقية مساوية للزاوية الباقية، فمثلث ط د ز شبيه بمثلث ا ب جـ. فنسبة مربع ط ز إلى مربع ز د كنسبة مربع ا جـ إلى مربع جـ ب. ونسبة مربع ا جـ إلى مربع جـ ب جعلناها كنسبة سطح ا ز في ز جـ إلى سطح د ز في ز ه، فنسبة سطح ا ز في ز جـ إلى سطح د ز في ز ه كنسبة [سطح] مربع ط ز إلى مربع ز د. لكن نسبة مربع ط ز إلى مربع ز د كنسبة سطح ط ز في ز ح إلى سطح د ز في ز ه ⟨فنسبة كل واحد من سطحي ا ز في ز جـ وط ز في ط ح إلى سطح د ز في ز ه⟩ واحدة، فسطح ا ز في ز جـ

13 آ: الف – 5 ولتكن: وليكن – 8 نسب: نسبة – 9 ح ه: كتب الناسخ جـ ه د ثم أثبت الصواب في الهامش – 10 ه ح: غالباً ما يكتبها الناسخ «ه ج»، ولن نشير إليها فيما بعد – 18 ز جـ (الأولى): ز ح.

مساوٍ لسطح ط ز في ز ح. فنقطة ح على محيط الدائرة التي تمرّ بنقط ا ط جـ. فيكون القوس، التي فيما بين ا ط، مساوية للقوس التي فيما بين ط جـ، لأن ط د عمود على خط ا جـ وقد قسمه بنصفين على نقطة د، فزاوية ا ح ز مساوية لزاوية جـ ح ز، فقوس م ك مساوية لقوس ك ن، فنقطة ك قطب نظير دائرة ا ب جـ، لأن نظير دائرة ا ب جـ ⟨يمرّ⟩ بنقطتي م ن من / قطب ك. وأيضاً لأن زاوية ح ك ل مساوية لزاوية ز ه ح – لأن كل ٢٧٢
واحدة منهما قائمة – وزاوية ل ح د مشتركة، فزاوية ح ل ك الباقية مساوية لزاوية ح ز ه الباقية؛ وزاوية ح ز ه مساوية لزاوية ب جـ ا لأنهما متبادلتان فزاوية ح ل ك مساوية لزاوية ا جـ ب، فقوس ح ك شبيهة بقوس ا ب. وقوس ا ب بمقدار البعد المفروض، فقوس ح ك بمقدار قوس ا ب المفروضة من دائرة ا ب جـ. فخط ه ح نصف قطر الكرة التي مركزها نقطة ه، وبُعد قطب نظير دائرة ا ب جـ، وهو ك، من قطب ح بمقدار قوس ا ب المفروضة من دائرة ا ب جـ. فلأن نصف قطر الكرة – وهو ه ح – معلوم ومركزها – وهو ه – معلوم في سطح الأسطرلاب، فباقي الأعمال بتمامها معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (١١)



1 بنقط: بنقطة – 14 فباقي: وباقي.

‹جـ› إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة ا ب جـ معلومة، ومركزها نقطة د، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم؛ ونصفُ قطر الكرة مساوٍ لخط ه المعلوم؛ ونريد أن نعمل باقي الأعمال بتمامها.

فنجيز على نقطة د الخط المستقيم، الذي ‹عليه› نريد أن يكون مركز الأسطرلاب، فليكن ا د جـ؛ ونجعل قوس ا ب بمقدار البعد المفروض، ونجيز على نقطتي ب جـ خطاً مستقيماً، وهو ب جـ ك، ونجعل خط ط ك عموداً على خط ا جـ ط ومساوياً لخط ه. فنسبة سطح ا د في جـ ط إلى مربع جـ ك معلومة لأن كل واحد منهما معلوم. ونحدث على خط د جـ نقطة م حتى تكون نسبة سطح ا د في د م إلى سطح ا م في م جـ / كنسبة سطح ا د في ٢٧٣ جـ ط إلى مربع جـ ك المعلومة، كما بيّنا في كتاب **إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح**. ونخرج من نقطة م خطاً موازياً لخط ب جـ ك، وهو ل م ن. ونجعل ك ن موازياً لخط جـ ط، ونجعل ن س عموداً على خط جـ ط.

فأقول : إن نقطة س مركز الكرة التي نصف قطرها مساوٍ لخط ه، وإن بُعدَ قطب نظير دائرة ا ب جـ من قطب الكرة بمقدار قوس ا ب من دائرة ا ب جـ.

برهان ذلك : إنا نخط على مركز س وببعد س ن دائرة ن ق ع، ونصل خطي ن ا ن جـ ونجعل د ل عموداً على خط ا جـ. فلأن نسبة سطح ا د في د م إلى سطح ا م في م جـ كنسبة سطح ا د في جـ ط إلى مربع جـ ك، وخط م ن مساوٍ لخط جـ ك وخط م س مساوٍ لخط جـ ط، فإن نسبة سطح ا د في د م إلى سطح ا م في م جـ كنسبة سطح ا د في م س إلى مربع م ن. ونسبة

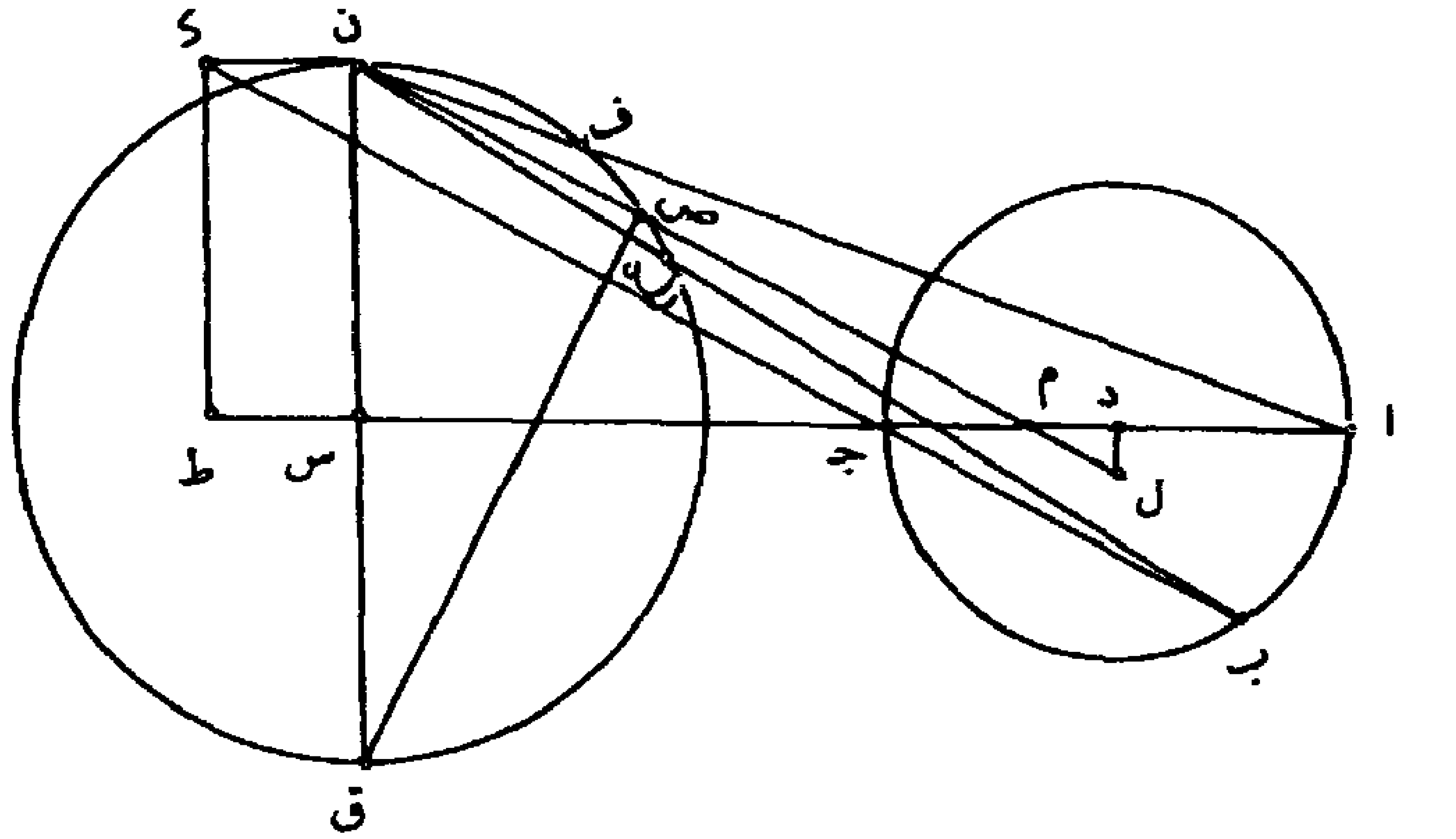
19 - د ل: د ك.

سطح ⟨ا د⟩ في م س إلى مربع م ن مؤلفة من نسبة خط ا د إلى خط م ن ومن نسبة خط م س إلى خط م ن ، ونسبة خط س م إلى م ن كنسبة خط د م إلى م ل من جهة تشابه المثلثين، فنسبة سطح ا د في د م إلى سطح ا م في م جـ مؤلفة من نسبة خط ا د إلى خط م ن ومن نسبة خط د م إلى م ل. لكن النسبة المؤلفة من خط ا د إلى خط م ن ومن نسبة خط د م إلى خط م ل هي كنسبة سطح ا د في د م إلى سطح ن م في م ل. فنسبة سطح ا د في د م إلى كل واحد من سطحي ا م في م جـ ول م في م ن واحدة، فسطح ا م في م جـ مساوٍ لسطح ن م في م ل. فنقطة ن على محيط الدائرة التي تمرّ على نقط ا ل جـ. فتكون القوس التي فيما بين نقطتي جـ ل مساوية للقوس التي فيما بين نقطتي ا ل، لأن ل د عمود على وتر ا جـ وقسمه بنصفين على نقطة د. فزاوية ا ن م مساوية لزاوية م ن جـ ، فقوس ف ص مساوية لقوس ص ع ، فنقطة ص قطب نظير دائرة ا ب جـ ، لأن نظير دائرة ا ب جـ يجوز على نقطتي ف ع وقطبه ص. وأيضاً لأن زاوية ن ق ص مساوية / لزاوية ٢٧٤ ن م س من جهة تشابه المثلثين، وزاوية ن م س مساوية لزاوية ا جـ ب لأنهما متبادلتان، فإن زاوية ن ق ص مساوية لزاوية ا جـ ب ، فقوس ن ص شبيهة بقوس ا ب المفروضة من دائرة ا ب جـ. وخط ن س مساوٍ لخط ه ، لأن كل واحد منهما مساوٍ لخط ك ط ، فنقطة س مركز الكرة، التي نصف قطرها مساوٍ لخط ه ، وبعد قطب نظير دائرة ا ب جـ من قطب ن بمقدار قوس ا ب المفروضة من دائرة ا ب جـ. فلأن نصف قطر الكرة – وهو س ن – ومركزَها – وهو س – معلومان، فباقي الأعمال بتمامها معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

---

12 ص ع: ص ن ع/ يجوز: تجوز/ ن ق ص: ن ف ض ـ 15 ن ص: ب ص ـ 20 س: س ن.

الشكل رقم (١٢)



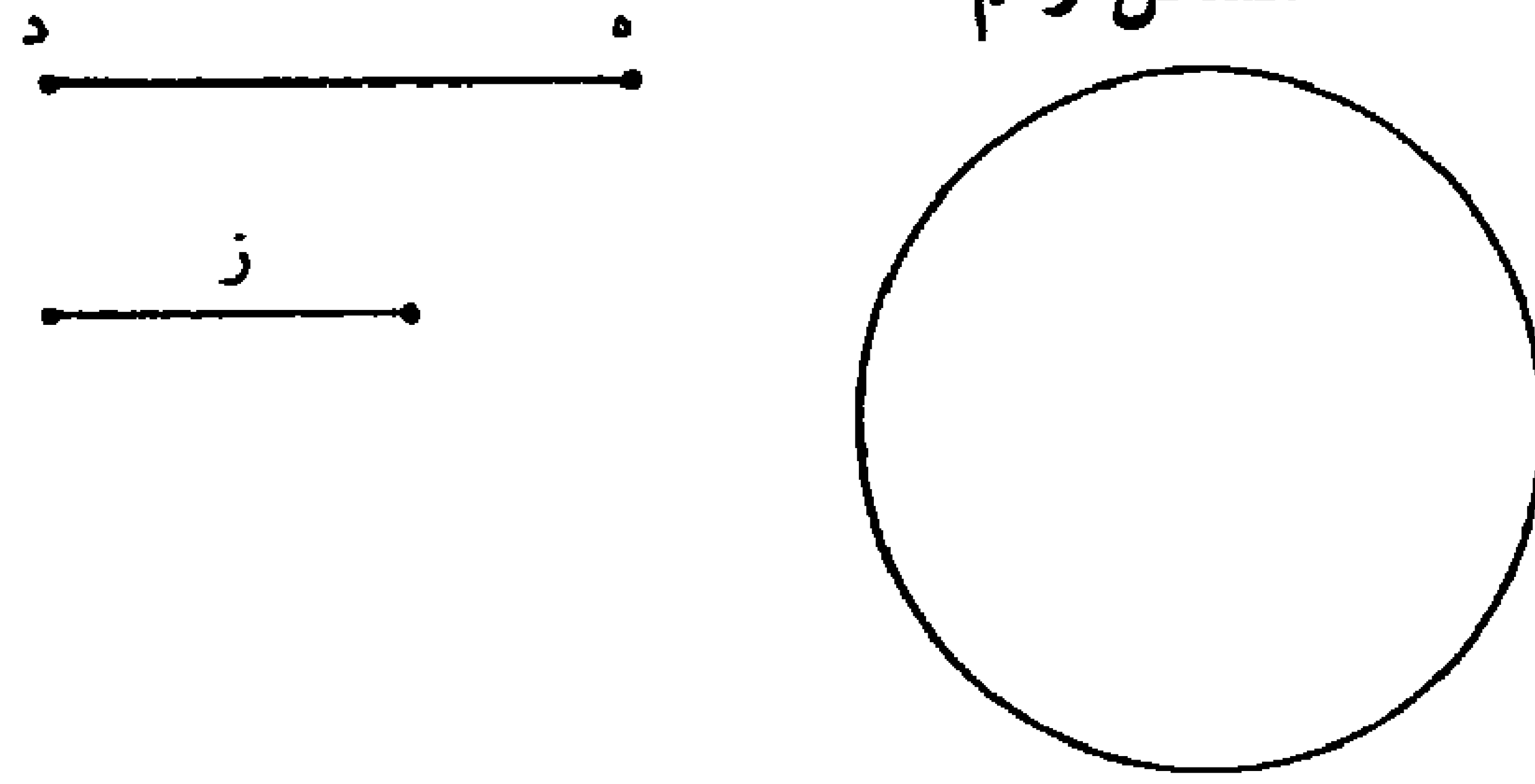
〈دَ〉 إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة اَ بَ جَ معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، والخطُّ – الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بُعد نظيرها من ذلك القطب معلوم – مساوٍ لخط دَ هَ المعلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية بتمامها.

فنجعل من نقطة دَ قطب الكرة، ونقطة هَ هي التي بُعد نظيرها من قطب دَ بالمقدار الذي فرضناه معلوماً. فإن عملنا ذلك، صار نصف قطر تلك الكرة معلوماً من الشكل الرابع من هذا الكتاب، وليكن خط زَ. ولأن بُعد قطب نظير دائرة اَ بَ جَ من القطب معلوم ونصفَ قطر الكرة – وهو زَ – معلوم، فإن الأعمال الباقية بتمامها معلومة من الشكل المتقدم؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

---

7 عملنا: علمنا ـ 8 الرابع: الخامس/ زَ: بَ.

الشكل رقم (١٣)



⟨هـ⟩ إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة ا ب جـ معلومة، وفرضناها واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، والخطُّ – الذي فيما بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بُعد / نظيرها من قطب ٢٧٥ الكرة معلوم – مساوٍ لخط د ه المعلوم؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية بتمامها.

فنفرض نقطة د مركز الأسطرلاب ونقطة ه التي بُعد نظيرها من قطب الكرة بالمقدار المعلوم، وإن عملنا ذلك، صار نصف قطر تلك الكرة معلوماً من الشكل الخامس من هذا الكتاب، وليكن خط ز. ولأن بُعد قطب نظير دائرة ا ب جـ من قطب الكرة معلوم ونصفَ قطر الكرة – وهو ز – معلوم، فالأعمال الباقية بالتّمام كلها معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

⟨و⟩ إذا كان في سطح الأسطرلاب دائرة ا ب جـ، التي مركزها د، معلومة ونقطة ه عليه معلومة؛ وفرضناها دائرة واحدة من دوائر المقنطرات، بُعد قطب نظيرها من قطب الكرة معلوم، وبُعدُ نظير نقطة ه أيضاً من ذلك القطب معلومٌ؛ ونريد أن نعمل الأعمال الباقية بتمامها.

فنجيز على نقطتي د ه خطاً مستقيماً، وهو ه د ا، ونجعل قوس ا ب من دائرة ا ب جـ بمقدار بُعد قطب نظير دائرة ا ب جـ المفروض ⟨من قطب الكرة⟩. ونجعل قوسي ا ب جـ ز جميعاً بمقدار بعد [قطب] نظير نقطة ه

7 الخامس: السادس/ زَ: دَ.

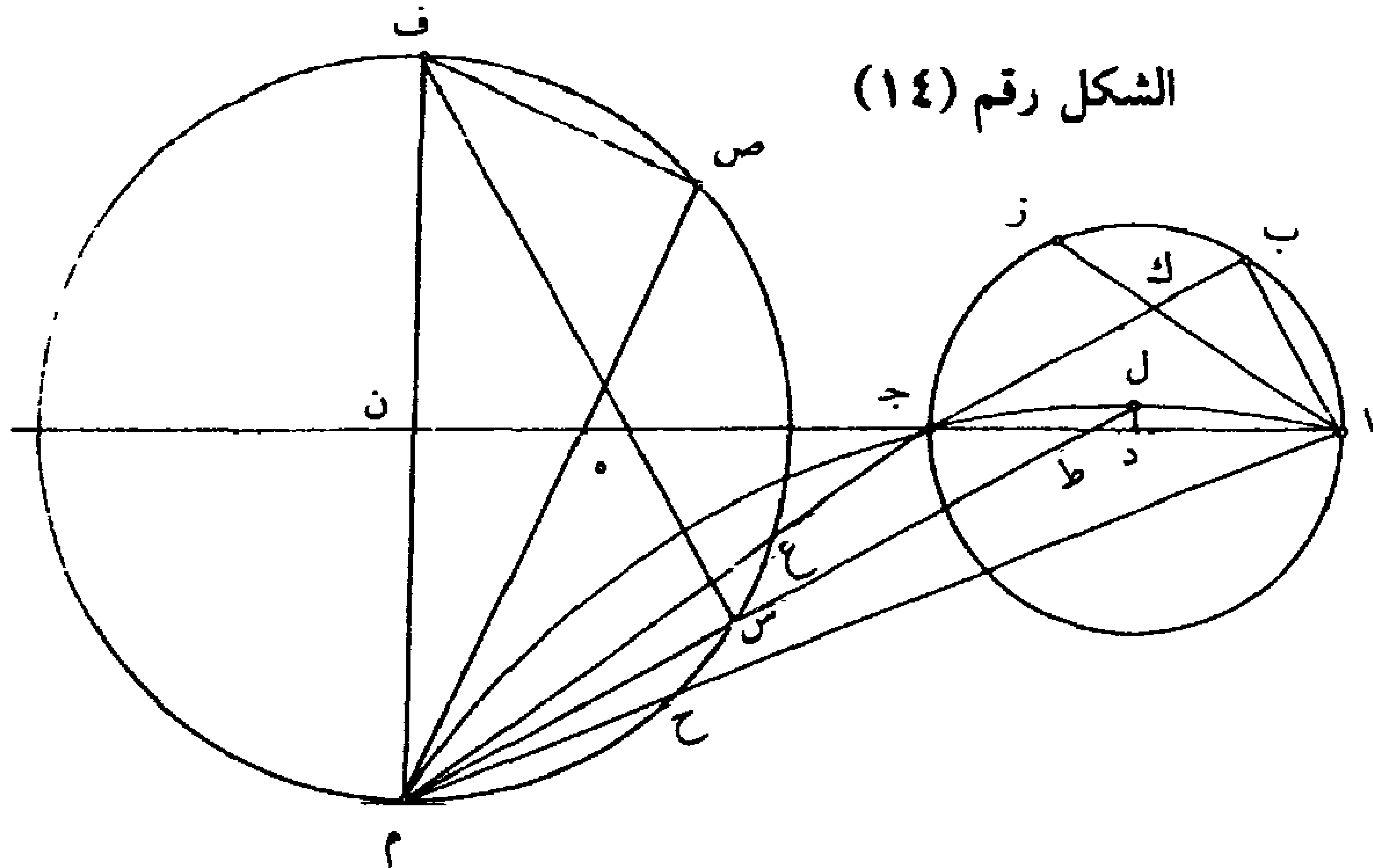
المفروض من القطب. ونصل خطوط ا ب ا ز ب جـ ونحدث على خط د جـ نقطة، ولتكن ط ، ⟨حتى⟩ تكون نسبة سطح ا ط في ط جـ إلى سطح د ط في ط ه كنسبة مربع ا جـ إلى سطح ب جـ في جـ ك ، كما بيّنا في كتابنا في إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح. ونجيز على نقطة ط خطاً موازياً لخط ب جـ – وهو ل ط م – ونجعل زاوية د ه م مساوية لزاوية ا ك جـ ، ونخرج من نقطة م ، التي التقى الخطان عليها، عموداً على خط د ه ، وهو م ن .

فأقول : إن نقطة ن مركز الكرة، التي نصف قطرها خط ن م ، وإن بُعد قطب نظير دائرة ا ب جـ من قطب م بمقدار قوس ا ب المفروضة من دائرة ا ب جـ ، وإن بُعد نظير نقطة ه من هذا القطب بمقدار قوسي ا ب جـ ز جميعاً من دائرة ا ب جـ .

برهان ذلك: إنا نخط على مركز ن وببعد ن م دائرة م س ع ، فنقطة ٢٧٦ ص نظير نقطة ه ونقطة س نظير نقطة ط . ونجعل د ل عموداً على خط ا جـ . فلأن نسبة سطح ا ط في ط جـ إلى سطح د ط في ط ه كنسبة مربع ا جـ إلى سطح ب جـ في جـ ك ، ونسبة مربع ا جـ إلى سطح ب جـ في جـ ك مؤلفة من نسبة ا جـ إلى جـ ك ومن نسبة ا جـ إلى جـ ب ، ونسبة ا جـ إلى جـ ك كنسبة م ط إلى ط ه من جهة تشابه المثلثين، ونسبة ا جـ إلى جـ ب كنسبة ل ط إلى ط د – لأن مثلث ا ب جـ شبيه بمثلث د ل ط – فنسبة سطح ا ط في ط جـ ⟨إلى سطح د ط في ط ه كنسبة سطح م ط في ل ط إلى سطح د ط في ط ه ، فسطح ا ط في ط جـ مساوٍ لسطح م ط في ل ط ؛ فنقطة م على محيط الدائرة التي تمرّ بنقط ا ل جـ. وتكون القوس التي بين ل ا مساوية للقوس التي فيما بين ل جـ. لأن د ل عمود على خط ا جـ وقد قسمه

2 نسبة: تشبه ـ 18 فنسبة: ونسبة.

بنصفين على نقطة د، فزاوية ا م ل مساوية لزاوية ل م ج، فقوس س ح مساوية لقوس س ع، فنقطة س قطب نظير دائرة ا ب ج، لأن نظير دائرة ا ب ج يمرّ بنقطتي ح ع من قطب س. ولأن زاوية م س ف مساوية لزاوية ط ن م – لأن كل واحدة منهما قائمة وزاوية ط م ن مشتركة – فزاوية م ف س الباقية مساوية لزاوية م ط ن الباقية؛ وزاوية م ط ن مساوية لزاوية ا ج ب لأنهما متبادلتان، فزاوية م ف س مساوية لزاوية ا ج ب، فقوس م س شبيهة بقوس ا ب؛ وقوس ا ب بمقدار البعد المفروض، فقوس م س بمقدار قوس ا ب المفروضة من دائرة ا ب ج. وأيضاً لأن زاوية م ص ف مساوية لزاوية ه ن م – لأن كل واحدة منهما قائمة وزاوية ه م ن مشتركة – فزاوية م ف ص الباقية مساوية لزاوية م ه ن الباقية. وزاوية م ه ن مساوية لزاوية ا ك ب، فزاوية م ف ص مساوية لزاوية ا ك ب، فقوس ص م شبيهة بقوسي ا ب ج ز جميعاً؛ وقوسا ا ب ج ز جميعاً بمقدار البُعد المفروض، فقوس ص م بمقدار بُعد قطب الكرة من نظير نقطة ه، وهو نقطة ص. فلأن نصف قطر الكرة – وهو ن م – معلوم، ومركزَها – وهو ن – معلوم في سطح الأسطرلاب، فباقي الأعمال بتمامها معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. >



الشكل رقم (١٤)

الفصل السادس
في عمل الأسطرلاب
من جهة فرض واحدة من نقط معلومة لأفق معلوم

إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا نظيرها لأفق معلوم معلوماً، وقطب الكرة وهو بَ معلومٌ، ونريد أن نحدث باقي الأعمال بتمامها.

فننزل على التحليل أن نقطة اَ هي الفصل المشترك لمقنطرة جـ ا د ولسمت ه ا ز، وتسطيحهما من الكرة ط ف ک ب.

وقطر نظير مقنطرة جـ ا د خط ک ط، ومركز الكرة نقطة مَ، والدائرة المارّة بقطبيها ب ک ط ل. وليخرج فيها قطران يتقاطعان على زوايا قائمة، وهما ب م ص ل م جـ؛ ولنخرج ل م جـ في الجهتين جميعاً إلى نقطتي حَ زَ. ولنخرج خط ط ک حتى يلقى خط ل م جـ على نقطة حَ ولنوصّل خط م ک، فنسبة ط ک إلى كل واحد من نصف قطر الكرة – وهو م ک – ومن بُعده – وهو م نَ – من مركز الكرة – وهو مَ – معلومة، لأن قوس ط ک من دائرة ب ک ط ل معلومة. وأيضاً لأن خطَّ ن ک موازٍ لقطر أفقٍ بُعد قطبه من قطب الكرة معلوم، فزاوية ن ح م معلومة، وزاوية ح ن م قائمة، فمثلث ح ن م معلوم الصورة. وأيضاً نفرض ا س عموداً على خط ه ل، ونصل ب س ونخرجه إلى نقطة عَ، ونجعل ع فَ عموداً على خط ک ط، فقوس ط فَ من نصف دائرة ک ف ط معلومة لأنها بمقدار بُعد نظير سمت ه ا ز من دائرة نصف نهاره، كما

8 ه ا ز: ه ا د / وتسطيحهما: وبسطيحهما / ط ف ک ب: ط ف ک – 10 بقطبيها: بنقطتيها / وليخرج: ولنخرج – 11 ب م ص: ل م ص – 12 ط ک: ط ل – 13 م ک: ط ک / بعده: بعدها – 15 قطبه: قطبها – 16 ح ن م: حـ م ز / ح ن م: جـ ن م – 19 معلومة: معلوم / ه ا ز: ه ا د.

بيّنا قبل. فنسبة ن ع إلى كل واحد من خطي ك ن ك ع معلومة، لأن ك ن نصف ك ط، فنسبة ع ك إلى ك ن معلومة. وإذا [فصلنا] كانت نسبة ع ن إلى ن ك معلومة، ونسبة ك ن إلى ن م ⟨معلومة⟩ – لأن مثلث ك ن م معلوم الصورة – فنسبة ع ن إلى ن م / معلومة. ونسبة م ن إلى ن ص معلومة، فنسبة ٢٧٧ ع ن إلى ن ص معلومة. وبالتفصيل نسبة ع ص إلى ص ن معلومة؛ ونسبة ن ص إلى ص م معلومة، ⟨فنسبة ع ص إلى ص م معلومة⟩. وأيضاً لأن نسبة ع ص إلى ع ن ونسبةَ ع ن إلى ن ك ونسبةَ ن ك إلى نصف قطر الكرة – وهو ب م – معلومة، فنسبة ع ص إلى م ب معلومة، فنسبة ع ص إلى ص ب معلومة. وزاوية ع ص ب معلومة، فمثلث ع ص ب معلوم الصورة، فنسبة ص ب إلى ب ع معلومة، وزاوية ص ب ع معلومة. وزاوية ب م س قائمة، فمثلث ب م س معلوم الصورة، فنسبة م ب إلى ب س معلومة، ونسبة ص ب إلى ب م معلومة، فنسبة ص ب إلى كل واحد من خطي ب س ب ع معلومة. فنسبة ع ب إلى ب س معلومة وهي كنسبة ع ف إلى ا س كما بيّنا قبل. فنسبة ف ع إلى ا س معلومة ونسبة ف ع إلى ب م معلومة، فنسبة ب م إلى ا س معلومة وهي كنسبة ب ق إلى ق ا، فنسبة ب ق إلى ق ا معلومة؛ وبالتفصيل نسبة ب ا المعلوم إلى ا ق معلومة، فخط ⟨ا ق⟩ معلوم ونقطة ا معلومة، فنقطة ق معلومة. وأيضاً لأن نسبة ق م إلى م س معلومة ونسبة م س إلى م ب معلومة، فنسبة ق م إلى م ب معلومة، وزاوية ق م ب قائمة، فمثلث ق م ب معلوم الصورة، فزاوية ب ق م معلومة، فخط ق م معلوم الوضع، لأن خط ب ق معلوم الوضع ونقطة ق معلومة، فخط ق م معلوم الوضع. ⟨و⟩ أيضاً لأن زاوية ب م ق قائمة، فنقطة م معلومة وهي مركز

---

1 ك ن (الأولى والثانية): ك ى - 2 ك ن: ك ى - 7 قطر: قد تقرأ قطره - 8 ب م: ن م - 10 ب م س: ن م س - 11 ب م س: ن م س/ ب س: ل س - 12 إلى: مكررة/ ب م: ن م - 15 ب م: ن م - 16 المعلوم: المعام.

الكرة التي نصف قطرها خط م ب. ولأن مركز الكرة – وهو م – ونصف قطرها – وهو م ب – معلومان، فالأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (١٥)

وبهذا التدبير، إذا كان في سطح الأسطرلاب نقطة آ معلومة، وفرضنا نظيرها لأفق معلوم معلوماً ومركزَ الأسطرلاب – أو نصفَ قطر الكرة أو الخطَّ الذي فيما بين قطب الكرة والنقطة التي بعد نظيرها من ذلك القطب معلومٌ، أو الخطَّ الذي فيما بين مركز الأسطرلاب والنقطة التي بُعد نظيرها من قطب الكرة معلومٌ، أو وضعَ نقطة أخرى بُعد نظيرها من قطب الكرة معلومٌ، أو وضعَ نقطة أخرى بُعد نظيرها من قطب أفقه معلومٌ، أو وضعَ نقطة أخرى نظيرها لأفق معلوم معلومٌ / أو وضعَ نقطة أخرى معلومة لأفق معلوم، معلوماً، فإن مركز ٢٧٨
الكرة ونصفَ قطرها معلومان. فإذا كان كذلك، فإن الأعمال الباقية معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

2 معلومان: معلومين ـ 5 نظيرها: نظيره ـ 6 بعد: يبعد ـ 10 معلومٌ: معلوما/ معلومة: معلوم/ معلوما: معلوم ـ 11 معلومان: معلوم.

الفصل السابع

في ذكر الأشكال التي أحلناها على كتابيّ:

إحداث النقط وإخراج الخطين

وقد كنا أحلنا في الفصل الثاني من المقالة الثانية من هذا الكتاب على أشكال من كتاب:

إحداث النقط على الخطوط في نسب السطوح

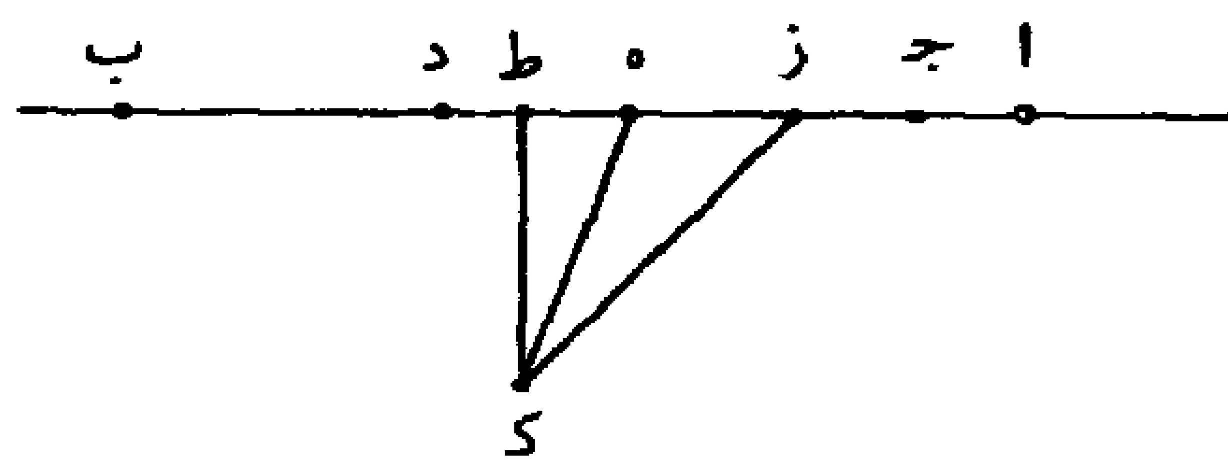
فلنذكر ذلك وهو شكلان، أحدهما:

إذا كان على خط ا ب المعلوم الوضع والقدر نقطتا جـ د معلومتين، ونريد أن نحدث على خط جـ د نقطة ⟨ه⟩ حتى يكون نسبة سطح ا ه في ه د ⟨إلى⟩ سطح جـ ه في ه ب معلومة.

فعلى التحليل يُنزل ذلك. فلأن مربع نصف خط ا د – وهو د ز – معلوم ومساوٍ لسطح ا ه في ه د مع مربع ز ه ـ لأنه قد قسم بنصفين وبقسمين مختلفين ـ فسطح ا ه في ه د مع مربع ز ه معلوم. وأيضاً لأن مربع نصف خط جـ ب، وهو جـ ط، معلومٌ وهو مساوٍ لسطح جـ ه في ه ب مع مربع ه ط، فسطح جـ ه في ه ب مع مربع ه ط معلوم. ونسبة سطح ا ه في ه د إلى سطح جـ ه في ه ب معلومة. فإما نسبة مربع ز ه الباقي إلى مربع ه ط الباقي معلومة، وإما مربع أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى مربع الآخر معلومة، بسطح معلوم كما بيّن أقليدس في كتابه في **المعطيات**. فإن كانت نسبة مربع ز ه إلى مربع ه ط ٢٧٩

6 إحداث: كتبها الاحداث ثم حكّ الحرفين الزائدين/ نسب: أثبتها فوق السطر ـ 12 ز ه: د ه ـ 13 ز ه: د ه ـ 16 معلومة: معلوم/ ز ه: د ه ـ 17 سطح: كتبها «نسب» ثم صححها عليها ـ 18 ز ه: د ه.

معلومة، فنسبة زه إلى ه ط معلومة، فنقطة ه معلومة. وإن كان مربع أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى مربع الآخر معلومة، بسطح معلوم. فليكن الأعظم مربع زه، ونجعل نسبة ذلك السطح المعلوم إلى مربع ط ك كتلك النسبة المعلومة، فمربع ط ك معلوم، فخط ط ك معلوم. ونقطة ط معلومة فنقطة ك معلومة. فنصل خط ك ز فهو معلوم القدر والوضع. فلأن نسبة بعض مربع زه إلى مربع ه ط كنسبة بعض الآخر المعلوم إلى مربع ط ك، فنسبة جميع مربع زه إلى مجموع مربعي ه ط ط ك كنسبة ⟨كل⟩ واحد إلى قرينه المعلومة. فنسبة مربع زه إلى مربعي خطي ه ط ط ك معلومة. ومربعا خطي ه ط ط ك مثل مربع ه ك لأن زاوية ه ط ك قائمة. فنسبة مربع زه إلى مربع ه ك معلومة، فنسبة خط زه إلى ⟨خط⟩ ه ك معلومة، وزاوية ه ز ك معلومة لأن كل واحد من خطي ا ب ك ز معلوم الوضع، فمثلث ه ز ك معلوم الصورة، فنسبة خط ك ز المعلوم إلى ⟨خط⟩ زه معلومة، فخط زه معلوم، ونقطة ز معلومة، فنقطة ه معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.



الشكل رقم (١٦)

الشكل الآخر:

إذا كان على خط ا ب المعلوم القدر نقطة جـ معلومة؛ ونريد أن نحدث على خط جـ ب نقطة، ولتكن د، حتى يكون نسبة سطح ا جـ في جـ د إلى سطح ا د في د ب معلومة.

2 نسبته: نسبة 3 زه: ده ـ 7 واحد: واحده/ قرينه: قرينة ـ 9 مثل: جائزة على تقدير «المجموع»/ قائمة: مكررة.

الشكل رقم (١٧)

ا ج ه ط د ب ك

فعلى التحليل يُنزل ذلك. فلأن نسبة سطح ا ج في ج د أيضاً إلى سطح ب ج في ج د معلومة ـ لأنها كنسبة ا ج إلى ج ب المعلومة ـ فنسبة سطح ب ج في ج د إلى سطح ا د في د ب معلومة. ومربع نصف خط ا ب – وهو ه ب – معلوم، وهو مساوٍ لسطح ا د في د ب مع مربع ه د، ومربع ب ج معلوم ومساوٍ لسطح ب ج في ج د وسطح ج ب / في ب د، ونسبة سطح ٢٨٠ ا د في د ب إلى سطح ب ج في ج د معلومة. فإما أن يكون نسبة مربع ه د الباقي إلى سطح ج ب في ب د الباقي معلومة، وإما أن يكون أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى الآخر معلومة بسطح معلوم.

فإن كانت نسبة مربع ه د إلى سطح ج ب في ب د معلومة، ونسبة سطح ج ب في ب د إلى سطح ه ب في ب د معلومة، لأنها كنسبة ج ب المعلوم إلى ب ه المعلوم، كانت نسبة مربع ه د إلى سطح ه ب في ب د معلومة. فإن كانت كذلك فنقطة د معلومة، لأن نسبة مربع نصف خط ه د – وهو مربع ط د – إلى سطح ه ب في ب د معلومة. وإذا ركبنا، كانت نسبة مربع ط د إلى سطح ه ب في ب د مع مربع ط د معلومة، لكن سطح ه ب في ب د مع مربع ط د مثل مربع ط ب، لأن ط د نصف خط ه د وخط د ب زيادة. فنسبة مربع ط ب إلى مربع ط د معلومة، فنسبة خط ط ب إلى خط ط د معلومة. وإذا فصلنا، فنسبة خط ب د إلى ⟨خط⟩ د ط معلومة، فنسبة ب د إلى ضعف د ط ، وهو د ه، معلومة، فنقطة د معلومة لأن خط ب ه معلوم لأنه نصف خط ا ب المعلوم.

2 فنسبة: ونسبة ـ 3 د ب: د ر ـ 4 ه ب: مب ـ 5 ومساوٍ: ومتساو ـ 6 ه د: هذا ـ 7 ب د: يد، ويكتب عادة الباء ياء، ولن نثبتها فيما بعد/ الباقي: (الأولى والثانية): الباقية ـ 19 ب ه: ن ه.

وإذا كان أحدهما أعظم من سطح نسبته إلى الآخر معلومة بسطح معلوم، فليكن الأعظم مربع ه د. فنجعل نسبة ذلك السطح المعلوم إلى سطح آخر وهو جـ ب في ب ك تلك النسبة بعينها. فسطح جـ ب في ب ك معلوم وخط جـ ب معلوم، فخط ب ك معلوم. فنسبة مربع ه د إلى سطح جـ ب في ب د وإلى ⟨سطح⟩ جـ ب في ب ك مجموعين، أعني جـ ب في ك د معلومة. ونسبة سطح جـ ب في ك د إلى سطح ه ك في ك د معلومة لأنها كنسبة ب جـ إلى ه ك، فنسبة مربع ه د إلى سطح ه ك في ك د معلومة، فخط ك د معلوم؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وكنّا قد أحلنا أيضاً في برهان شكلين من هذا الكتاب على كتابنا : في إخراج الخطين من نقطة على زاوية معلومة. فلنذكرهما وهما شكلان، أحدهما :

إذا كانت نقطة ا معلومة ومحيطُ دائرةِ ب جـ معلومَ الوضع؛ ونريد أن نخرج من نقطة ا خطين مستقيمين، وليكونا ا ب ا جـ ، حتى يكون زاوية ب ا جـ / معلومة ونسبة ب ا إلى ا جـ معلومة. ٢٨١

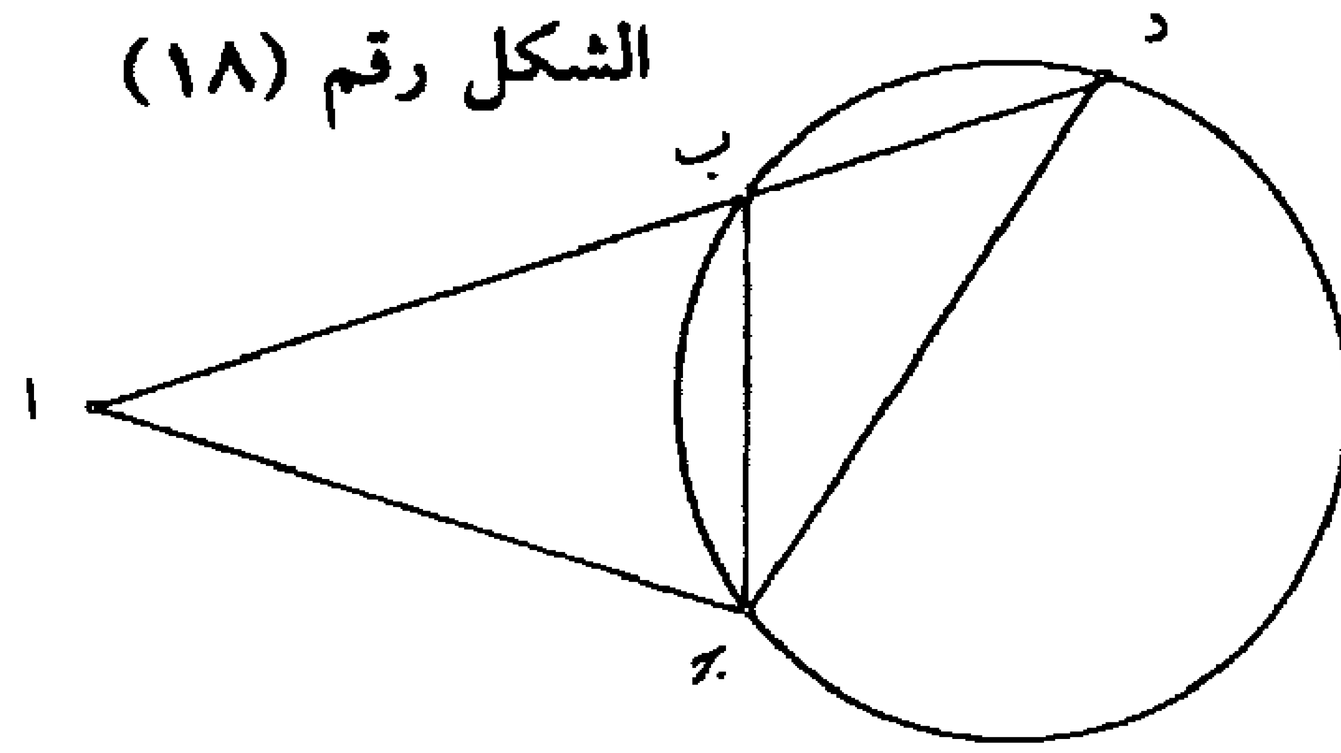
فعلى التحليل يُنزل أن زاوية ب ا جـ معلومة ⟨الوضع⟩ ونسبة ب ا إلى ا جـ معلومة؛ فنصل خطي ب جـ جـ د. فمثلث ا ب جـ معلوم الصورة، فزاوية ا ب جـ معلومة، فزاوية جـ ب د معلومة، فخط جـ د معلوم القدر، فمربعه معلوم. وأيضاً لأن نسبة ب ا إلى ا جـ معلومة، وهي كنسبة سطح ا ب في ا د إلى سطح جـ ا في ا د، لكن سطح ب ا في ا د معلومة، فسطح جـ ا في ا د معلوم، فنسبة سطح جـ ا في ا د إلى مربع جـ د معلومة. وزاوية د ا جـ معلومة، فمثلث جـ ا د معلوم الصورة، فنسبة د جـ – المعلوم القدر – إلى جـ ا

---

6 ب جـ: ه كـ ـ 7 ه ك: ب جـ/ فخط: فنسبة/ معلوم: معلومة ـ 12 معلومَ: معلومة، وهي أيضاً جائزة على تقدير الدائرة ـ 13 وليكونا: وليكن ـ 17 جـ ب د: جـ د.

معلومة، فخط جـ ا معلوم القدر. ومحيط الدائرة معلوم الوضع ونقطة ا معلومة، فخط ا جـ معلوم الوضع، فنقطة جـ معلومة، ونقطة ب معلومة لأن زاوية ب ا جـ معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

الشكل رقم (١٨)



والآخر:

إذا كانت نقطة ا معلومة ومحيط دائرة ب جـ د معلوم الوضع؛ ونريد أن نخرج من نقطة ا خطين، وليكونا ا ب ا جـ، حتى يكون ب جـ معلوم القدر <وزاوية ب ا جـ معلومة>.

فعلى التحليل يُنزل أن زاوية ‹ب ا جـ› معلومة وخط ب جـ معلوم القدر. فلأن خط ب جـ معلوم القدر، فزاوية ب د جـ معلومة وزاوية ب ا جـ معلومة، فمثلث ا د جـ معلوم الصورة. فنسبة خط د ا إلى ا جـ وهي كنسبة سطح د ا في ا ب إلى سطح جـ ا في ا ب <معلومة>، لكن سطح د ا في ا ب معلوم، فسطح جـ ا في ا ب معلوم، فنسبته إلى مربع ب جـ معلومة؛ وزاوية ب ا جـ معلومة، فمثلث ا ب جـ معلوم الصورة، فنسبة ب جـ، المعلوم القدر، إلى كل واحد من خطي ا جـ ا ب معلوم، فكل واحد من خطي ا ب ا جـ معلوم القدر؛ / ومحيط الدائرة معلوم الوضع، فكل واحد من خطي ا ب ٢٨٢ ا جـ معلوم الوضع، فكل واحدة من نقطتي ب جـ معلومة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

---

3 ب ا جـ: ب ا ح ـ 6 وليكونا: وليكن ـ 9 وزاوية: فزاوية ـ 10 إلى: ا ل ـ 14 فكل: وكل.

تمّ الكتاب في عمل الأسطرلاب بالهندسة
والحمد لله ربّ العالمين وصلى الله على سيدنا محمد وآله.

ملاحظات إضافية(*)

[١، ٦] عندما خلف أبو كاليجار أباه عضد الدولة الذي كان أحد أقوى ملوك البويهيين، كرّمه القادة العسكريون والأمراء بلقب صمصام الدولة. [انظر: أبو الحسن علي بن محمد بن الأثير، **الكامل في التاريخ**، تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ، ١٢ ج (ليدن: بريل، ١٨٥١ ـ ١٨٧٦)، ج ٩، ص ٢٢]. هذا اللقب، ككثير غيره من الالقاب الإسلامية الممنوحة للملوك [انظر: أبو العباس أحمد بن علي القلقشندي، **صبح الأعشى في صناعة الانشا** (القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣)، مج ٦، ص ٥٥ ـ ٥٦] يعني «سيف الدولة» لأن كلمة صمصام تعني السيف الصلب. ومن ناحية أخرى، فلقد منحه الخليفة العباسي الطائع الذي كان ما يزال يتمتع بالسلطة الشرعية دون الحكم الفعلي، لقب «شمس الملّة» أو «شمس الإسلام». وهذا أيضاً أحد الالقاب الإسلامية المركبة. [انظر القلقشندي، المصدر نفسه].

[٣، ٤] «هدفان». ينتمي هذا التعبير إلى مصطلح الاسطرلاب. تُركَّب على ظهره «العِضادة» وهي مسطرة مستطيلة رفيعة بالأحرى ذات عرض مساوٍ لقطر الآلة تقريباً. تتحرك هذه المسطرة انطلاقاً من مركزها المطابق لمركز الاسطرلاب؛ طرفاها مستدقا الرأس وقد ثُبِّت فيهما «هدفان» أي صفيحتان صغيرتان متعامدتان مع المسطرة وعلى المسافة نفسها من المركز، وهما مثقوبتان بحيث إن الأشعة تمر فيهما من واحدة إلى أخرى لتدقيق الرؤية. وهكذا يستعمل الاسطرلاب كأداة للرصد. [انظر: National Museum of American History (U.S.), *Planispheric Astrolabes from the National Museum of American History*, Smithsonian

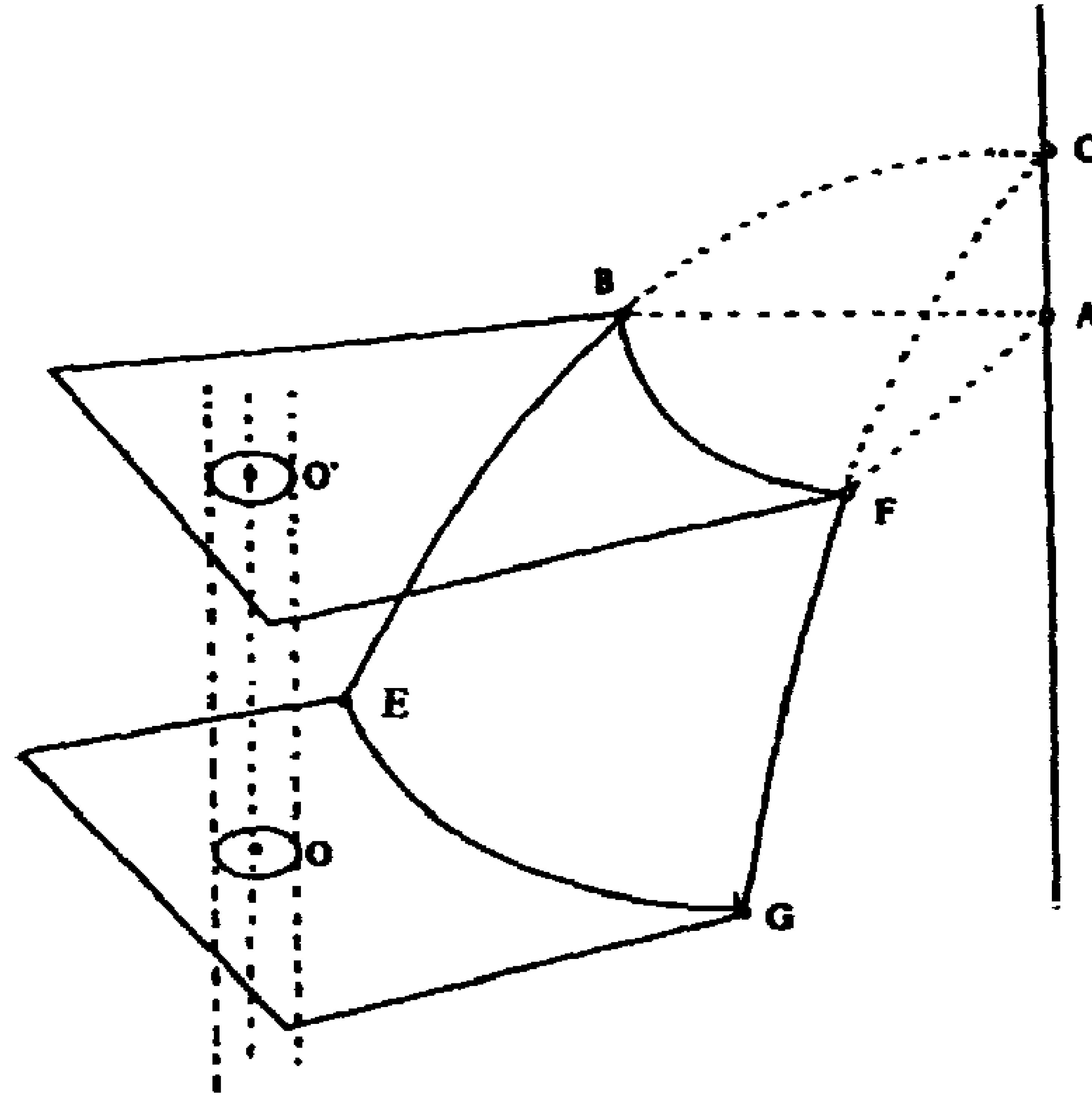
(*) يرمز الرقمان داخل المعقوفتين إلى: الأول رقم الصفحة بحسب الأرقام العربية، والثاني رقم السطر في الفصل الخامس: **النصوص والملاحق**.

Studies in History and Technology, no. 45 (Washington: Smithsonian Institution Press, 1984), pp. 4-6].

والهدفان هنا هما أيضاً صفيحتان في مستويين عموديين على محور مجسم القطع المكافئ AC. إحدى هاتين الصفيحتين مثقوبة بدائرة مركزها O بينما رُسم على الأخرى دائرة مركزها O′ مساوية للدائرة الأولى بحيث إن OO′ موازٍ للمحور AC. يسمح هذا الجهاز بوضع مرآة القطع المكافئ (BEGF) بحيث إن أشعة الشمس الساقطة عليها تكون موازية لِـAC؛ نحصل على هذه النتيجة عندما تمر حزمة الأشعة الشمسية في الثقب O محدثة بقعة مضيئة تغطي الدائرة O′.

الشكل رقم (١)

الهدفان على مرآة القطع المكافئ



[٨، ٢] «خط ا د مثل خط ا ب». توجد حالتان للشكل بحسب وضعية النقطتين C و D بالنسبة إلى النقطة A. فإما أن تكونا في الجهة نفسها أو أن تكون كل واحدة منهما من جهة بالنسبة إلى A (انظر تحليلنا).

[١٥، ١٣] بحسب رأي الرياضي السجزي، معاصر ابن سهل، فقد عرف الأخوة بنو موسى، وهم رياضيون في منتصف القرن التاسع، الرسم المتواصل للقطع الناقص بطريقة البستاني (du jardinier).

[١٥، ١٨_١٩] $\widehat{HU} + \widehat{PQ} + \widehat{JO} = \widehat{HU} + \widehat{GU} + \widehat{IO} + \widehat{JO}$

يعطي هذا المجموع فعلاً نصفي الدائرتين المذكورتين إذا كان GH و IJ قطرين.

[١٦، ١٢] يجب اعتبار النقطتين B و F منفصلتين، وفي الجهة نفسها بالنسبة إلى AC، عندها تكون المساواة $AF = AB$ إذاً مستحيلة لأنها تقود إلى $CF = CB$ وبالتالي تكون النقطتان B و F منطبقتين وهذا مناقض للفرضية.

[٢١، الشكل رقم (٨)] لقد رسم الناسخ خطأ (الشكل رقم (٨) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) ووضعه في الورقة ٤و، قبل أن يشطبه، كاتباً فوق الشكل المشطوب بأن الحدث كان سهواً. لكنه بدلاً من أن يرسمه مجدداً ويضعه في الورقة ٤ظ، فقد رسم شكلاً لا يطابق النص بالكامل ووضعه في الورقة ٥و، وجعله بذلك يسبق (الشكل رقم (٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). نشير إلى أن هذه الورقة لا تحوي سوى شكلٍ واحدٍ. لقد صححناه لينسجم مع النص وبهذا حصلنا على الشكل الرئيس. لقد أضفنا الشكل المساعد لإيضاح البرهان بالخلف مع B_j داخل السطح BX، أي $CB_j < CB_e$.

[٢٠، ١٤] «. . . أصغر منه» وبالفعل إذا كانت B_d بين C و B_e يكون معنا:

$$AB_d + CB_d < AB_e + CB_e.$$

[٢١، ٧] نفترض أن B_f خارج السطح المحدد بـ ACB_aO' (انظر الشكل رقم (٩) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية). بالإنشاء يكون المستقيم $I'B_f$ هو وسيط المقطع AB_g، تكون معنا إذاً المعادلة $B_fB_g = B_fA$.

وبالتالي: $AB_f + CB_f = B_fB_g + CB_f$.

ولكن بما أن B_f موجودة بين I' و B_j لذلك فهي داخل المثلث $CI'B_g$، إذاً يكون معنا:

$$B_fB_g + B_fC < I'B_g + I'C.$$

وأيضاً:

$$(1) \qquad B_fB_g + B_fC < I'A + I'C.$$

يلتقي المستقيم CB_f المنحني في B_k التي هي بين C و B_f وبذلك نحصل على:

$$B_fC + B_fA > B_kC + B_kA,$$

وبالتالي:

$$(2) \qquad B_fB_g + CB_f > I'A + I'C.$$

لكن المتباينتين (1) و (2) هما متعارضتان.

[٢٢، ٨] يبين هذا ـ كما في حالة مجسم القطع المكافىء ـ إنه درس المستوي المماس لسطح مجسم القطع الناقص، والذي يشكل جزءاً من الدراسة النظرية للقطع الناقص ولمجسّمه أيضاً. لقد فُقد هذا الجزء من النص بحيث لا يرقى إليه الشكل بوجوده كما أشرنا سابقاً. (مقابلته مع دراسته للقطع الزائد ولمجسّم القطع الزائد).

[٢٣، ٢ ـ ٣] «لأنهما إن لقياه على غيرها فسيلقيان رسمَ غ با على غير نقطة ظ...» كان أكثر دقةً كتابةُ «لأنه إذا لقيه واحد منهما ا ظ مثلاً على غيرها فسيلاقي رسم غ با على غير نقطة ظ...» وبالتالي تصحيح المثنى.

[٢٣، ٣ ـ ٤] «فلأن نقطتي ظ بل». إذا B_1 (انظر الشكل رقم (١٠) من النص الأول، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) موجودة بين A و 'I يكون معنا:

$$AB_1 + CB_1 < I'A + I'C$$

وإذا كانت النقطة 'I بين A و B_1 يكون معنا:

$$AB_1 + CB_1 > I'A + I'C$$

وفي هاتين الحالتين، تكون المساواة مستحيلة.

[٢٣، ٧ ـ ٨] فالدراسة التي سبق أن أجراها ابن سهل على الانعكاس أثناء درسه النظري للقطع الناقص ـ والتي فُقدت ـ جعلته ينهي هنا بسرعة.

[٢٣، ١١] «البَلُّور أو البِلُّور» هذا التعبير العربي هو نقل عن ἡ βήρυλλος مع تبديل واضح للحرفين ρ و λ؛ يدل إذاً التعبير اليوناني على الزمرد الريحاني الشفاف أو الزمرد المصري (béryl). والمقصود هو البلور الصخري الشفاف (الصوّان) ذو قرينة الانكسار $1,544 < n < 1,553$ وذو الثقل النوعي 2,65 والتركيب الكيميائي SiO_2 [انظر الجداول المثبتة من حسن وخفاجي في: شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف التيفاشي، **أزهار الأفكار في جواهر الاحجار**، تحقيق م. ي. حسن وم. ب. خفاجي (القاهرة: [د.ن.]، ١٩٧٧)].

نستعيد هنا أوصاف هذا البلور بلغة معدنية عربية إذ لا نحفظ إلا أقوال البيروني، خليفة ابن سهل ومعاصر ابن الهيثم والتيفاشي حيث أعطى تركيباً متأخراً قليلاً.

وبالفعل فقد خصص البيروني صفحات عدة في **الجماهر في معرفة الجواهر** (ص ١٨١ـ١٨٩) لهذا البلور ولاستعمالاته وخواصه. فالمقصود، بحسب البيروني، هو المَها أو المِها أي من مادة مركبة، كما يدل الاسم العربي نفسه، من عنصري الحياة: الماء والهواء. وكهذين العنصرين تكون هذه المادة شفافة ولا لون لها. ويذكر البيروني عندئذ شعراء من ذلك العصر كالبحتري والصاحب بن عباد... تغنوا بصفاء البلور الصخري وبشفافيته. كما يشير أيضاً إلى صناعة حرفيّة مزدهرة وذات قيمة للبلور الصخري هذا في البصرة في ذلك العصر. كان هذا الحدث ذا أهمية كبرى بالنسبة إلى ابن سهل وابن الهيثم حيث انتقلا في وقت من الأوقات إلى البصرة أو بغداد.

يركز عالم المعادن التيفاشي (١١٨٤ـ١٢٥٣) من بين خواص هذا البلور على منفعته: «إنه يستقبل به الشمس ثم ينظر إلى موضع الشعاع الذي خرج من الحجر فيستقبل به خرقة سوداء فتحترق». [انظر: ٢٠٣، مصححة عن: أبو العباس أحمد بن يوسف التيفاشي، **الاحجار الملوكية**، استانبول، حسن حسنو باشا، ٦٠٠ (القاهرة: دار الكتب، مجموعة طبيعيات، تيمور ٩١)، ورقة ٩٢].

شهادة التيفاشي هذه تجعل من وجود العدسة المستوية المحدبة أمراً ممكناً من البلور الصخري في ذلك العصر. مع هذا تنقصنا بعض المعطيات الأثرية كي نثبت بشكل أكيد هذا الافتراض.

تبدو، مع ذلك، نصوص أخرى وكأنها تثبت هذا التخمين. زد على ذلك أن احداها يظهر أن أصحاب الإرصاد أنفسهم استعملوا عدسات مماثلة في ملحوظاتهم: وهكذا فإن تقي الدين بن المعروف كان قد كتب في نهاية كتابه في المناظر بعنوان: **كتاب نور حدقات الأبصار ونور حدقات الأنظار** والذي أنهاه سنة ٩٨٢ هجرية (١٥٧٤م) ما يلي: «ومن ههنا، استقام لنا أن نعمل بلورة نرى بها الأشياء التي تختفي من البعد كأدق الأهلة وقلوع المراكب الكائنة في أبعاد مسرفة ولا يدركها الطرف بأحدّ الأبصار كالتي عملها حكماء اليونان ووضعوها في منارة الاسكندرية؛ وإن منّ الله تعالى بفسحة في العمر، ألّفت رسالة <في>

عملها وطريقة الإبصار بها، إن شاء الله تعالى».

انظر: تقي الدين بن المعروف، **كتاب نور حدقات الأبصار ونور حدقات الأنظار** (اوكسفورد، مكتبة بودلين، مارش ١١٩)، ورقة ٨٣ ظ.

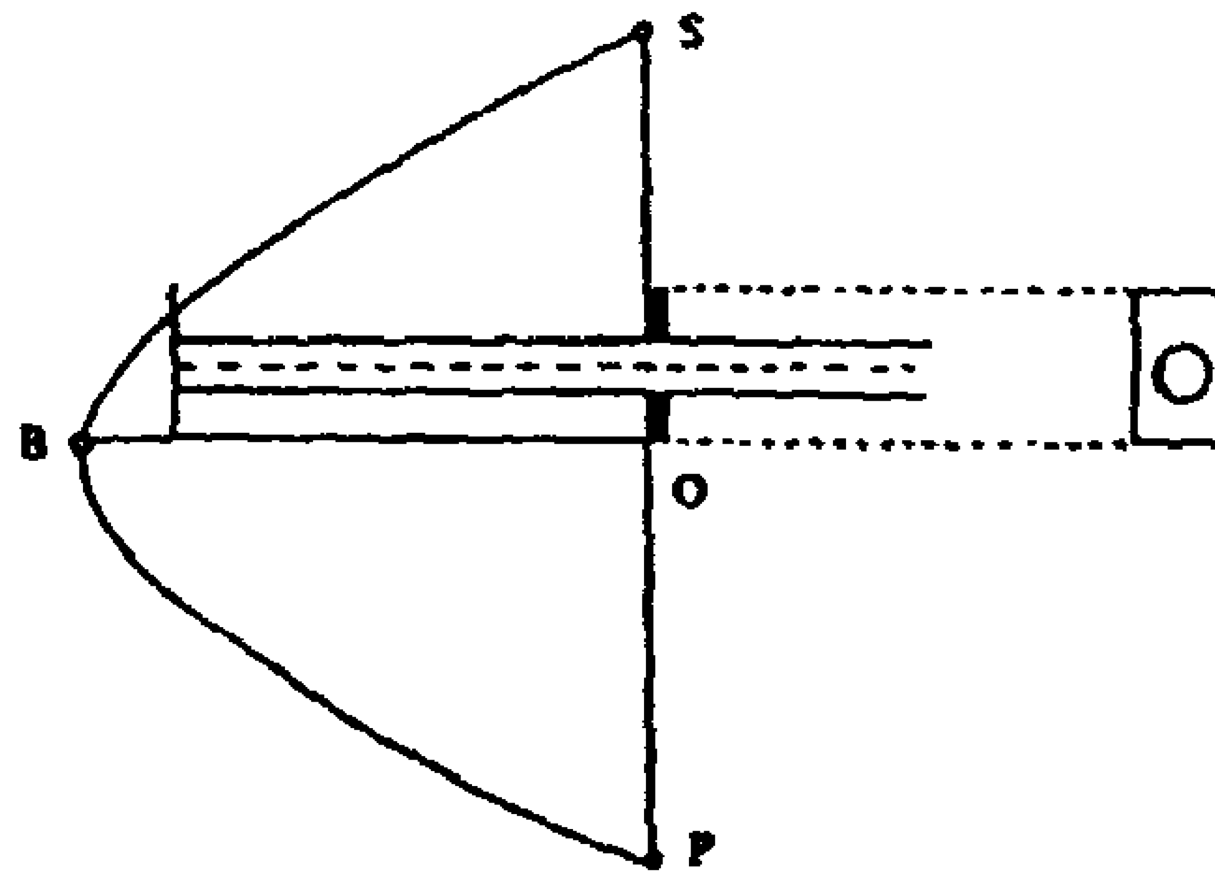
[٢٥، ٥] فللقطع الزائد المحدد هكذا البؤرتان A و L. انظر: أبولونيوس، **المخروطات**، المقالة الثالثة، القضيتين ٤٥ و ٥١.

[٢٥، ٩] فالهدفان هما، كما أشرنا سابقاً، في مستويين عموديين على محور مجسم القطع الزائد. أحدهما مثقوب بثقب محدد بدائرة، وعلى الثاني رُسمت دائرة مساوية للدائرة الأولى، أما خط مركزيهما فهو موازٍ لمحور مجسم القطع الزائد الذي يعطي منحى الشمس. فإذا اجتازت الأشعة الثقب، فإنها تطبع بقعة مضيئة تغطي تماماً دائرة الصفيحة الثانية.

يجب إذاً الافتراض ان هذه الأشعة لم تتلق أي انكسار، في حين أن المسار بين الدائرتين هو كله في الهواء أو كله في البلّور. تستبعد بقية النص الفرضية الأولى؛ يبقى إذاً أن نتخيل ان الهدف الأول هو على السطح المستوي O وان الهدف الثاني موجود في البلّور بجوار B.

الشكل رقم (٢)

هدف على مجسم القطع الزائد



[٢٥، ١٢] اعتبر. يستعمل هنا ابن سهل، كما سيأتي لاحقاً وبالمفهوم نفسه -[٣٩، ٤] و[٥٠، ٣]- الفعل اعتبر بمعنى اختبر أو جرّب. إن أهمية هذا الفعل

في المصطلح البصري عند ابن الهيثم لاحقاً، وكذلك هذه الترجمة[1]، وإن أعطت المعنى الذي يقصده المؤلف، فهي ليست حرفية، ولهذا السبب فإنهما يستدعيان تفسيراً.

إن المعاجم العربية، كتلك التي هي لابن فارس، وابن سيدا، وابن منظور، والزاهدي وكي لا نسمي إلا البعض منهم بين القرنين العاشر والثامن عشر تتوافق جميعها مع أدب ماقبل الإسلام ومع الاستعمال القرآني على أن الجذر «عبر» يدل على الانتقال من شيء ما إلى غيره، كما يحتوي الفعل اعتبر من بين معانيه العديدة: تفحّص شيئاً أو تفحص عملاً لكي نستنتج خلاصة ما، أو نستدل على معنى مجهول أساساً. وبشكل عام فاسم الفعل «اعتبار» كما نقرأه في معجم ابي البقاء - **الكليات** - ما معناه[2]: «هو تفحص الأشياء ودلالاتها لاستقراء الكامن من المنظور». فهذا التعبير، يقول ابو البقاء نفسه، له معنى الامتحان. [انظر: أبو البقاء، **الكليات**، تحقيق أ. درويش وم. المصري، ٥ ج (دمشق: [د. ن.]، ١٩٧٤)، ج ١، ص ٢٣٥]. نشير بالمقابل إلى أن المعاجم [انظر: الطحناوي، **كشاف اصطلاحات الفنون**، تحقيق مولوي محمد وجيه، عبد الحق وغلام قادر، ٢ ج (كالكوتا: [د. ن.]، ١٨٦٢)، ج ٢، ص ٩٥٩ مثلاً] تعطي معاني كثيرة لهذه الكلمة ولاستعمالات شتى في الفلسفة، وفي القضاء، وفي السيرة النبوية الشريفة... الخ.، حيث إن بعضها يقترب، ولو من بعيد، من معنى الاستنتاج عن طريق الملاحظات أو عن طريق الاحكام الصادرة سابقاً. ومن دون إطالة هذا العرض بشواهد من مصادر أدبية ومعجمية، نقول بأن التفحص الذي نستطيع إجراءه يدل على معنى عام، بما فيه الكفاية، لقبول قرارات عدة. فاستعمال ابن سهل كلمة «اعتبار» هو في المقابل، أدق من ذلك بكثير. فهو يستعمله بمفهوم التجربة والاختبار في البصريات. وبالفعل، بعد أن نحت قطعة من البلور الصخري الشفاف والمتجانس ذات سطح مستو لإقرار قانون سنيلليوس، ولكي يحدد بذلك قرينة الانكسار، يعود إلى استعمال هذا الفعل في المناسبتين الأولين إلى العدسة المستوية المحدبة، وفي المناسبة الثالثة إلى العدسة محدبة الوجهين، ويفرض كل مرة بأن تكون العدسة المستعملة منحوتة من المادة نفسها التي استعملت أثناء

---

(١) يقصد المؤلف الدكتور رشدي راشد هنا الترجمة من العربية إلى الفرنسية (المترجم).

(٢) تُرجمت هذه الجملة عن الفرنسية (المترجم).

التجربة المخصصة لتحديد قرينة الانكسار ـ «من نفس الجوهر الذي اعتبرنا به. . .». ومن الجلي أن ابن سهل استعمل هنا فعل «اعتبر» بمعنى جرّب أو اختبر أي في المناسبات التي يبدو فيها هذا الاستعمال ضرورياً لا غنى عنه. ولسوء الحظ لم تصلنا نصوص أخرى لهذا المؤلف والتي تسمح لنا من ناحية أولى بمعرفة ما إذا كان القصد تعبيراً تقنياً واستعمالاً شائعاً أم لا، ومن ناحية أخرى أي دورٍ كان ابن سهل يعطي لهذه التجربة في منهجيته العلمية. أما في رسالته الثانية، حول الفلك، وكما نعلم، لم يلجأ إلى أية تجربة؛ وتكمن أهمية هذه التساؤلات في فهم الأفكار التي ترتكز عليها الطريقة العلمية، ليس فقط أفكار ابن سهل بل أفكار خليفته ابن الهيثم أيضاً، والذي استعمل بكثرة هذا التعبير حيث أعطاه معاني عديدة ومن بينها معناه التقني.

وبالفعل، فمنذ نصف قرن مضى، أشار مصطفى نظيف إلى أن الفعل «اعتبر» مع مشتقاته المختلفة تنتمي في الواقع إلى مصطلح البصريات التقني لابن الهيثم. وأبدى فيدمان (Wiedemann)، وبشكل مستقل، ملاحظة مشابهة، كما أن كثيرين من المؤلفين الآخرين لفتوا النظر إلى الترجمة اللاتينية للعبارات التالية: اعتبر (experiri)، اعتبار (experimentatio)، معتبر (experimentator). ولنرَ ما كتبه مصطفى نظيف: «تجب الإشارة إلى أن ابن الهيثم استعمل تعبيراً خاصاً عبَّر فيه عن معنى التجربة [experiment، مذكورة بالانكليزية في النص] بحسب المصطلح الحديث. لقد أشار إليها بكلمة «الاعتبار». وسمى الشخص الذي يجري التجربة: «المعتبر». وقال عن الشيء المطابق للحقيقة: الصادر عن التجربة «الاثبات الاعتبار» كي يميزه عن الإثبات بالقياس. إضافة إلى ذلك فقد تبيّن «للاعتبار» مهمتين في البحث العلمي؛ الأولى هي استقراء القواعد والقوانين العامة، والثانية هي التحقق من أن النتائج المستنتجة هي صحيحة»[٣]. [انظر: مصطفى نظيف، «الحسن بن الهيثم والنهاية العلمية منه وأثره المطبوع على علم الدواء،» محاضرة ألقيت في ١٢ نيسان/ ابريل ١٩٣٩، ص ١٤]. ثم يعيد مصطفى نظيف تفسيره هذا بتعابير مشابهة لهذه التعابير بعد بضع سنين. [انظر: مصطفى نظيف، **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**، ٢ ج (القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ ـ ١٩٤٣)، ص ٤٣ ـ ٤٨]. لقد قُبلت تأكيدات مصطفى نظيف من قبل دارسي تاريخ ابن

(٣) أعدت صياغة هذه الفقرة إلى العربية عن الفرنسية (المترجم).

الهيثم كما هي أو مع بعض التعديلات تبعاً للحالة. [انظر: Saleh Beshara Omar, *Ibn al-Haytham's Optics* (Chicago: Bibliotheca Islamica, 1977); Rushdi Rashid: «Optique géométrique et doctrine Optique chez Ibn al-Haytham,» *Archive for History of Exact Sciences,* vol. 6, no. 4 (1970), et «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'Alhazen,» dans: *Roemer et la vitesse de la lumière* (Paris: Ed. R. Taton, 1978); Matthias Schramm, *Ibn al-Haythams Weg zur Physik*, Boethius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd.1 (Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963), and A. I. Sabra, «The Astronomical Origin of Ibn al-Haytham's Concept of Experiment,» papier présenté à: *Actes du congrès international d'histoire des sciences, Paris, 1968* (Paris: [s. n.], 1971)]. فمصطلح ابن الهيثم التقني بديهي لدرجة أن أحداً لا يستطيع الاعتراض عليه. يأتينا إثبات إضافي من القرنين الثاني عشر والثالث عشر، أي من مترجم **كتاب المناظر** إلى اللاتينية ومن شارحه في نهاية القرن الثالث عشر، كمال الدين الفارسي. لقد وجد الأول بدوره مصطلحاً آخر كي يعبر عن هذه التعابير: experire, experimentator, experimentare, experimentatio,...، بينما استعمل الثاني وبكثرة هذا التعبير وطوّع معناه التقني باستعمال منهجي. لكن هذا المصطلح لم يخصص للاستعمالات التقنية فقط عند ابن الهيثم وكذلك عند كمال الدين الفارسي، بل اشتمل على مداليل أخرى للمعنى الشائع. وباختصار، فقد أبرز هذا المصطلح التقني مسألتين متلازمتين، الأولى هي فقهية لغوية، والأخرى منطقية، ومن الضرورة تفحصهما، باقتضاب على الأقل، لكي نفهم بشكل أفضل المعاني التي يعلقها باصطلاحاته.

لقد بينّا في: Rashid, «Lumière et vision: L'Application des mathématiques dans l'optique d'Alhazen,» بأن كلمة «اعتبار» تغطي في بصريات ابن الهيثم والفارسي جملة من المعاني المتعلقة بطبيعة العلاقات بين الهندسة والفيزياء، أي بحسب قدرة تطابق المعلومات الفيزيائية مع الرياضيات. وهكذا يتغير معنى المصطلح في أعمال ابن الهيثم وخلفائه بتغير الموضوع، فمن البصريات الهندسية، إلى البصريات الفيزيائية، إلى البصريات الارصادية أو إلى نظرية الابصار. لقد استطعنا تبيان أن التجربة، في البصريات الهندسية، هي عبارة عن تركيب تجريبي معقد نوعاً ما ومخصص للمراقبة التقنية للإثباتات المجربة سابقاً على المستوى

اللغوي بواسطة الهندسة؛ أما في البصريات الفيزيائية التي يعتريها الغموض والتباس دلالة الألفاظ للمفاهيم، فنرى أن ابن الهيثم يعني بـ«التجربة» إرجاع هذه المفاهيم الناقصة والمشوهة، بواسطة الهندسة إلى الحقل التجريبي الذي يشكل وحده مكان وجودها؛ هذه هي مهمة النموذج الميكانيكي مثلاً لتفسير ظاهرة الانعكاس أو الانكسار؛ أو هدف التجارب المخصصة لتبيان أن الألوان تنتشر مثل الضوء. بينما تغطي كلمة «تجربة» في نظرية الابصار، في الأساس مراقبة بسيطة. هذا التنوع في المعنى الذي يبدأ بالمراقبة البسيطة، ثم بالتجربة بمعنى المراقبة التجريبية، وحتى بمعنى إنتاج نموذج مختصر للظاهرة- كما حدث في ما بعد مع الفارسي لتفسير ظاهرة قوس قزح- هذا التنوع هو أساسي لفهم مصطلح العصر، حيث يجد منشأه في العلاقات بين الرياضيات ونظرية الحدث. فإذا أردنا إذاً التخلص من الوهم الفيلولوجي، الذي يرى في دوام الاصطلاحات رسوخاً واستمراراً للمعنى، فيجب علينا التيقظ الشديد إلى تركيب هذه الاصطلاحات وإلى تحوّلاتها.

نتساءل باديء ذي بدء هل سبق لهذه الاصطلاحات، أو للرئيسة منها على الأقل، أن استُعملت ليس فقط قبل ابن الهيثم، ولكن قبل ابن سهل في البصريات أولاً ثم في بقية العلوم التي اتخذت طابعاً رياضياً واستطاعت أن تشكل مصدراً لابن سهل؟ في الحالة هذه، وباعتراف ابن سهل نفسه، نعرف بأنه قد اطّلع على الترجمة العربية لكتابات بعض علماء الانعكاس القدماء، والذين لم يسمهم، كما اطّلع على المقالة الخامسة من كتاب **المناظر** لبطليموس. لذلك أصبح من الجائز الافتراض أنه كان على علم مسبق بأعمال أسلافه العرب في البصريات.

إن تفحّص أعمال الانعكاسيين اليونان والتي ترجمت إلى العربية، أو التي عُرفت بطريقة غير مباشرة من الانعكاسيين العرب -إقليدس، ديوقليس، هارون، ثايون، أنتيميوس الترالي، ديديم وآخر يُدعى «دترومس»... -يظهر لنا أن الاصطلاح كان غائباً، حتى في الأماكن التي نترقب وجوده فيها. فمثلاً في مقدمة كتاب ثايون الاسكندري **تنقيح المناظر** فقد كتب: «تُلاحظ جميع هذه الأحداث بالشكل الأكثر وضوحاً في الظروف الاصطناعية ἐκφανέστατα....» [٤٧/ ٧]. يرجع ثايون هنا إلى الظواهر المراقبة كالظلال أو التي جرت عليها التجربة كالضوء الساقط من خلال شق، كي يتحقق من الانتشار المستقيم. فلم يذكر أي اصطلاح خاص يعبر به عن هذه التجربة؛ كذلك فإن الانعكاسيين وعندما فكروا بصنع المرايا المحرقة انطلاقاً من النماذج المدروسة هندسياً، لم يستعملوا اصطلاحاً خاصاً

عند شروعهم بعملية الإحراق، أي عندما كانوا يشرعون بالتجربة. إن تفحص النصوص اليونانية التي بقيت أو الترجمة العربية للبعض منها يثبت غياب هذا الاصطلاح. فلا يحق لابن سهل أن يستعير من مجموعة النصوص الانعكاسية هذه اصطلاح «التجربة» هذا.

لنعود إذاً إلى كتابات أسلافه العرب. إن ضياع النص العربي الأصلي لكتاب **المناظر** *(De aspectibus)* للكندي يحرمنا من مصدر مهم غني بالمفردات. لكن تفحص الترجمة اللاتينية لهذا الكتاب لا يوحي أبداً بوجود اصطلاح مماثل لهذا في النص العربي. حتى في المكان الذي يعيد فيه تجربة ثايون الاسكندري المذكورة آنفاً فإنه لم يستعمل هذا الاصطلاح. كما أن بقية كتابات الكندي العربية التي سلمت وبصورة خاصة كتابه **المرايا المحرقة** لم تحتوِ على اصطلاحات مماثلة أيضاً.

واستناداً إلى لغة بصريات القرن التاسع فإننا نجد أنفسنا أمام مفردات لغة مختلفة كل الاختلاف عن هذه الأخيرة، ومن المحتمل جداً أن تكون مستعارة من لغة ترجمات كتب علم النجوم، ككتاب **المجسطي** *(Almageste)* مثلاً لبطليموس ومن لغة أصحاب الارصاد العرب. وبالفعل ففي رسالة لم تُدرس قط حتى الآن وعنوانها: «في علل ما يعرض في المرايا»، [انظر: قسطا بن لوقا، **كتاب في علل ما يعرض في المرايا المحرقة من اختلاف المناظر** (مشهد، اسطان قدس، ٣٩٢)، ورقة ٧]، فقد استعمل قسطا بن لوقا، معاصر الكندي، ولمرات عدة الاصطلاحين «امتحن» و«محنه» كي يحقق بالتجربة المبنية على الملاحظة والاختبار بعض المعلومات الانعكاسية. وهكذا لمعرفة ما إذا كانت المرآة مستوية تماماً، فأول امتحان يقضي بملاحظة شكل الجسم الذي يجب أن يبقى من دون تغيير إذا ما تغيرت المسافة بين المرآة والجسم؛ أما الامتحان الثاني فهو تفحص كيفية ارتداد أشعة الشمس على المرآة. وفي هذا المثل كما في الكثير من أمثاله المطبقة ليس فقط على المرآة المستوية بل وأيضاً على المرآتين المقعرة والمحدبة، يشير الفعل «امتحن» والاسم «محنه» إلى نوع من التحقق والمراقبة بالحواس لحقيقة المعلومات. إذاً استُعمل هذان الاصطلاحان في ذلك العصر وبهذا المعنى في المفاهيم المتغيرة جداً، كما تشهد على ذلك كتابة ثابت بن قرة في: **الرسالة المشوقة إلى العلوم** (طهران، مالك، ٦١٨٨)، ورقة ٧ وما بعدها.

ويقودنا استقصاؤنا، الذي لم نذكر منه سوى بعض الدلائل، إلى الاستنتاج انطلاقاً من النصوص الانعكاسية التي وصلتنا، بأن المصطلحين «الاعتبار» و«الامتحان» لا يدلان على الشيء نفسه، ومن ناحية أخرى لم يُعرف الاعتبار لا في المدارس الانعكاسية اليونانية أو العربية حتى أوائل القرن العاشر، نضيف إلى ذلك أن هذا الغياب هو مثبت في أعمال علماء الانعكاس في القرن العاشر مثل عُطارد [Rushdi Rashid, *Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*] ومصنف النخب أحمد بن عيسى في **كتاب المناظر والمرايا المحرقة على مذهب اقليدس في علل البصر**، ومن المحتمل جداً أن يكون من القرن العاشر لأنه يقتبس قضايا من رسالة الكندي حول المرايا المحرقة. استعمل أحمد بن عيسى مرة واحدة الاصطلاح «اعتبر» في معناه العام وليس في معناه التقني.

لنرجع الآن إلى كتاب **المناظر** لبطليموس. فالحالة هي دقيقة للغاية هنا، لأن هذا الكتاب قد وصلنا بترجمته اللاتينية المأخوذة عن العربية والمفقودة حتى الآن، كما أن الأصل اليوناني مفقود أيضاً. وهذا يعني أنه لا يوجد تحليل فيلولوجي يستطيع الزعم بالتوصل إلى نتائج أكيدة لأنه يفترض أن المترجم العربي أعطى اصطلاح بطليموس نفسه، وبدوره فقد تصرف المترجم اللاتيني بالشيء نفسه. وبعد الأخذ بهذا التحفظ، نشير أولاً إلى أنه في مقطع من المقالة الخامسة يذكرنا به ابن الهيثم نقرأ: «ثم يقول [بطليموس] في آخر المقالة الخامسة: نصنع ثلاثة أوعية من الزجاج النقي والشفاف. شكل أحدها مكعب، وشكل الثاني أسطواني محدب، أما الثالث فسطحه أسطواني مقعّر. ثم يقول [بطليموس]: نملؤها ماءً، ونغمس فيها مساطر و«تعتبر» أشكالها»[(٤)]. [انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **الشكوك على بطليموس**، تحقيق عبد الحميد صبره ونبيل الشهابي،؛ تصدير ابراهيم مدكور (القاهرة: مطبعة دار الكتب، ١٩٧١)، ص ٦٩]. فمن البديهي أن تعني «اعتبر»: تفحص بالتجربة وهذا التفحص مرتبط بجهاز مصنّع لهذه الغاية. ومن الجلي أن ابن الهيثم يلخص هنا نص بطليموس بتعابير من الترجمة العربية. فالمترجم اللاتيني يعيد بدوره الجملة، الأهمية ذاتها بالنسبة إلينا: «considerantes de diversitatibus formarum...» [انظر Claudius Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, éd.

(٤) أعدت هذه الفقرة لابن الهيثم إلى العربية عن الفرنسية (المترجم).

par Albert Lejeune, Université de Louvain, recueil de travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8 (Louvain: Bibliothèque de l'Université, bureaux du recueil, 1956), p. 261]. فإذا تُرجمت «اعتبر» (considérer) هنا، فلقد استعمل experimentum خمس مرات ليعبّر عن المصدر «اعتبار»، مرة واحدة إبان دراسته عن الانعكاس، وأربع مرات عن الانكسار، فلهذه المناسبات الخمس معنى مشترك مع المناسبة التي أثارها استشهاد ابن الهيثم: ألا وهي التجربة التي تحصل بآلة مصممة لهذه الغاية.

وهكذا يكتب بطليموس في كتابه **المناظر** [٩١، ١٣]: «ولكن هذا يكون أكثر ظهوراً ووضوحاً للبصر، وما قلناه يظهر أكيداً بالتجربة [experimentum]». يصف هنا بطليموس جهازه التجريبي الشهير [٩٢] كي يحقّق قوانين الانعكاس. ثم يكتب في [٢٢٧، ٢] «تحدث كمية الانكسار التي تحصل في الماء والمرئية بحسب هذه التجربة التي تتم بواسطة صفيحة من النحاس كنا قد أعددناها لنلاحظ الذي جرى للمرايا». وهنا كما في [٢٣٢، ١] و[٢٣٦، ٦] أي الاختبار بواسطة الجهاز الشهير والمصمم لدراسة الانكسار. ويمكن القول إنه في جميع هذه المناسبات حيث يستدعي الاختبار استعمال الجهاز الشهير ذُكر الاصطلاح، وإن أكثرية المناسبات مرتبطة بدراسة الانكسار.

ولكن ما هو الاصطلاح العربي الذي نقله المترجم ـ الأمير اوجين الصقلي ـ إلى اللاتينية وعبّر عنه بكلمة experimentum؟ التخمين الأكثر احتمالاً هو كلمة «اعتبار» أولاً لأن هذه الكلمة تنتمي إلى مفردات لغة الترجمة وقد شهد بذلك، كما يبدو، ابن الهيثم في استشهاده؛ ثم بسبب استعمال العصر: فقد لجأ المترجم اللاتيني لـ **كتاب المناظر** لابن الهيثم إلى هذا المصطلح للدلالة على الكلمات العربية؛ وأخيراً بسبب ملاءمة المعنى بين experiri وبين ما ترمي إليه الكلمة العربية. ومهما يكن، فإذا صح هذا التخمين، يكون التاريخ قد سار بحسب البيانة التالية: يكون ابن سهل قد استعار الاصطلاح من كتاب **المناظر** لبطليموس في المعنى الذي أورده هذا الكتاب أي مرتبطاً باستعمال جهاز (organon) الذي باستطاعته تجديد إحداث، أو على الأقل تجزيء ظاهرة الانتشار الضوئي للتحقق من عمله والمعروف قبلاً بواسطة الهندسة. فقد لجأ ابن سهل إلى هذا المصطلح كما فعل بطليموس أيضاً في هذا الوضع، وهذا ما يفسر كثرة استعماله في الانكساريات. فابن الهيثم المطلع على أعمال بطليموس وابن سهل استعار هو أيضاً هذا المصطلح ليصف هذه

الأوضاع ونظراءها. لكن بما أن التجربة تدخل في إصلاحه كمعيار أو كجزء من نظرية الإثبات، فلقد أدخلها في مختلف القطاعات البصرية ـ الفيزيائية والارصادية ونظرية الابصار . . . ـ أي هنالك، حيث تكون العلاقات بين الرياضيات ونظرية الظواهر لم ترقَ بعد إلى مستوى البصريات الهندسية، فلقد أكثر من معاني هذا الاصطلاح نظراً إلى هذه العلاقات في مختلف الميادين البصرية، ولهذا فاصطلاح «اعتبار» يعني تجربة بالمعنى الحقيقي كما يعني تجربة فكرية أو ملحوظة مباشرة تثبت القاعدة. ونفهم عندئذ لماذا أصبح هذا المصطلح ذا استعمال كبير أكثر بكثير من استعمال أسلافه له. كما نفهم أيضاً غياب هذا المصطلح قبل الترجمة العربية لكتاب **المناظر** لبطليموس. فلم نرَ لا الكندي ولا قسطا بن لوقا قد استعملاه قط من قبل.

[٢٨، ١٥] يظهر هذا المقطع أن ابن سهل يعرف تكافؤ تحديدي القطع الزائد، بالقطر والضلع القائم من جهة وبالخاصة ذات البؤرتين من جهة أخرى، وكذلك خاصة المماس التي لا يلحظ أي ضرورة لبرهنتها.

[٣١، ٢] يأخذ ابن سهل معطية أن النقاط A,K,B,L هي على خط مستقيم محققة $BL = BK$ وأن AK/AB تساوي عكس قرينة انكسار البلور.

[٣١، ٦] وهكذا تحقق النقطة N المنشأة $NA - NL = AK$ حيث إن AK هو طول معطى. ومعنا أيضاً $BA - BL = AK$، فإذاً N و B تنتميان إلى القطع الزائد ذي البؤرتين A و L وذي الرأس B.

[٣٤، ١٤] يفسر ابن سهل، في هذه الفقرة بأن الجزء متغيّر الشكل مثبت في النقطة P إلى الدائرة ذي المركز A والتي هي ثابتة، وفي النقطة T على المقطع UT المتصل بالمقطع LU، والنقطة L هي ثابتة أيضاً.

[٣٦، ٧] يثبت ابن سهل في هذا البرهان بالخلف أن الفرضيات الثلاث التالية هي متعارضة:

- تنتمي N إلى المنحني المسمّى «الانتقال من B إلى N».

- تنتمي B_K إلى المنحني نفسه.

- NB_K متعامد مع AL.

[٣٦، ١٦] «خط ل بك بث»؛ كما في دراسة N، $\overline{LB_KB_V} = UT$.

[٣٨، الشكل رقم (١٥)] رسم الناسخ الشكل رقم (١٥)، من دون أن يضع الأحرف، على الورقة ١٨ظ، ويستعيده على الورقة ١٩ظ.

[٤٠، ٢] «خط بک بخ». يفترض هذا أن B_K موجودة على القوس BN وأن B_W هي نقطة التقاطع بين المستقيم AB_K والدائرة (A, AK)، يكون معنا عندئذ $LB_K = B_KB_W$ لأن $AB_K - LB_K = AK$.

[٤٠، ٤] انظر الصفحة ٣٦.

[٤٢، ٤] $AC_g - LC_g = AC_l = AK$، لأن A و L هما البؤرتان.

[٤٣، ٦] بالفعل، كون C_n على القوس BC_h، يكون معنا $C_mC_n = LC_n$. لكن C_n هي بين C_m و C_k، لذلك:

$$C_mC_n = C_mC_k - C_nC_k,$$

لكن:

$$AC_k = AC_m + C_mC_k < AC_l + C_kC_l,$$

لذلك:

$$C_mC_k < C_kC_l$$

وأيضاً:

$$C_mC_k < LC_k.$$

يكون معنا إذاً:

$$C_mC_n < LC_k . C_nC_k,$$

ومعنا في المثلث LC_kC_n:

$$LC_k - C_nC_k < LC_n,$$

لذلك:

$$C_mC_n < LC_n.$$

[٤٥، ٢] وبالفعل $C_rC_s > LC_s$ وبحسب ما تقدم لذلك، يكون معنا:

$$C_rC_s + C_sC_t > LC_s + C_sC_t$$

وبالتالي:

$$C_rC_t > LC_t.$$

[٥٣، ٧] أما بالنسبة إلى الترجمة العربية لكتاب **المناظر** لبطليموس أو لتاريخ إنجازها أو هوية المترجم فإننا نكاد لا نعرف شيئاً عنها. وفي الواقع كان قدر هذا الكتاب فريداً: فقد ضاع الأصل اليوناني، كما فُقدت ترجمته العربية المنقولة عن اليونانية ولم يبقَ سوى الترجمة اللاتينية التي أنجزها الأمير اوجين الصقلي عن العربية في النصف الثاني من القرن الثاني عشر. وبحسب أقوال هذا الأمير فلقد حقق ترجمته مستعيناً بمخطوطتين عربيتين ينقصهما الفصل الأول ونهاية المقالة الخامسة والأخيرة من كتاب **المناظر** [Ptolemaeus, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, pp. 3 et 8]. أيــــدت شهادات عربية أخرى كتلك التي لابن الهيثم تأكيدات الأمير اوجين هذه، ولم يدحض أحدٌ هذه المزاعم في الواقع، فالتساؤل هنا عن سبب ضياع هذه الأجزاء من المخطوطة ـأو المخطوطاتـ اليونانية التي وصلت إلى المترجم العربي. نعلم الآن عن هذا الأخير أنه عاش ما بين السنوات السبعين من القرنين التاسع والعاشر. كما يذكر ابن سهل كتاب **المناظر** هذا في كتابته ٩٨٣ـ٩٨٥ ميلادية؛ هذا التاريخ متأخر للذين يلمون بتاريخ حركة الترجمة للنصوص العلمية اليونانية. لكن تفحصاً لأعمال الكندي وابن لوقا البصرية من جهة أخرى، يبيّن عكس ما تأكد، [انظر: Al-Kindī, «Al-Kindi, Tideus und Pseudo-Euclid. Drei Optische Werke,» Herausgegeben und Erklärt von Axel A. Björnbo und Seb. Vogl, *Abhandlung zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (Leipzig, Berlin), vol. 26, no. 3 (1912), p. 70 sq. and Ptolemaeus, Ibid., p. 29 de l'introduction]. بأنهما لم يعرفا كتاب **المناظر** لبطليموسـ فتفحص معرفتهما في الانكسار يكفي لإثبات ذلك. ومن المحتمل أن تكون هذه الترجمات قد حصلت بين جيل الكندي وابن لوقا وجيل ابن سهل، إذاً خلال الفترة التي ذكرناها آنفاً. تبقى فترة الغموض هذه طويلة ولكننا لا نستطيع اختصارها الآن نظراً إلى امكانية معرفتنا المحدودة في هذا الموضوع.

لنعود الآن إلى ابن سهل. لقد عقد النية، كما يقول نفسه، على كتابة نوع من الشرح للمقالة الخامسة من كتاب **المناظر** لكي يجمع مساهماته المختلفة إبان

«تصفحه» هذا الكتاب. موضوع هذه الرسالة هو شفافية الفلك ويبدو أنه مرتبط بالمسائل المثارة في الفقرات من ٢٣ إلى ٣٠، مع الفارق أن ابن سهل يستبعد مسألة الابصار ولا يأتي على ذكر «الشعاع البصري» أبداً.

[٧٠، ٤] لقد حدد ثابت بن قرة في رسالته حول «قطوع الأسطوانة وسطحها الجانبي» الإسقاط الأسطواني- القضية ٧. أي الإسقاط الأسطواني لشكل مستوٍ على سطح مستوٍ موازٍ لهذا الشكل. لجأ ابن قرة إلى هذا الإسقاط في القضية ٨ من الرسالة المنوه عنها آنفاً ليبرهن أن القطوع المستوية لأسطوانة ما بواسطة مستويين متوازيين هي أشكال متساوية. في القضية ١٠ والتي أثارها ابن سهل في الصفحة ٧٢، والتي ترجمناها[٥] -الصفحة ٧٠، الملاحظة ٥ - نجد إسقاطاً أسطوانياً لدائرة على مستوٍ غير موازٍ لمستوي الدائرة.

فإشارة ابن سهل لنص ثابت بن قرة هذا تثبت، من دون حاجة إلى شرح إضافي، تسلسل الأفكار. يبقى علينا أن نذكر أن القوهي وابن سهل قد درسا بطريقة أكثر شمولية هذا الإسقاط الأسطواني ليس فقط للأشكال المستوية، بل وأيضاً للأشكال الفراغية، حتى وإن اقتصرت دراستها على إسقاط خطوطها المرسومة على الكرة لمقتضيات الاسطرلاب.

[٧٥، ٣] يتفحص هنا القوهي، كما يذكر ابن سهل، حالة الإسقاط التسطيحي وفيه إسقاط لكل نقطة من الدائرة ما عدا القطب. يعتبر ابن سهل هذه النتيجة معلومة. كما يعرفها، كما نعلم، الصاغاني معاصره. نشير أنه في حالة الاسطرلاب، يحوّل الإسقاط المخروطي الكرة S؛ ذات قطب معلوم، إلى مستواها الاستوائي؛ إذاً فهو إسقاط تسطيحي ذو قدرة $2R^2$، حيث R هو نصف قطر دائرة كبرى من S. لاحظنا في الفصل الثالث أن المؤلفين استعملوا في دراستهم هذه القضية ١، ٥ المتعلقة بـ **المخروطات** (قطوع المخروط المستوية بمستويات مضادة للمتوازي). كما يبدو لنا التكلم هنا بلغة التعاكس (inversion) مغلوطاً تاريخياً. وبالفعل فقد حصل المؤلفون على خاصيتين للتعاكس ونعني: ١ - إن إسقاط الدائرة هو دائرة إذا كان القطب خارج المستوي؛ ٢ - إذا كان القطب نقطة من مستوي الدائرة يكون إسقاط هذه الدائرة المستقيم الذي يشكل تلاقي هذا المستوي مع

---

(٥) يقصد المؤلف أنه ترجمها إلى الفرنسية (المترجم).

مستوي الإسقاط. لكنهم لم يعرفوا، بحسب ما نعلم، على الخاصة التالية: يحافظ التعاكس على قيم الزوايا وبصورة خاصة الزوايا القائمة.

[٧٥، ٩] يوضح بيان القوهي لهذه القضية [انظر الملحق رقم (٣)] بأن المقصود هو إنشاء الاسطرلاب لأفق محدد ـ أي أنه معلوم بخط عرضه ـ إذا ما علمنا الإسقاط A لنقطة معلومة P من الكرة التي تمثل الفلك، وقطب هذه الكرة B. فللنقطة P إذاً إحداثيات معلومة ـ السمت والارتفاع بالنسبة إلى هذا الأفق. فإنشاء الاسطرلاب يرجع إلى تحديد مركزه. نستنتج من تحليل القوهي أنه إذا كانت B هي القطب، و A هي الإسقاط و G هي مركز الاسطرلاب، يكون المثلث ABG ذا شكل معلوم أي أنه محدد بتشابه ما. ينطلق ابن سهل عندئذ من دائرة ذات مركز E تمثل النقطة C عليها القطب وينشىء للأفق ذي خط العرض المعطي الإسقاط F للنقطة P_1 التي يكون لها إحداثيات P نفسها؛ عندها واستناداً إلى تحليل القوهي، يكون المثلث المنشىء CEF مشابهاً للمثلث ABG المطلوب. وهكذا نرى أن إنشاء مركز الاسطرلاب G هو مباشر.

[٧٧، ١٧] تُكتب هذه القضية على الشكل التالي: لتكن النقطتان C و D من المقطع AB، عيّن النقطة K من المقطع CD، بحيث:

$$\frac{AK \cdot KD}{BK \cdot KC} = \frac{E}{F}$$ ، هي نسبة معلومة.

فلتكن G وسط المقطع AD [انظر الشكل رقم (٨) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية]، و H وسط المقطع BC، نأخذ النقطة I على العمود في H على المستقيم AB بحيث:

$$\frac{DG^2}{CI^2} = \frac{E}{F},$$

ونأخذ النقطة L على المستقيم GI بحيث: $\frac{CG^2}{CL^2} = \frac{E}{F}$.

عندها نخرج المستقيم IK موازياً لِـ CL. ولنبرهن أن K هي النقطة المطلوبة. يفترض الاستدلال أن النقاط الأربع موجودة على الترتيب التالي A، C، D وB؛ فإذا كانت $K \in]CD[$، تكون عندها $K \in]AD[$ و $K \in]BC[$

البرهان:

$$IK//CL \Rightarrow \frac{GK}{IK} = \frac{GC}{CL},$$

إذاً يكون معنا:

$$\frac{GK^2}{IK^2} = \frac{E}{F}.$$

لكن النقطة G هي في وسط المقطع AD ومعنا $K \in]AD[$، لذلك يكون معنا:

$$(1)\ KA \,.\, KD + KG^2 = GD^2,$$

ومن ناحية ثانية، بما أن H هي في وسط BC وكما أن $K \in]BC[$، فيكون معنا:

$$(2)\ KB \,.\, KC + KH^2 = HC^2.$$

لنُضف HI^2 إلى طرفي المعادلة (2)، فنحصل على:

$$(3)\ KB \,.\, KC + IK^2 = IC^2.$$

نستنتج من المعادلتين (1) و(3):

$$\frac{KA \,.\, KD + KG^2}{KB \,.\, KC + IK^2} = \frac{E}{F}.$$

لكنه معنا:

$$\frac{CK^2}{IK^2} = \frac{E}{F},$$

فإذاً يكون:

$$\frac{KA \,.\, KD}{KB \,.\, KC} = \frac{E}{F};$$

والنقطة K هي إذاً النقطة المطلوبة.

نشير إلى أن بيان القضية لا يحدد المواضع النسبية للنقطتين D و H من جهة، والنقطتين C و G من جهة أخرى.

تحدد النقطة I على العمود في النقطة H على المستقيم AB بالمعادلة:

$$\frac{DG^2}{CI^2} = \frac{E}{F}.$$

ولكي تكون النقطة I موجودة، يجب أن تتحقق المتباينة:

$$CI > CH;$$

ولكن $DG = \frac{1}{2} AD$

وكذلك $CH = \frac{1}{2} BC$

يجب إذاً:

$$AD^2 > \frac{E}{F} . BC^2.$$

إذا وُجدت I، بإمكاننا إنشاء النقطة L على CG، وموضعها مرتبط بـ $\frac{E}{F}$.

ليس الإنشاء، الذي أشار إليه ابن سهل، ممكناً دائماً. ومع ذلك، فللقضية دائماً حل وحيد إذا كانت النقاط الأربع بالترتيب التالي: A وC وD وB.

وبالفعل، إذا أخذنا النقطة A كأصل على المستقيم المعطى وإذا اعتبرنا القيم c وd و b وx على التوالي الفواصل للنقاط C وD وB وk. ولنفترض:

$$b > d > x > c > 0.$$

فيكون حل القضية هو حل للمعادلة التالية:

$$\frac{x (d - x)}{(b - x) (x - c)} = \frac{E}{F} \Leftrightarrow x^2 (E - F) + x [Fd - E (b + c)] + E b c = 0.$$

فلنضع: $f(x) = x^2(E - F) + x [Fd - E (b + c)] + E b c$،

يكون معنا إذاً:

$$f(c) = F c (d - c) > 0$$

وكذلك:

$$f(d) = E (d - b) (d - c) < 0;$$

فيكون للمعادلة من الدرجة الثانية جذران، بحيث أحدهما يحقق $c < x < d$؛ وبذلك نستنتج أن للقضية إذاً حلاً واحداً دائماً.

[٧٩، ٥] تُكتب هذه المسألة بالشكل التالي: لتكن النقطة C (الشكل رقم (٩) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية) على المقطع المعطى AB، المطلوب هو تحديد النقطة L على المقطع CB بحيث:

$\frac{CA . CL}{AL . BL} = \frac{D}{E}$ هي نسبة معطية.

لتكن النقطة K في وسط المقطع AB، ثم نحدد على التوالي النقطة G، والمقطع H والنقطة I والنقطة L بالمعادلات التالية:

$$\frac{AC \cdot CG}{BK^2} = \frac{D}{E}, \quad \frac{AC}{KG} = \frac{D}{H}, \frac{GI^2}{KI^2} = \frac{H + (E/4)}{E/4}, \quad IL = IK,$$

ولنبرهن أن L هي النقطة المطلوبة.

تبيّن العلاقة التي تحدد النقطة I أن $GI > IK$، إذاً تكون النقطة L بين G وI، ولذلك نستطيع أن نكتب:

$$GK \cdot GL + KI^2 = GI^2,$$

عندئذ يكون معنا:

$$\frac{GK \cdot GL + KI^2}{KI^2} = \frac{H + (E/4)}{E/4},$$

وبذلك نحصل على:

$$\frac{GK \cdot GL}{KI^2} = \frac{H}{E/4}$$

ونحصل أيضاً على:

$$\frac{GK \cdot GL}{KL^2} = \frac{H}{E}.$$

ولكن:

$$\frac{D}{H} = \frac{AC}{KG} = \frac{AC \cdot GL}{GK \cdot GL},$$

فإذاً، تكون المعادلة:

$$(1) \quad \frac{AC \cdot GL}{KL^2} = \frac{D}{E}.$$

معنا أن النقطة K هي في وسط المقطع AB، فإذا كانت L بين A و B، يكون معنا إذاً:

$$AL \cdot BL + LK^2 = BK^2;$$

ونحصل على المعادلة:

$$(2) \quad \frac{D}{E} = \frac{AC \cdot CG}{AL \cdot BL + LK^2} = \frac{AC \cdot CL + AC \cdot GL}{AL \cdot BL + LK^2}.$$

نستنتج من المعادلتين (1) و (2):

$$\frac{AC \cdot CL}{AL \cdot BL} = \frac{D}{E},$$

تستجيب النقطة L إذاً للمسألة المطروحة.

نلاحظ أولاً أن موضع النقطة G هو محدد بالطول CG الذي يرتبط بالنسبة $\frac{D}{E}$. بإمكاننا افتراض وجود النقطة G على امتداد المقطع AC، لكن إذا كانت المتباينة $CB > CG$ محققة، عندها يمكن للنقطة G أن تكون بين C و B، أما إذا كانت المتباينة $CB < CG$ فتكون G وراء النقطة B. وإذا افترضنا أن النقطة I بين النقطتين G و K، عندها تكون النقطة L بين G و I.

أخذ ابن سهل G بين C و B، عندها أضحت L على المقطع BC، وبذلك يتحقق البرهان والنقطة L تستجيب للمسألة.

لكن المؤلف لا يبرهن أبداً ان النقطة L، التي هي على المقطع GI، هي بالضرورة على المقطع BC.

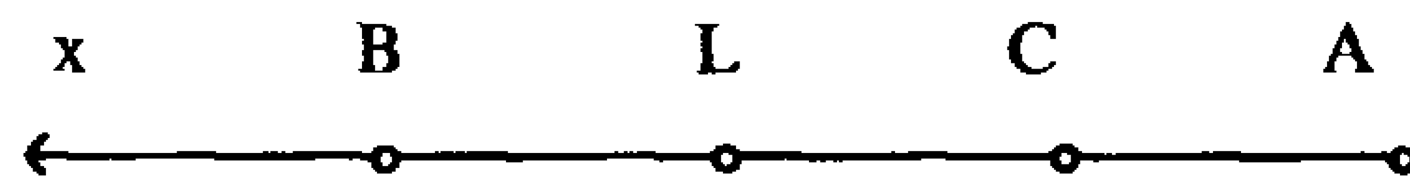
نشير بالتالي إلى إنه يمكن حلّ هذه المسألة بمعادلة من الدرجة الثانية.

وبالفعل، فلنأخذ على نصف المستقيم Ax النقاط B، C و L ذات الفواصل الإيجابية على التوالي b، c و x والتي تحقق المتباينات: $b > x > c > 0$. لنفترض أن $K = \frac{D}{E}$ تكون بذلك معادلة المسألة المطروحة هي التالية:

$$\frac{c\,(x-c)}{x\,(b-x)} = K,$$

والتي تكتب بالشكل التالي:

$$Kx^2 + x(c - b\,K) - c^2 = f(x) = 0.$$



تعطي هذه المعادلة جذرين $x' > 0 > x''$. يجب على الجذر الموجب أن يحقق المتباينة $b > x' > c$ لذلك يجب إذاً أن يكون معنا:

$$f(c) < 0 \Leftrightarrow K\,c\,(c-b) < 0 \Leftrightarrow c < b,$$

$$f(b) > 0 \Leftrightarrow c\,(b-c) > 0 \Leftrightarrow b > c.$$

فهذان الشرطان هما محققان، وللمسألة حل دائماً.

[٨١، ٣] معطيات هذه المسألة هي: دائرة L، نقطة A خارج هذه الدائرة، زاوية $\measuredangle DEM$ والنسبة $\frac{DE}{EM}$[انظر الشكل رقم (١٠) من النص الرابع، انظر ملحق

الأشكال الأجنبية]. المطلوب هو إخراج مستقيمين من النقطة A يلاقيان الدائرة في B و C بحيث تكون الزاوية $\measuredangle BAC$ تساوي الزاوية $\measuredangle DEM$ و $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{EM}$.

لتكن النقطة G على امتداد ED، نعيّن على القوس الكفوء HIN للزاوية MDG على الدائرة، ثم ننشىء، على نصف المستوي HIN، وعلى HN قوساً كفوءاً للزاوية DEM.

لتكن K النقطة المشتركة لهذا القوس وللدائرة (L,LA). يلقى المستقيم HK هذه الدائرة L على النقطة I. ثم نُخرج من L نصفي مستقيمين اللذين يلقيان الدائرة على النقطتين B و C بحيث إن:

$$\measuredangle ALC = \measuredangle KLN \text{ و } \measuredangle ALB = \measuredangle KLI.$$

حينئذ يكون معنا: $AL = KL$، $BL = IL$ و $\measuredangle ALB = \measuredangle KLI$ ويكون المثلثان ALB و KIN متساويين بالقياس، ولذلك يكون:

$$\measuredangle BAL = \measuredangle IKL \text{ و } AB = KI،$$

كما نبرهن بالطريقة نفسها أن:

$$\measuredangle CAL = \measuredangle NKL \text{ وأن } AC = KN$$

ونستنتج من ذلك الزوايا التالية:

$$\measuredangle BAC = \measuredangle IKN = \measuredangle MED.$$

ومن ناحية أخرى بما أن:

$\measuredangle HIN = \measuredangle MDG$، لذلك نحصل على $\measuredangle NIK = \measuredangle MDE$.

لكن مساواة الزاويتين $\measuredangle IKN = \measuredangle MED$ تعطينا أن المثلثين EMD و KNI هما متشابهان، إذاً يكون معنا:

$$\frac{KI}{KN} = \frac{ED}{EM}.$$

لكن بما أن $AB = KI$ و $AC = KN$، إذاً نحصل على النسبة:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{ED}{EM}.$$

فإذا وُجدت النقطة K، يحدّد هذا الإنشاء النقطتين B و C اللتين تستجيبان للمسألة.

لتكن النقطة P نقطة التقاء وسيط المقطع HN والقوس الكفوء، يكون إذاً:

إذا $LA > LP$، تكون النقطة K غير موجودة.

إذا $LA = LP$، عندها $K = p$؛ وللمسألة حل واحد.

إذا $LA < LP$ يكون للمسألة حلّان.

نشير إلى أن النقطة I، وهي نقطة التقاء المقطع HK بالدائرة ذات المركز L، بإمكانها أن تكون على أحد القوسين المفصولين بالمقطع HN، أو على النقطة H عندئذ يكون المستقيم KH، في هذه الحالة الأخيرة، مماساً للدائرة L. ويكون معنا في الحالات الثلاث $\measuredangle KIN = \measuredangle MDE$.

[٨٢، ١٥] معطيات هذه المسألة هي: الدائرة K والنقطة A خارج هذه الدائرة والزاوية $\measuredangle DEM$ وطول G. المطلوب هو إخراج مستقيمين من A [الشكل رقم (١١) من النص الرابع، انظر ملحق الأشكال الأجنبية] واللذين يلقيان الدائرة على B و C حيث إن:

$$\measuredangle BAC = \measuredangle MEN \text{ و } BC = G.$$

لنخرج وتراً حيثما اتفق HI ذا طول G، ولننشئ على HI قوساً كفوءاً للزاوية MED. ولنخرج الدائرة (K,AK). ولتكن N، إذا وُجدت نقطة مشتركة لهذه الدائرة وللقوس الكفوء. وليكن المستقيمان KB و KC مخرجين من K بحيث إن $\measuredangle AKB = \measuredangle NKH$ و $\measuredangle AKC = \measuredangle NKI$.

عندها يكون المثلثان NHK و ABK متساويين بالطول، وكذلك المثلثان NIK و ACK من جهة، والمثلثان HKI و BKC من جهة أخرى. فإننا نستنتج من ذلك أن:

$$BC = HI = G \text{ و } \measuredangle MED = \measuredangle HNI = \measuredangle BAC.$$

نشير إلى أن وسيط المقطع HI يقطع القوس الكفوء على النقطة N_1.

فإذا كان معنا $AK > AN_1$، تكون المسألة من دون حل.

أما إذا كان معنا $AK = AN_1$، يكون المثلث HN_1I متساوي الضلعين وكذلك المثلث ABC والمحور هو AK.

وإذا كان معنا $AK < AN_1$، فعندها تلقى الدائرة (K,AK) القوس الكفوء على نقطتين N و N′ متناظرتين بالنسبة إلى وسيط المقطع KN_1. وفي هذه الحالة يكون للمسألة حلان متناظران بالنسبة إلى AK.

[٨٣، ١٠] «صورة»، بالنسبة إلى معنى هذا المصطلح في كتاب **المناظر** لابن الهيثم [انظر: Rashid, «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham,» pp. 278-280].

[٨٥، ١٠] «فزاوية $\overline{\text{ك ه ا}}$ أصغر من زاوية $\overline{\text{ك ه ط}}$». الانكسار الحاصل من الوسط الكثيف إلى الوسط اللطيف، يعطي بحسب ابن الهيثم $d < (i + d)/2$. إلا أن هذه الحالة ليست دائماً محققة [انظر: Rushdi Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique,» *Revue d'histoire des sciences*, no. 21 (1968), p. 204]: بالتالي، فهذا البرهان غير صحيح دائماً مع أن الشرط $d < i/2$ هو محقق في حالة التجارب والأجهزة المستعملة. فقد تفحص مصطفى نظيف هذه الحالات المختلفة [انظر: نظيف، **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**، ص ٧٤٤ ـ ٧٧٣].

[٩١، ٩] إذا كانت النقطة A مرئية والنقطة B هي العين، فالانكسار لا يحصل إلا في مستوٍ قطري، كما في السابق.

يطبق ابن الهيثم مبدأ الرجوع المعاكس للضوء (العودة المتطابقة) ويستنتج منه أن لنقطتين معطيتين A و B، تكون النقطة E وحيدة في الحالة الثانية كما في الأولى.

[٩٢، ١١] وبالفعل فالمقصود هو الحد الأقصى للنسبة i/d. إلا أن هذه النسبة هي دالّة متناقصة مع i في المجال $[0, i'_0]$، i'_0 هي القيمة الحد لِـ i [المصدر نفسه، ص ٢٠٣ـ٢٠٤]. عندما تكون i قريبة من الصفر، تكون النسبة i/d في حدها الأقصى. يكون معنا إذاً في هذه الحالة:

$$i \approx n\,r,\ \ d = r - i \approx \frac{1}{n} i - i \approx i\left(\frac{1}{n} - 1\right) = i.\frac{1 - n}{n},$$

وعندما تميل $i \to o$ ، $\frac{n}{1-n} \to \frac{i}{d}$ وهو حدها الأقصى.

إذا $n = \frac{2}{3}$ ، تكون القيمة القصوى لِـ $\frac{i}{d}$ تساوي ٢، لذلك يجب أن تكون في هذه الحالة:

$$\measuredangle GEK = 4 \measuredangle KEI.$$

[٩٣، ٩] يجب أن نفترض هنا، وكما فعل ابن الهيثم ضمناً، أن i قريبة من الصفر وأن $i/d \approx i/\measuredangle GKE$. لكن i/d تظل أصغر من حدها الأقصى، إذاً $d \approx \measuredangle GKE$ مع $\measuredangle GKE > d$. وهكذا فالشعاع المنشأ EA لا يعطي إلا على وجه التقريب الشعاع المنكسر المقرون بـ BE. وكلما اقتربت E من C، كلما تحسنت المقارنة. فالزاوية $\measuredangle HEA$ التي حصلنا عليها يقسمها الخط EL في النسبة.

$m = \frac{\measuredangle HEL}{\measuredangle LEA}$ وهو الحد الأقصى لِـ $\frac{i}{d}$.

تجدر الإشارة إلى أن الفارسي، في شرحه **كتاب المناظر** لابن الهيثم [انظر: كمال الدين الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر**، مج ٢، ص ١٧٤]، لاحظ أن زاوية الانحراف لا تستطيع أن تكون أصغر من الزاوية $\measuredangle LEA$.

وبالعكس، إذا كانت النقطة A ثابتة، فلكل نقطة E نقرن زاوية AEH. إذا كان القوس CE صغيراً بما فيه الكفاية وإذا قسّمنا $\measuredangle HEA$ في النسبة m، نحصل على المستقيم LE الذي يلقي امتداد AD في النقطة B. وهكذا نحصل لكل نقطة E قريبة من C، على نقطة B وحيدة بحيث إن الشعاع BE ينكسر باتجاه A.

[٩٥، ١] «... المبصر». يميز ابن الهيثم هنا بين صورة B، التي هي تقاطُع الأشعة الصادرة عن B بعد انكسارها مع الشعاع BC العمودي على الكرة والتي تستطيع العين رؤيتها.

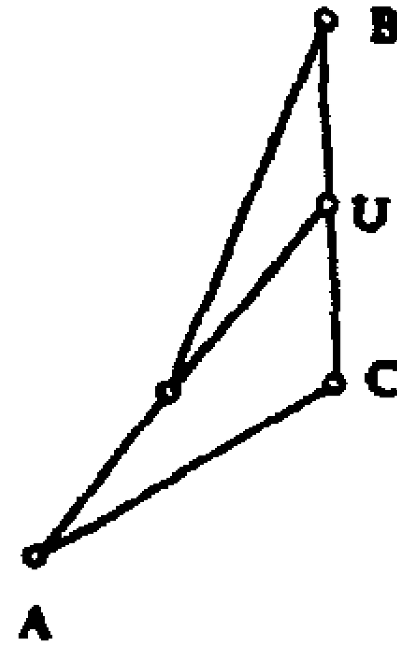
[٩٧، الشكل رقم (٦)] باستثناء الأحرف، فهذا الشكل موجود في النص اللاتيني.

[٩٩، ٣] D هي في داخل كل من الزاويتين ACB و AMB، والنقطتان C و M تقعان في الجهة نفسها بالنسبة إلى AB؛

لذلك يكون معنا:

$$\measuredangle BCA = \measuredangle U - \measuredangle A,$$

$$\measuredangle BMA = \measuredangle U + \measuredangle B$$



حيث نستنتج إن:

$$\measuredangle BMA > \measuredangle BCA.$$

[٩٩، ٦] انظر الملاحظة السابقة.

[٩٩، ١٠] وبالفعل $\measuredangle ACH = r$ و $\measuredangle AMH = r_1$، والافتراض $i_1 < i$ كل هذا يعطينا:

$$r_1 - d_1 < r - d \Leftrightarrow d - d_1 < r - r_1.$$

[١٠١، الشكل رقم (٧)] باستثناء الأحرف، هذا الشكل موجود في النص اللاتيني.

[١٠٢، ٨] تقع النقطة M بين C و D، معنا $\measuredangle BMA < \measuredangle BCA$؛ إذاً فالشرط المزدوج $\measuredangle BMA \leqslant \measuredangle BCA$ هو مستحيل.

[١٠٤، ٤] انظر الشكل رقم (٢) من النص الخامس والصفحة ٩١.

[١٠٦، الشكل رقم (١) من النص السادس، انظرِ ملحق الأشكال الأجنبية] دراسة الكاسر تبيّن أنه إذا كان القوس BI أصغر من القوس BC، حينئذٍ يكون EL > EH، إذاً يتلاقى المقطعان CH و IL. وكذلك يتلاقى المقطعان MK و NO، ويكون معنا DK > DO. تجدر الإشارة إلى أن الشكل يعطي في المخطوطة بأن EH > EL، هذا ما صححناه. فهذا الخطأ موجود في النسخة التي اشتغلها الفارسي. وقد لاحظ هذا الأخير في شرحه، [الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر**، مج ٢، ص ٢١٥ ـ ٢١٦] أن الشكل غير صحيح واقترح تصحيحاً مشابهاً للشكل المقترح هنا.

[١١٠، ٦] إذا بدلنا الكرة بأسطوانة من البلّور ذات دائرة دليلة BCDG

وراسمات عمودية على مستوي هذه الدائرة، يظل البرهان السابق صحيحاً للأقواس CI و MN. لكن المنطقة الكروية المرسومة من القوس IC تلتقي فقط مع السطح الأسطواني بواسطة القوس IC ونظيره I_1C_1. ونرى المستقيم KO مزدوجاً، كما نرى أن كل واحدة من الصورتين بقطر ظاهري غير منعدم، ويُساوي الزاوية CAI.

وهكذا نفهم شرح الفارسي [المصدر نفسه، مج ٢، ص ٢١٦] عندما يكتب ما معناه: «أقول أن الفائض في مقدار الطول ممنوع دائماً، بينما الفائض في مقدار العرض مسموح به إذا كان لِـKO عرض، وهذا مبرهن بخصوص الكرة المحرقة»[٦].

[١١١، ١٣] «المقالة السابعة من كتابنا في المناظر» [انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **كتاب المناظر، المقالة السابعة** (استانبول، سليمانية، فاتح، ٣٢١٦)، ص ٢٧ظ ـ ٢٨و؛ ٣٤و ـ ٣٤ظ وص ٥٦و.

«وإذا صادفت الأضواء الممتدة في الجسم المماس للضوء الذي هو مبدأها جسماً مخالف الشفيف لشفيف الجسم الذي هي فيه، فإن ما كان منها على خطوط قائمة على سطح الجسم الثاني امتد على استقامته في الجسم الثاني، وما كان منها على خطوط مائلة على سطح الجسم الثاني انعطف في الجسم الثاني ولم ينفذ [ص ٢٨و] على استقامته وامتد في الجسم الثاني على سموت خطوط مستقيمة غير الخطوط الأولى التي كان ممتداً عليها في الجسم الأول. وأن الضوء إذا كان منعطفاً يكون الخط الذي امتد عليه الضوء في الجسم الأول والخط الذي انعطف عليه في الجسم الثاني في سطح واحد مستوٍ، وأن انعطاف الضوء إذا خرج من الجسم الألطف إلى الجسم الأغلظ يكون إلى جهة العمود الخارج من موضع الانعطاف القائم على سطح الجسم الأغلظ على زوايا قائمة، وإذا خرج من الجسم الأغلظ إلى الجسم الألطف كان انعطافه إلى ضد الجهة التي فيها العمود الخارج من موضع الانعطاف القائم على سطح الجسم الألطف على زوايا قائمة». [انظر أيضاً: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique].

[١١١، ١٤] المصطلح «سَبَرَ» مستعمل هنا كمرادف لِـ«اعتبر» ـ انظر الملاحظة الإضافية [٢٥، ١٢]. هذا الاستعمال هو مبرر. وقد أكد هذا المعنى

(٦) ترجم هذا النص عن الفرنسية (المترجم).

شعراء النصف الأول من القرن السابع [انظر: أبو محيان الثقفي، **ديوان أبي محيان الثقفي** (حلب: منشورات م. فاخوري، ١٩٨٢)، ص ١٦٥ ـ ١٦٦]. في شرح هذا الديوان من قِبل لغوي القرن العاشر أبو هلال العسكري (المتوفى بعد ٣٩٥)، الكلمة «مسابر» (ج. مسبر) تشير إلى المجسّات التي تقيس عمق الجروح.

بهذا المعنى التقني نلقي هذه الكلمة: سَبَر و قاسَ قبل أن نأخذ المعنى العام لاكتشف وتفحّص؛ أو، كما كتب العسكري، أصبح الاستعمال شائعاً «ثم كثر حتى جعلت التجربة سبراً». [انظر: المصدر نفسه، ص ١٦٦].

[١١١، ١٤ـ١٥] وبالفعل، تقرأ في **مناظر** بطليموس (§ ٣١، ص٢٤٣) بخصوص انكسار الشعاع المرئي:

«In transitu enim eius a subtiliori corpore ad grossius declinat ad perpendicularem; in transitu autem eius a grossiori corpore ad subtilius declinat ad diversam perpendiculari partem».

[١١٢، ٦ـ٨] يعطي بطليموس (§ ١٨، ص ٢٣٤) الجدول التالي لانكسار هواء/زجاج:

الاسقاط	١٠°	٢٠°	٣٠°	٤٠°	٥٠°	٦٠°	٧٠°	٨٠°
الانحراف	٧°	١٣°٣٠'	١٩°٣٠'	٢٥°	٣٠°	٣٤°٣٠'	٢٨°٣٠'	٤٢°

[١١٢، ٨] تجدر الإشارة إلى أن ابن الهيثم يحدد زاوية الإسقاط بـ«الزاوية المحددة بالشعاع والناظم». بينما يسميها الفارسي «العطفية». أما زاوية الانكسار، «الانعطاف»، التي تقابل زاوية الانحراف بمصطلحنا الحديث؛ وهي الزاوية التي يُحدثها الشعاع المنكسر مع امتداد الشعاع الساقط. فزاوية الانكسار، بالمعنى الحديث، تقابل زاوية الشعاع المنكسر مع الناظم، الزاوية التي أشار إليها ابن الهيثم بـ«الزاوية التي تبقى بعد الانكسار» يعني $r = i - d$.

[١١٢، ١٥] هذه المقالة لابن الهيثم عن «المزولة»، غير المدروسة سابقاً، ستُثبت وتترجم في [أعمال ابن الهيثم الرياضية لرشدي راشد]. نذكر هنا التحليل للمقدمة ٣ من هذه المقالة التي يستند اليها ابن الهيثم. هذه المقدمة كما نصها المؤلف مفادها:

«إذا فصلنا عن دائرة قوسين مختلفين وإذا قسمنا القوسين وفق النسبة نفسها

بشكل أن القسم الأكبر من القوس الأكبر لا يكون أكبر من ربع الدائرة، عندئذٍ تكون نسبة جيّب القسم الأكبر للقوس الصغير على جيب القسم الصغير لهذا أكبر من جيب القسم الكبير للقوس الكبير على جيب القسم الصغير لهذا القوس»[٧].
[انظر: أبو علي محمد بن الحسن بن الهيثم، **خطوط الساعات** (استانبول، المتحف العسكري، ٣.٢٥)، صفحات غير مرقمة، و(عاطف، ١٧١٤/٧)، ص ٦٠ ظ].

نستطيع إعادة كتابة هذه المقدمة:

المقدمة ٣ ـ لتكن على دائرة النقاط A, B, C بحيث يكون:

$$\frac{\pi}{2} \geqslant \widehat{AB} > \widehat{BC},$$

والنقطة D على $\widehat{BA}$ و E على $\widehat{BC}$ بحيث يكون:

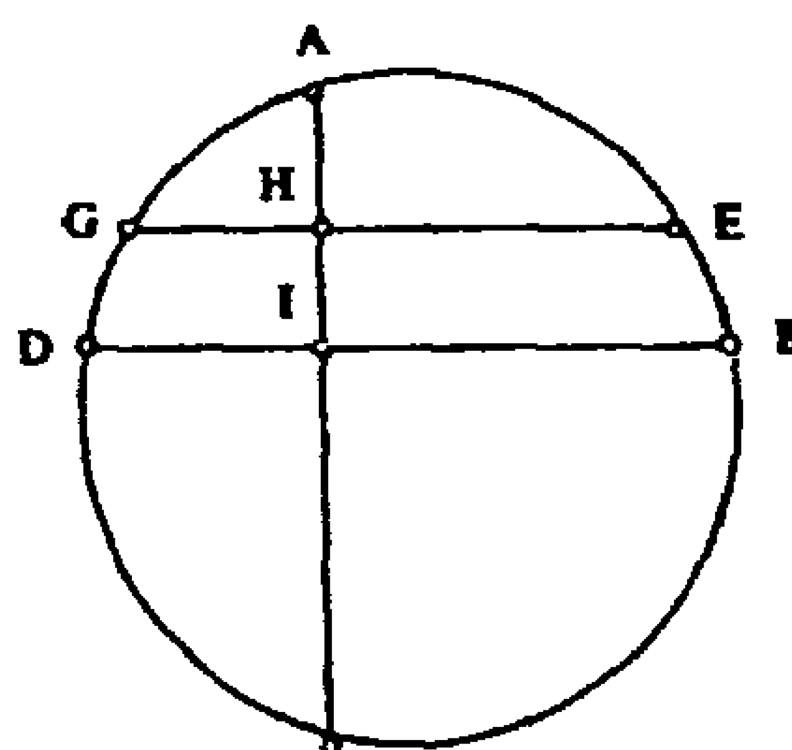
$$\frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} = \frac{\widehat{BA}}{\widehat{BC}}$$

عندئذٍ: $\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}$.

لبرهان هذه المقدمة، يبين ابن الهيثم أولاً مقدمتين اثنتين أخريين وهما:

المقدمة ١ ـ لنأخذ على دائرة وترين متوازيين EG و BD من جهة واحدة بالنسبة إلى المركز، $\widehat{EG} < \widehat{BD} < \pi$. يقطع الخط العمودين على هذين الوترين القوس EG في A، والوتر EG في H والوتر BD في I، عندئذٍ:

$$\frac{AI}{AH} > \frac{\widehat{AD}}{\widehat{AG}} \quad و \quad \frac{AI}{IH} < \frac{\widehat{AD}}{\widehat{DG}}$$



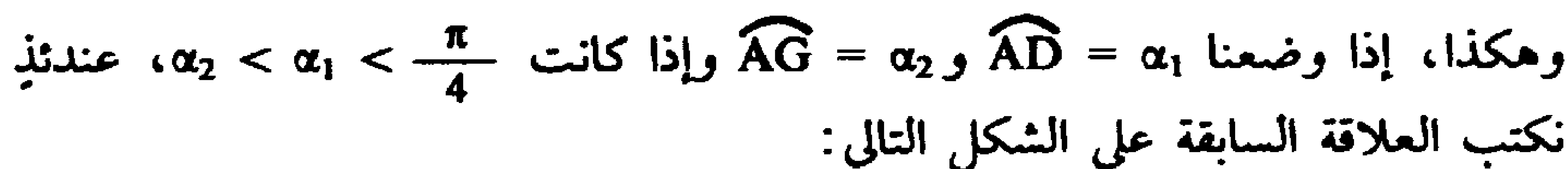
المقدمة ٢ ـ لنأخذ على دائرة الأقواس $\widehat{AB}$ و $\widehat{AD}$ بحيث يكون:

$$\widehat{AB} \leqslant \frac{\pi}{2} \quad و \quad \widehat{AD} = \frac{1}{2}\widehat{AB}.$$

إذا كانت E على AB و G على AD بحيث يكون $\frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AG}$ ، عندئذٍ:

$$\frac{\sin \widehat{AD}}{\sin \widehat{AG}} > \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{AE}}.$$

(٧) ترجم هذا النص عن الفرنسية (المترجم).

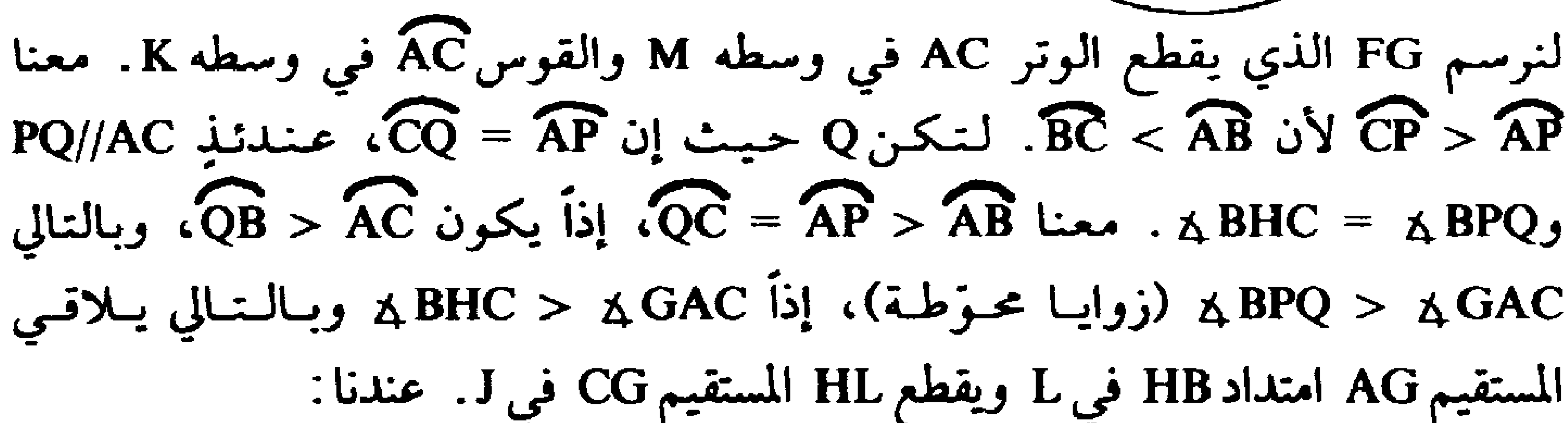


وهكذا، إذا وضعنا $\widehat{AD} = \alpha_1$ و $\widehat{AG} = \alpha_2$ وإذا كانت $\frac{\pi}{4} > \alpha_1 > \alpha_2$، عندئذٍ نكتب العلاقة السابقة على الشكل التالي:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} > \frac{\sin 2\alpha_1}{\sin 2\alpha_2}.$$

عندها نكتب برهان ابن الهيثم مجدداً للمقدمة التالية:

لتكن F مركزاً للدائرة، فالمستقيم FB يقطع AC في H، و DE في I والدائرة في P. يلتقي المماسان في A و C على الدائرة في النقطة G لأن $ABC < \pi$. يكون عندنا حالتان: الحالة الأولى: لنفترض أن $\widehat{AB} > \frac{\pi}{2}$ عندئذٍ تكون $\widehat{AP} < \frac{\pi}{2}$.



لنرسم FG الذي يقطع الوتر AC في وسطه M والقوس $\widehat{AC}$ في وسطه K. معنا $\widehat{AP} < \widehat{CP}$ لأن $\widehat{AB} > \widehat{BC}$. لتكن Q حيث إن $\widehat{AP} = \widehat{CQ}$، عندئذٍ PQ//AC و $\measuredangle BPQ = \measuredangle BHC$. معنا $\widehat{AB} < \widehat{AP} = \widehat{QC}$، إذاً يكون $\widehat{AC} < \widehat{QB}$، وبالتالي $\measuredangle GAC < \measuredangle BPQ$ (زوايا محوّطة)، إذاً $\measuredangle GAC < \measuredangle BHC$ وبالتالي يلاقي المستقيم AG امتداد HB في L ويقطع HL المستقيم CG في J. عندنا:

$$\frac{AH}{HC} = \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{BC}} \text{ و } \frac{DI}{IE} = \frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}}.$$

لكن:

$$\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} > \frac{\sin \widehat{AB}}{\sin \widehat{BC}}.$$

وبالفعل، إذا اعتبرنا الأقواس المضاعفة $\widehat{BA'} = 2\widehat{AB}$ و $\widehat{BC'} = 2\widehat{BC}$ وأوتارها، يكون معنا:

$$\pi > \widehat{BA'} > \widehat{BC'} \text{ و } \frac{\widehat{BA'}}{\widehat{BC'}} > \frac{BA'}{BC'}.$$

والحال أن بطليموس قد أثبت هذه الخاصة [انظر: Claudius Ptolemaeus
Composition mathématique de Claude Ptolémée, trad. de N. Halma, 2 vols.
(Paris: [s. n.], 1813), vol. 1, pp. 34-35].

ينتج من ذلك أن: $\frac{AH}{HC} > \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}}$ ؛ وكذلك $\frac{DI}{IE} > \frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}}$.

ليكن BS عمودياً على AC، عندئذ تكون معنا المتباينة $\frac{\widehat{KC}}{\widehat{BC}} > \frac{MC}{CS}$.

وذلك استناداً إلى المقدمة الأولى، وينتج من ذلك:

$$\frac{\widehat{AC}}{\widehat{BC}} > \frac{AC}{CS} \text{ و } \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} > \frac{AS}{CS}.$$

ولتكن النقطة T من AC حيث إن $\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} = \frac{AT}{TC}$ ولذلك فهي واقعة بين H و S.

ليكن JL_a عمودياً على AC، وتكون النقطة L_a واقعة بين S و C فنحصل على:

$$\frac{AL_a}{L_aC} > \frac{AS}{SC} > \frac{AT}{TC}.$$

لنفرض CV موازٍ لِـAG، والنقطة V موجودة على JL_a، فيكون معنا:

$$\measuredangle ACV = \measuredangle CAG = \measuredangle ACG,$$

وينتج من ذلك أن:

$$CV = CJ \text{ و } L_aV = L_aJ$$

يقطع المستقيم VT المستقيم AG في O، فيكون معنا:

$$\frac{AO}{CV} = \frac{AT}{TC} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}}$$

وبذلك يكون:

$$\frac{AO}{CJ} = \frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} = \frac{\widehat{BD}}{\widehat{BE}} = \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CE}}.$$

إن الموازي لِـAC، المُخرج من النقطة O، يلقى المستقيم FL في النقطة N، ويكون معنا AT > TC، وينتج من ذلك AO > CJ. وتكون إذاً النقطة N وراء النقطة J. وتكون $\measuredangle NAC = \measuredangle ANO$ زاوية حادة، ولذلك تكون $\measuredangle AON$ زاوية منفرجة.

لتكن النقطة I′ هي التقاء المستقيم AN مع الدائرة. فتكون هنالك ثلاث

حالات ممكنة للنقطة D:

أ) موضع النقطة D بين النقطتين A و I′.

يقطع المستقيم AD المستقيم ON في S′ والمستقيم FL في U. فيكون معنا:

$AU > AS' > AO$ و $\frac{AU}{CJ} > \frac{AO}{CJ}$.

وينتج من هذا ان:

$$\frac{AU}{CJ} > \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CE}}.$$

يقطع المستقيم CE المستقيم FL في النقطة R؛ فتكون الزاوية $\measuredangle CBH$ حادة، وينتج من ذلك أن الزاويتين $\measuredangle CBR$ و $\measuredangle CRJ$ هما منفرجتان، ويكون معنا المتباينة $CJ > CR$ وكذلك:

$$\frac{AU}{CR} > \frac{AU}{CJ} > \frac{AD}{CE} > \frac{\widehat{AD}}{\widehat{CE}} \Rightarrow \frac{AU}{AD} > \frac{CR}{CE} \Rightarrow \frac{UD}{AD} > \frac{RE}{CE} \Rightarrow \frac{DU}{UA} > \frac{ER}{RC}.$$

يلقى المستقيم DC المستقيم BH في النقطة W. تعطينا مبرهنة مينلاؤس مطبقة على المثلث ADC وعلى الخط المعترض UWH:

$$\frac{HC}{HA} \cdot \frac{UA}{UD} \cdot \frac{WD}{WC} = 1;$$

وبإمكاننا أن نكتب:

$\frac{CH}{HA} = \frac{CW}{WD} \cdot \frac{DU}{UA}$ و $\frac{CW}{WD} = \frac{CH}{HA} \cdot \frac{UA}{UD}$.

كما يعطينا تطبيق المبرهنة نفسها على المثلث DEC وعلى الخط المعترض RIW:

$$\frac{WD}{WC} \cdot \frac{RC}{RE} \cdot \frac{IE}{ID} = 1,$$

وينتج من ذلك ان:

$$\frac{WC}{WD} = \frac{IE}{ID} \cdot \frac{RC}{RE}.$$

فيكون معنا إذاً:

$$\frac{ID}{IE} \cdot \frac{ER}{RC} = \frac{AH}{HC} \cdot \frac{DU}{UA}.$$

ولكن بما ان:

$$\frac{DU}{UA} > \frac{ER}{RC},$$

نحصل على:

$$\frac{DI}{IE} > \frac{AH}{HC};$$

وبالتالي:

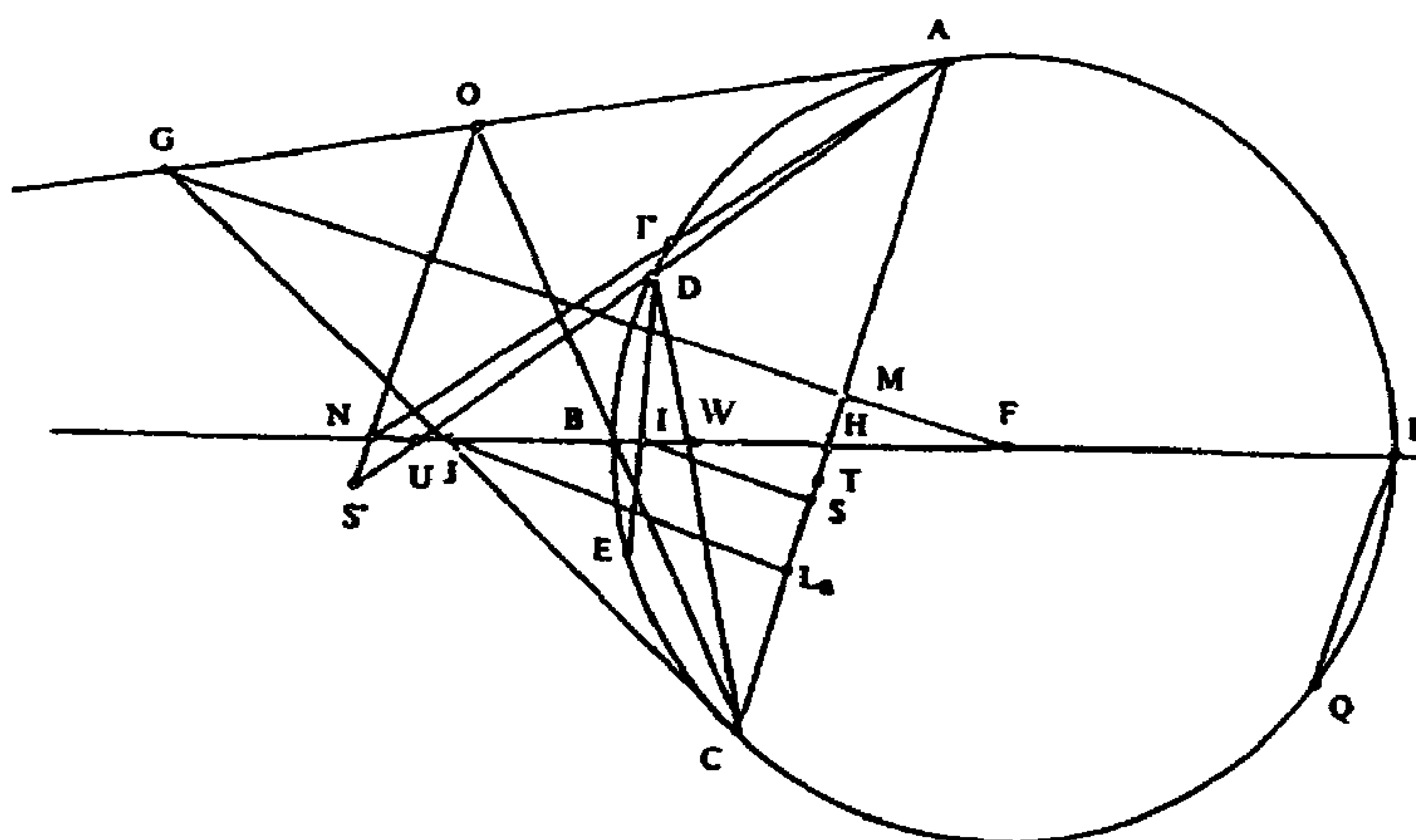
$$\frac{\sin \widehat{DB}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}.$$

ب) وفي حال كانت النقطة D موجودة في I'، يكون معنا عندئذ:

$S' = N = U$ و $AN > AO$،

ويجري البرهان بالطريقة نفسها.

ج) وفي حال كان موضع النقطة D بين I' و B نحصل على الشكل التالي:



نفتش، في هذه الحالة، عن عدد صحيح n بحيث إنه، إذا كان القوس $\widehat{BD'} = 2^n \widehat{BD}$، تكون النقطة D' بين I' و A، فنقرن بها E' بحيث إن: $\widehat{AE'} = 2^n \widehat{BE}$. فالاستدلال المطبق سابقاً على النقطتين D' و E' يعطينا أن:

$$\frac{\sin \widehat{BD'}}{\sin \widehat{BE'}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}.$$

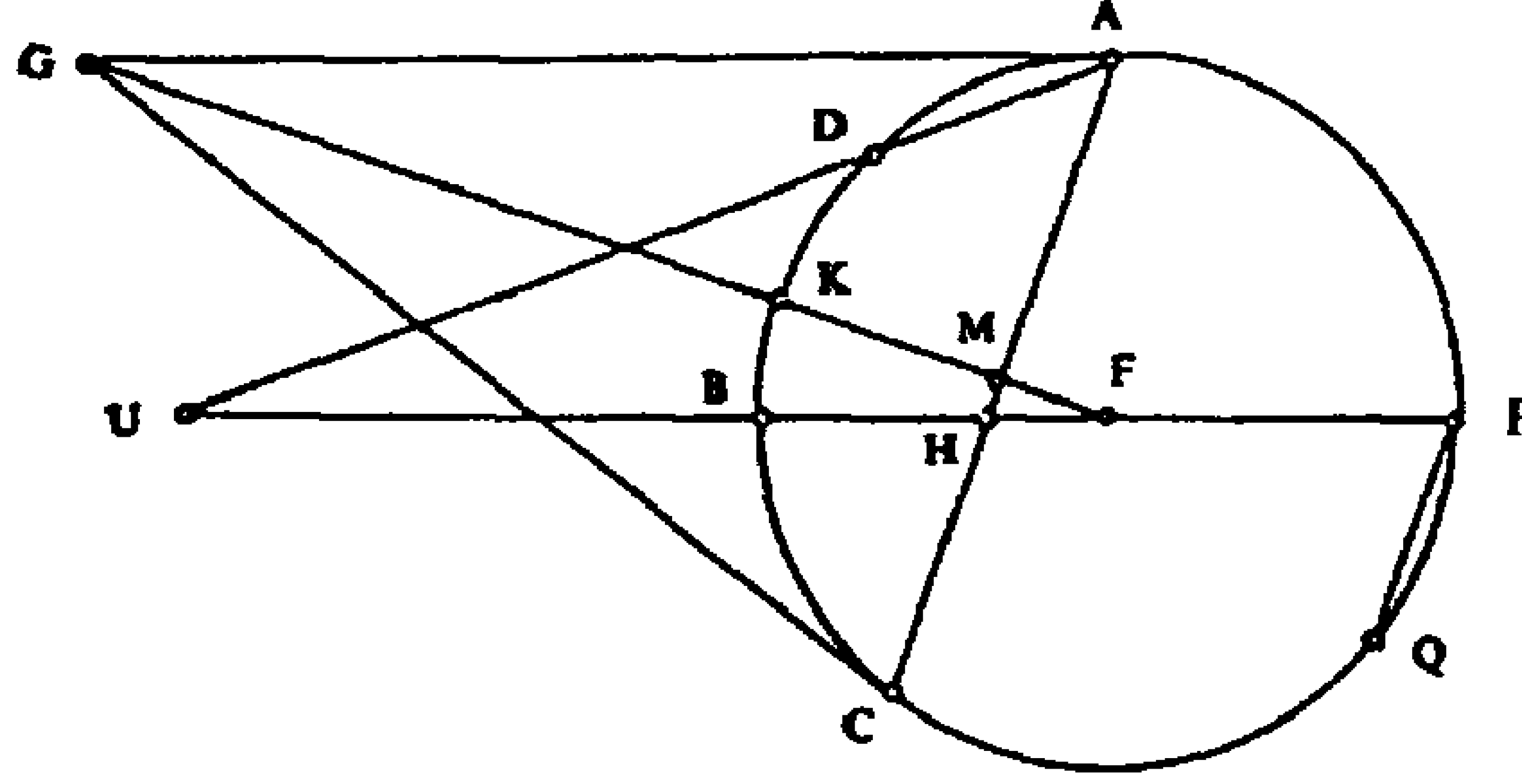
ولكن بتطبيقنا المقدمة ٢ نحصل على المتباينات:

$$\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin 2\widehat{BD}}{\sin 2\widehat{BE}} > \dots > \frac{\sin 2^n\widehat{BD}}{\sin 2^n\widehat{BE}},$$

ويكون بإمكاننا إذاً أن نكتب:

$$\frac{\sin \widehat{BD}}{\sin \widehat{BE}} > \frac{\sin \widehat{BD'}}{\sin \widehat{BE'}} > \frac{\sin \widehat{BA}}{\sin \widehat{BC}}.$$

الحالة الثانية: إذا كانت $\widehat{AB} = \frac{\pi}{2}$، عندها تكون $\widehat{AP} = \widehat{QC} = \frac{\pi}{2}$.



في هذه الحالة يصبح المستقيم GA المماس في A موازياً لِـFB. ومهما يكن موضع النقطة D، فالمستقيم AD يلقى FB في نقطة U. ويجري البرهان كالسابق.

وهكذا أعطى ابن الهيثم البرهان لهذه المقدمة الثالثة. أي أن لكل نقطة D حيث تكون $\widehat{BA} > \widehat{BD}$، يمكننا إثبات أن:

$$\frac{ID}{IE} = \frac{RE}{RC} = \frac{HA}{HC} \cdot \frac{UD}{UA}.$$

لكن ولكي نتوصل إلى الاستنتاج، يجب أن نبرهن ان $\frac{RE}{RC} > \frac{UD}{UA}$.

عندئذ يميز ابن الهيثم ثلاث حالات:

- $D \in \widehat{AI'}$، في هذه الحالة يكون $AU > AO$،

- $D = I'$، يكون معنا أيضاً $AU > AO$؛

ونستطيع في هاتين الحالتين الاستنتاج.

- لكن إذا كانت $D \in \widehat{I'B}$، فالنقطة S' هي على امتداد ON، والنقطة U هي بين N و B، يكون معنا $AN > AO$، ولكن بما أن $AU < AN$، فباستطاعتنا الحصول على $AU < AO$، $AU = AO$، أو $AU > AO$ وبذلك يكون متعذراً تطبيق استدلال الحالة الأولى. لهذا السبب رأينا ابن الهيثم يذلّل الصعوبة كما رأينا في الحالة (ج).

إن وجود العدد الصحيح n يطرح صعوبة جديدة. وبالفعل، إذا افترضنا $\widehat{BA}$

$\widehat{BI'} = \beta$ و $= \alpha$ (بحيث إن $\frac{\pi}{2} > \alpha > \beta$) و $BD = \gamma$. فإذا كانت $\gamma < \beta$ نفتش عن عدد صحيح n حيث إن: $\gamma_n = 2^n . \gamma$. وتحقق γ المتباينة المزدوجة: $\beta < \gamma_n < \alpha$ (mod 2π).

فالمسألة ليست ممكنة دائماً عكس ما تصور ابن الهيثم. ولنأخذ مثلاً $\gamma = 3°$ فالمتتالية (γ_n) $n \geqslant 0 = (3.2^n)$ تعطينا ٣، ٦، ١٢، ٢٤، ٤٨، ٩٦، ١٩٢، ٣٨٤... فتكون $\gamma_7 = 3.2^7 = 24$ (mod 360)، وكذلك $\gamma_8 = 48$ (mod 360). فإذا لحظنا D_n النقطة المقرونة بـγ_n، يكون معنا:

$$D_3 = D_7, D_4 = D_8, \ldots, D_n = D_{n+4}$$

إذاً مهما يكن انتماء β إلى المجال $]48, \alpha[$ مع العلم أن $\alpha \leqslant 90$، فمن غير الممكن إيجاد D_n بين I' و A.

بإمكان هذه الصعوبات أن تفسّر تلك التي صادفها لاحقاً الفارسي في تحرير هذه القضية وكما يكتب [انظر: الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر**، ص ١٣٤، الأسطر ١٣ ـ ١٥/١٦ ـ ١٧]:

«لكن بما أن النسخة كانت متلفة جداً، لم أستطع قراءتها، ولذلك اكتفيت بذكر النص. وإذا ما استطعت قراءتها لاحقاً سأزيد التحرير في هذا المكان»[٨].

ثم توقف الفارسي في شرحه عند الشرط الذي صاغه ابن الهيثم في مقالته هذه **خطوط الساعات أو المزولة**[٩]، ولكن الغريب في الأمر أنه لم يذكره في مقالته لـ **الكرة المحرقة** والذي هو:

$$\widehat{BC} < \widehat{AB} \leqslant \frac{\pi}{2}.$$

في حين أن هذا الشرط ليس ضرورياً. أضف إلى ذلك أن ابن الهيثم نفسه طبّق مقدمته الثالثة في القضيتين ٣ و ٤ التابعتين لـ **الكرة المحرقة** حيث اعتبر القوس $\widehat{TJ}$، الذي بإمكانه أن يكون أكبر مقداراً من $\frac{\pi}{2}$ لبعض قيم i، لأن $\widehat{TJ} > 4d$ وهذا ما ليس من الممكن أن يفوت ابن الهيثم.

وبالفعل، لنسترجع النص ولنفرض $\widehat{BD} = \beta_1$، $\widehat{BE} = k\beta_1$، $\widehat{BA} = \alpha_1$،

---

(٨) نقلت هذه الجملة عن الترجمة الفرنسية (المترجم).

(٩) (المترجم).

$\widehat{BC} = k\alpha_1$، مع $k < 1$؛ فنكتب شرط ابن الهيثم مجدداً:

$$\beta < \alpha_1 < \frac{\pi}{2}.$$

يكفي، بالفعل، أن نأخذ $\alpha_1 = 120°$، $\beta_1 = 90°$ و $k = 1/2$، لكي نحصل على:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin k\, \alpha_1} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin k\, \beta_1} = \sqrt{2}$$

لنرَ أن الشرط $\alpha_1 < \frac{\pi}{2}$ هو محدِّد.

بإمكاننا من جهة أخرى أن نبرهن أن القضية تبقى صحيحة في حال $\beta_1 < \alpha_1 < \pi$. وبالفعل، لنفرض أن:

$$f(x) = \frac{\sin x}{\sin k\, x} \quad \text{مع} \quad K < 1؛$$

ولنبرهن أن الدالة f المحددة على المجال $]0,\pi[$ هي متناقصة في هذا المجال. إننا نحصل على الدالة المشتقة التالية:

$$f'(x) = \frac{\cos x \,.\, \sin k\, x - k \cos k\, x \,.\, \sin x}{\sin^2 k\, x},$$

$$= \{\sin (k\, x - x) + \frac{1-k}{2} [\sin (x + k\, x) + \sin (x - k\, x)]\} \frac{1}{\sin^2 k\, x},$$

$$= [\frac{1+k}{2} \sin (k\, x - x) + \frac{1-k}{2} \sin (x + k\, x)] \frac{1}{\sin^2 k\, x},$$

$$= \frac{1-k^2}{2 \sin^2 x} [\frac{\sin x\, (1+k)}{1+k} - \frac{\sin x\, (1-k)}{1-k}].$$

ولنفرض أن:

$$g(x) = \frac{\sin x\, (1+k)}{1+k} - \frac{\sin x\, (1-k)}{1-k},$$

يكون معنا: $g(0) = 0$ و $g'(x) = -2\sin x .\ \sin k\, x$.

ولكن $x \in]0,\pi[$ و $k < 1$، لذلك $kx \in]0,\pi[$ وبالتالي $g'(x) < 0$ على المجال $]0,\pi[$ فإذاً g تتناقص ابتداء من $g(0) = 0$. يكون معنا إذاً $g(x) < 0$، ولذلك $f'(x) < 0$، وبالتالي تكون الدالة f متناقصة على المجال $]0,\pi[$. وبذلك تكون المتباينة:

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} > \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$$

محققة إذا كانت $\beta_1 < \alpha_1 \leqslant \pi$.

نشير أخيراً إلى ان ابن الهيثم وسَّع، في مقالته **خطوط الساعات**، القضية السابقة لكي تشمل قوسين متشابهين في دائرتين مختلفتين. لكنه لم يأخذ بهذا الاتساع في مقالته **الكرة المحرقة**، بينما يُذكّر بها الفارسي عند شرحه لها.

[١١٣، ٢] سيتحدد لاحقاً موضع الدائرة على الكرة. أي أن محور الدائرة هو المستقيم الذي يصل مركز الكرة مع مركز الشمس.

[١١٨، ٣ ـ ٤] «... زاوية $\overline{\text{ا د م}}$». يفترض هذا أن $\widehat{AM} < \widehat{AN}$، إذا $i_N > i_M$.

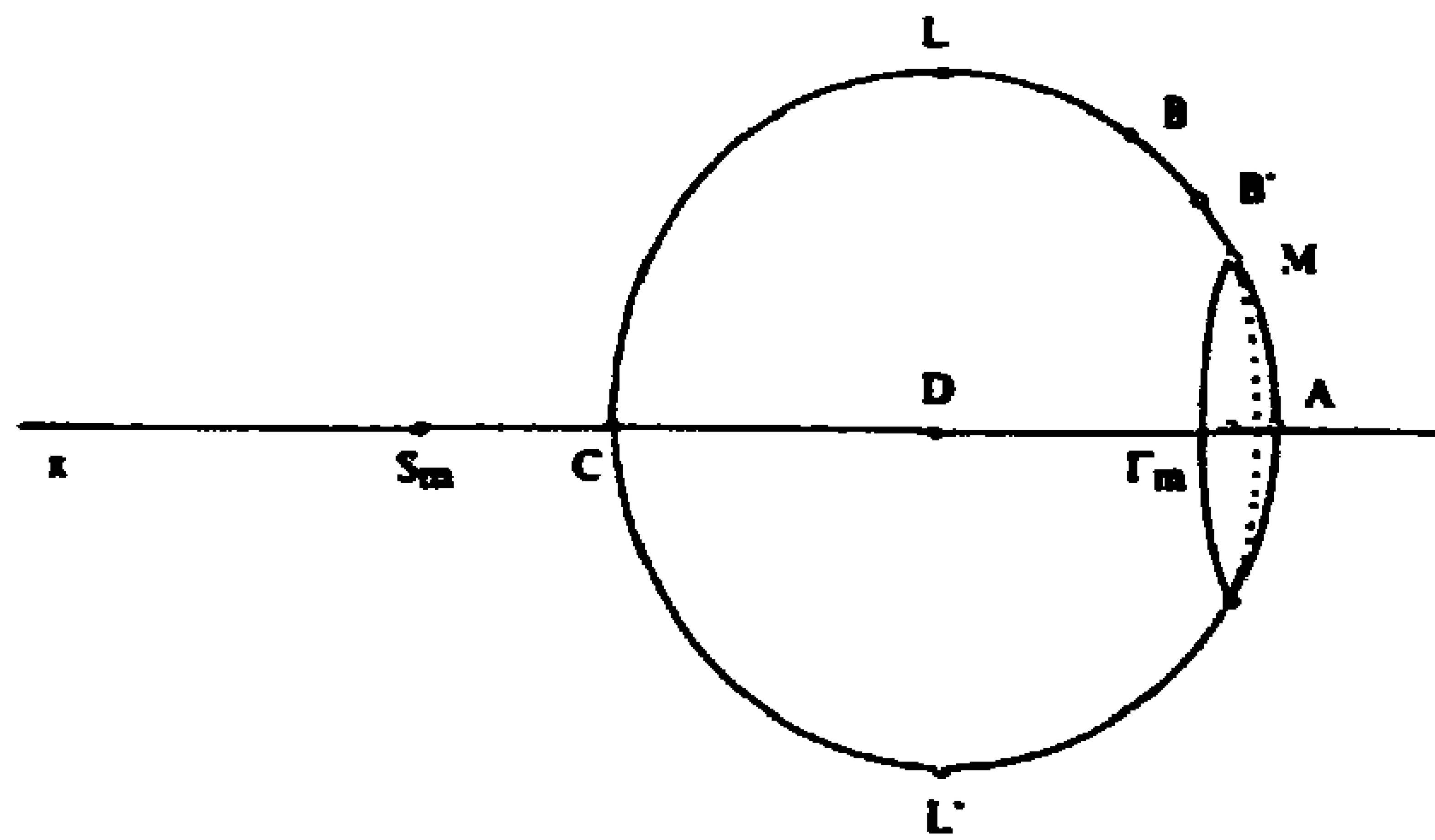
[١١٨، ٤ ـ ٥] «تمام النصف». يعني هذا التعبير الفرق $(\frac{i}{2} - d)$؛ فانطلاقاً من المساواة $i - d = r$، نكتب $\frac{i}{2} - d = r - \frac{i}{2}$، و $i - 2d = 2r - i$.

[١٢٠، ٩] فمن جهة ينتمي القوسان JO و TJ، ومن جهة ثانية ينتمي القوسان BO و TB إلى دائرتين مختلفتين. لم تُثر هذه الحالة في التمهيدات، ولكنها دُرست، كما ذكرنا، في المقالة **خطوط الساعات**.

[١٢٣، ١٥] نقرن بكل نقطة M من نصف الدائرة LAL' المواجهة للشمس:

ـ دائرة Γ_m ذات المحور DH.

ـ نقطة S_m من نصف المستقيم Cx التي تشكل البؤرة المقرونة بهذه الدائرة.



يثبت ابن الهيثم في القضية الرابعة أنه عندما تبتعد M من A، عندها تقترب S من C.

في القضية الخامسة، يرمي ابن الهيثم إلى تحديد المقاطع التي تحوي النقط S

تبعاً للأقواس التي ترسمها النقطة M. ويأخذ نقطتين فارقتين بحيث إنهما تناظران القوسين $AB = 50°$ و $AB' = 40°$؛ وتقسم الدائرتان Γ، اللتان تناظرهما، نصف الكرة المواجه للشمس إلى ثلاث مناطق: رأس كرة مرسوم من AB، ومنطقتين كرويتين ترسم الأولى من القوس 'BB والثانية من القوس B'L. ثم يدرس المقاطع الحاوية للبؤر التابعة لهذه المناطق.

[١٢٤، ٥] انظر ملاحظات الصفحتين ١١١ و١١٢.

[١٢٥، ١٧] «الشكل الأول». المقصود في الفرضية $50° < i$، $\widehat{AP} > \widehat{AB}$.

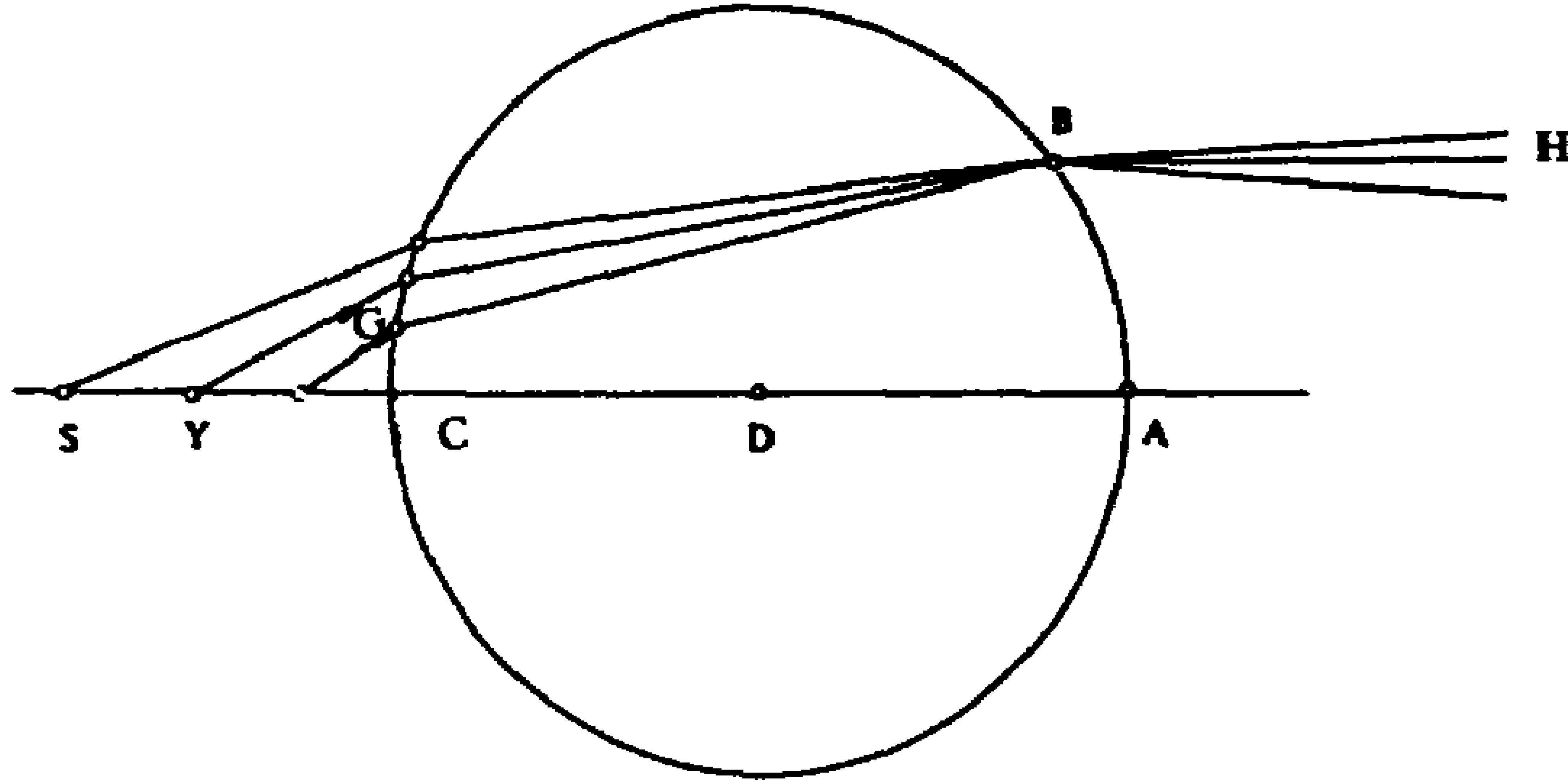
[١٢٨، ١٤] «الشكل الرابع». درس ابن الهيثم الأشعة التابعة إلى $i > 50°$، واستنتج أن لكل شعاع نقطة من القوس KC مقرونة به ونقطة من المقطع CN، حيث أن N هي البؤرة التابعة لِ $i = 50°$.

نشير من ناحية أولى إلى أن ابن الهيثم لم يميّز البؤرة $N \neq N'$ والتابعة لزاوية السقوط $i = 40°$، كما أنه لم يتفحص من ناحية أخرى الأشعة التابعة لزوايا السقوط $50° > i > 40°$؛ وهكذا فإنه لم يبرهن أن لكل شعاع من هذه الأشعة شعاعاً منكسراً أولاً يسقط بعد K وبؤرة تنتمي إلى المقطع 'NN. والحال أن ابن الهيثم قد برهن هنا في هذا النص بأنه عندما تزيد زاوية الإسقاط، تنتقل البؤرة على مقطع حاول ابن الهيثم تحديد طرفيه، مما يعني أنه كان يعرف النتيجة السابقة حتى ولو لم يذكرها.

في هذه الحال يلوم الفارسي ابن الهيثم [انظر لاحقاً ص ١٥٠، السطر ١] لأنه قسم، ومن دون سبب، المجال [٤٠°، ٩٠°] إلى قسمين. ولا يبدو هذا اللوم مبرراً ولا سيما أن الفارسي نفسه يبين في ما بعد أهمية زاوية السقوط i_0 الموجودة بين ٤٠° و ٥٠° والتي يسميها «الفصل» [انظر لاحقاً ص ١٥٢].

[١٣١، ١-٢] إذا أخذنا بعين الاعتبار القطر الظاهري للشمس، تشكل الأشعة الشمسية الساقطة في نقطة B من الكرة، مخروطاً ذا زاوية رأسية صغيرة جداً، و BH هو الشعاع المركزي لهذا المخروط. تنكسر هذه الأشعة في B ونحصل في داخل الكرة على مخروط يحيط بـ BG، ذي زاوية رأسية أيضاً صغيرة جداً، ويحدد هذا المخروط على الكرة سطحاً صغيراً حول النقطة G. حيث ينكسر كل شعاع

ساقط على هذا السطح ويبقى بجوار الشعاع GY وهذه الحزمة من الأشعة تحيط بالنقطة Y من المقطع CS.



[١٣١، ١١] لقد أُثبت أن الإحراق يحدث على مقطع CS يساوي ربع القطر مع تركيز أقوى للحرارة على المقطع $CN' = \frac{1}{3} R$.

[١٣٣، ٣] وكما ذكرنا في الفصل الرابع من تحليلنا، فإن فيدمان (E. Wiedemann) قد ترجم هذا النص سنة ١٩١٠ من دون أن يثبته أولاً. وهذا ما جعل الترجمة مشوّشة. لكنها أدّت خدمة جلّى لمؤرخي علم البصريات؛ كما أنها لا تقل مستوى عن أكثرية ترجمات النصوص العلمية العربية المعروفة حالياً وتتفوق حتى على الكثير منها. يبقى أن نضيف أنها تشتمل على الكثير من المعاني المعكوسة وعدم الدقة مما يجعلها أحياناً غير موثوق بها.

[١٣٣، ٩] «العطفية». يستنبط الفارسي بعض التعابير الأكثر بساطة من تلك التي استعملها ابن الهيثم. وهكذا فإنه يشير إلى زاوية السقوط بكلمة واحدة «العطفية» وإلى الانكسار بكلمة «البقية». كما يرمز إلى المستوي الذي يشمل الشعاع الساقط والشعاع المنكسر والناظم في نقطة السقوط بـ«سطح الانعطاف» [انظر: الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر**، لا سيما ج ٢، ص ١٣٣].

[١٣٦، ٩] «مبدأ انعطاف أول». يشير هذا المصطلح الجديد هنا إلى الدائرة ذات المحور DI والمتولدة من النقطة M، نقطة الانكسار الأول.

كل شعاع ساقط على نقطة من الدائرة المرسومة بالنقطة M والموازي لِـAC ينكسر باتجاه نقطة من الدائرة المرسومة بالنقطة B، حيث ينكسر ثانية نحو النقطة S

من المستقيم AC. لجميع هذه الأشعة زاوية السقوط نفسها. فلكل سقوط معطى يقابله نقطة S أي بؤرة معينة.

أن الاستدلال صحيح لأي زاوية سقوط i مهما كانت؛ $i < \frac{\pi}{2}$. نقرن كل سقوط i بنقطة S ويبرهن ابن الهيثم في القضية الثالثة ان النقطة S نفسها لا تستطيع أن تُقرن بسقوطين مختلفين.

[١٣٧، الشكل رقم (١)] قد أعيد رسم الجزء المهم من الشكل على الصفحة التالية في المخطوطات A، L و S.

[١٣٩، ٢] «نصفها» تبين دراسة d/i بأنها تكبر مع i إذا انتمت i إلى $]0, \frac{\pi}{2}[$؛ [انظر: Rashid, «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique,» pp. 202-204].

[١٤١، ٩] نشير إلى المقدمة، كما رأيناها، إنها صحيحة إذا $\pi > \widehat{TJ} > 0$، وبذلك تُطبق هنا من دون مناقشة.

[١٤٤، ٧] «نهايات» يعرّف الفارسي هنا البؤرة بـ«نهاية».

[١٤٨، ١٥] يكون معنا:

$$\widehat{IK} < \widehat{IZ} + \widehat{ZJ} \Leftrightarrow \widehat{IK} - \widehat{ZJ} < \widehat{IZ} \text{ أو } \widehat{IJ} > \widehat{IK}،$$

ونستنتج من هذا أن J بين K و C.

لكن موضع النقطة K بالنسبة إلى Z و J متعلق بالزاوية i. وبالفعل يكون معنا:

$$\widehat{CJ} < \widehat{CZ} = \widehat{AF} = i.$$

لنفترض $\widehat{CK} = 10°$، فنحصل بذلك على:

إذا كانت $i < 10°$، فإن $\widehat{CJ} < \widehat{CZ} < \widehat{CK}$، وتكون Z بين J و K،

أما إذا كانت $i = 10°$، تكون Z و K منطبقتين،

أما إذا كانت $10° < i < 40°$، فإن $\widehat{CJ} < \widehat{CK} < \widehat{CZ}$، وتكون K بين J و Z.

وبذلك تكون ملاحظة الفارسي مبرّرة.

[١٤٩، ٢] بالمقابل لا تبدو ملاحظة الفارسي هذه مبرّرة. وبالفعل يبرهن ابن الهيثم في هذه الفقرة بأنه إذا كانت $i < 40°$، يحصل عندها الانكسار الأول

نحو نقطة من القوس KC، كما لو كانت $i > 50°$، وهذا الاستنتاج لم يُذكر سابقاً.

[١٥٠، ٢ـ٣] يجب هنا قراءة 'CN و N'V، مع ذلك لا يحسب ابن الهيثم إلا طول CN.

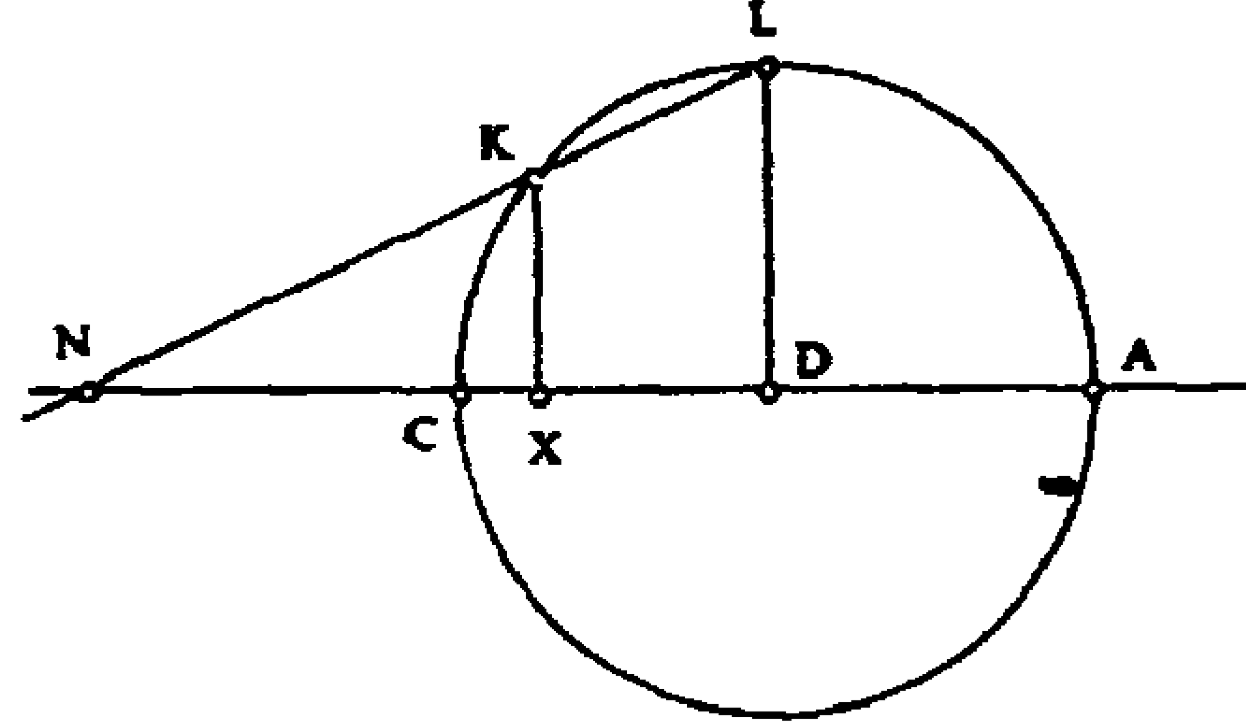
[١٥٠، ٦] وبالفعل لتحديد طول CN، حيث N هي التقاء المستقيمين AC و KL، وعلى افتراض أن نصف قطر الدائرة يساوي ٦٠°، فابن الهيثم لا يعطي أي تفسير لهذا الحساب. بعد أن يشير إلى أن:

$$(1)\quad \frac{LD}{KX} = \frac{DN}{NX}$$

$$(2)\quad KX = KD \cos 10° = 10,416 \approx 10,5;$$

ثم يعطي من دون أي تبرير:

$$(3)\quad CX > 0,5.$$



نستطيع الحصول على هذه النتيجة غير المباشرة بالشكل التالي: نشير إلى أن $CX = KX \,.\, tg \measuredangle CKX$. فإذا كانت $\measuredangle CDX = 10°$، وكذلك $\measuredangle KDA = 85°$ $\measuredangle KCX = \frac{1}{2}$ و $\measuredangle KCX = 5°$. وبذلك يكون:

$$CX = 10,5.\ tg\ 5° \approx 10,5.\ 0,09 \approx 0,9,$$

وهكذا يكون CX أكبر من 0,5 بشكل جليّ.

نستنتج من (1) و (2):

$\frac{NX}{ND} = \frac{10,5}{60}$، ولذلك يكون $NX \approx \frac{1}{6}\ ND$؛

ويكون الفرق $CX = NX - NC$ كبيراً كفاية، لكي نستطيع أن نكتب:

$NC < \frac{1}{6} ND$ أي ان $NC < 12$.

تنتج إذا هذه النتيجة من الشروط (1)، (2) و (3) التي أعطاها ابن الهيثم منذ ابتداء حسابه. وينتج من ذلك ان:

$(NC + CD) \frac{1}{6} > NC$، وبذلك يكون $NC < \frac{1}{5} CD$.

نشير إلى أن ابن الهيثم قد أثبت (القضية ٢) ان الزاوية $\measuredangle KND$ هي مضاعفة للانحراف، ويكون معنا:

$$\measuredangle KND = 2d_{50} = 40°.$$

فإذاً يكون معنا:

$$ND = LD \text{ cotg } 40° = CD \text{ tg } 50°,$$

وبذلك يكون:

$$NC = ND - CD = CD (\text{tg } 50° - 1) = CD . 0{,}1917... < \frac{1}{5} CD,$$

وهذه الطريقة أسرع وأدق من سواها.

لم يحدد ابن الهيثم موضع N' المقرون بالزاوية $i = 40°$. معنا:

$XN' = KX . \text{cotg } KN'C$ مع $\measuredangle KN'C = 2d_{40} = 30°$،

فلذلك:

$$XN' \approx 10, 416 . \sqrt{3} = 18{,}04$$

وكذلك أيضاً:

$$CN' = XN' - XC \approx 18{,}04 - 0{,}91 \approx 17{,}13.$$

يكون إذاً:

$$\frac{1}{4} R < CN' < \frac{1}{3} R.$$

إذا كانت S وسط CV، يكون معنا $SC = 1/2 R$. يستنتج ابن الهيثم مؤكداً أن «الأشعة المنكسرة على CS هي أكثر عدداً بكثير من الأشعة المنكسرة على SV» ويحدث الاحتراق على CS.

تبين دراسة موضع البؤر أنه إذا كانت $n = 3/2$، فكل البؤر موجودة على SC، أما إذا كانت $n = \sqrt{2}$ مثلاً، يبين حساب بسيط أنه إذا كانت i قريبة من الصفر، نحصل على بؤر واقعة وراء S حتى النقطة S'، حيث إن:

$$CS' = \frac{\sqrt{2}\,R}{2} \approx 0{,}7.\,R.$$

نشير إلى أن ابن الهيثم لم يؤكد أبداً أن جميع البؤر هي موجودة على المقطع SC الذي يساوي ربع القطر؛ لكنه أصرّ على أن أكثرها موجودة عليه.

تظهر هذه المناقشة أنه من غير المنصف أن نلومه على عدم برهانه بأن جميع البؤر هي على SC. يبقى أن نذكر أنه بالتجربة في حالة هواء - زجاج، أي أن $n = \frac{3}{2}$، تأكد ابن الهيثم بأن البؤر موجودة على هذا المقطع.

[١٥٠، ٧] في النص الذي اختبره الفارسي وكذلك في المخطوطات التي ساهمت في إثباته، نقرأ ن ج مكان ث ج؛ مما يبرر ملاحظة الفارسي.

[١٥١، ٦] انظر بداية القضية الخامسة في هذه المقالة.

[١٥٢، ١٣] وهكذا، ينكسر الشعاع BG في G ويمر في وسط ألطف.

في النقطة B، معنا $i > r$، و $d = i - r$،

في النقطة G، معنا $i' < r'$، و $d' = r' - i'$،

لكن:

$i' = r$، وبذلك تكون $r' = i$ وبالتالي $d = d'$؛

بإمكاننا مواجهة الحالات الثلاث:

$\Delta d' > \Delta i'$ و $\Delta d' = \Delta i'$ ،$\Delta d' < \Delta i'$

[١٥٣، ٢] انظر الفارسي، **تنقيح المناظر لذوي الأبصار والبصائر**، ج ٢، ص ١٣٤.

[١٥٣، ٥] «قوس الخلاف». يمكننا الإشارة أولاً إلى المطابقة شبه التامة بين إسم طريقة الاستكمال التي اقترحها الفارسي والاسم الذي استعمله في ما بعد الكاشي في كتابه **زيج الخاقاني**، يطبق الكاشي بالفعل في هذا الزيج طريقة الاستكمال المعروفة «بقوس الاختلاف» [انظر: E. S. Kennedy, «A Medieval Interpolation Scheme Using Second Order Differences,» in: A. Locust's Leg, *Studies in Honour of S. H. Taqigadeh (London: [n. pb.], 1962)]* حيث يرجع الأصل إلى القرن العاشر. يبدو أن نسخه لهذه الطريقة كان قد عرفها قبلاً الخازن [انظر: J. Hamadanizadeh: «Interprolation Schemes in Dustūr al-Munajjimīn,» *Centaurus*, vol. 22, no. 1 (1978)]. لذلك، فعندما يتكلم الفارسي عن هذه الطريقة يبدو وكأنه يشير إلى خوارزمية معروفة عند الرياضيين وكأنه يطبق نسخة خاصة منها. فهو يكتب بما معناه: «اتبعنا طريقة ذكية هي من نوع قوس الاختلاف»(١٠). المقصود إذاً هو طريقة معروفة جيداً في عصر الفارسي والتي ترجع احتمالاً إلى القرن العاشر. لنذكر باختصار هذه الطريقة كما عرضها الكاشي ونبرهن في ما بعد بأنها شبيهة بتلك التي استعملها الفارسي.

نشأت هذه الطريقة في الأصل لتحديد دوائر الطول للكواكب كتوابع للزمن ونعرضها كالتالي:

نفرض أن x تنتمي إلى $[x_{-1}, x_p]$، حيث إن $y_{-1} = f(x_{-1})$ و $y_0 = f(x_0)$ و $y_p = f(x_p)$ هي معروفة والمجالات $[x_{k-1}, x_k]$ علماً أن $k = 0,1,..., p$ و هي مجالات متساوية. ونريد أن نعرف قيمf لكل من x_1، x_2، . . . ، x_{p-1}.

لنفترض:

$$\Delta y_k = y_k - y_{k-1} \quad \text{و} \quad m(\Delta y_k) = \frac{y_p - y_0}{p}،$$

وهذا الأخير هو الوسط الحسابي للزيادات من المنزلة الأولى على المجال $[x_0, x_p]$.

إذا افترضنا أن الزيادة في المنزلة الأولى ثابتة وهي تساوي الوسط الحسابي على

---

(١٠) نُقلت هذه الجملة عن الفرنسية (المترجم).

المجال $[x_0, x_p]$ يكون معنا الاستكمال الخطي:

$$(1)\ k = 0, 1,..., p \text{ مع } y_k = y_0 + Km(\Delta y_k)$$

لكن إذا كانت $m(\Delta y_k) \neq \Delta_{y-1}$، نواجه عندها استكمالاً من المنزلة الثانية.

وهكذا ففي طريقة الكاشي نحدد العدد e الذي هو تصحيح للوسط:

$$q = \frac{p+1}{2} \text{ مع } e = \frac{m(y_k) - \Delta_{y-1}}{q}$$ ،

ونفترض أن:

$$\Delta^2 y_k = \Delta y_{k+1} - \Delta y_k = e;$$

ولجميع الأعداد k، $k = 0, 1,..., p$، تكون الزيادة في المنزلة الثانية عندئذ ثابتة ونأخذ:

$$\Delta y_m = \Delta y_{-1} + (m+1)e;$$

ونحصل من جراء ذلك على:

$$y_k = y_0 + \sum_{m=0}^{k-1} \Delta y_m,$$

وبذلك يكون:

$$(2)\quad y_k = y_0 + k\,\Delta y_{-1} + \frac{k(k+1)}{2}.e;$$

ومن البديهي أننا نعرف y_p في حال كانت $k = p$.

لنعود الآن إلى حساب $f(i) = d/i$ عند الفارسي. فالمجال لزاوية السقوط i هو $[40°, 90°]$، والمقسوم إلى مجالات متساوية من ٥°، يحسب الفارسي عندها الزيادة الوسطى على مجال مقداره ٥° ويجد:

$$m(\Delta y_k) = 45'' = \frac{1}{80}.$$

وبما أن:

$$k = \frac{i-40}{5} \text{ و } f(40^0) = y_0 = \frac{3}{8}$$ ؛

تعطي الصيغة (1) عندئذ:

$$f(i) = \frac{i + 110}{400}$$

ولنفرض على المجال [0°,40°] أن:

$x_{-1} = 45°$، $x_0 = 40°$، $x_p = 0°$ و $k = \frac{40 - i}{5}$.

وضع الفارسي $\Delta y_{-1} = 45'' = 1/80$، والتي كانت قيمة الوسط السابقة، ولحظ أنها تفرق عن الوسط على المجال [0°, 40°] الذي هو: $m(\Delta y_k) = 56''\ 15'''$. ويستنتج من ذلك:

$$e = \frac{(56''\ 15''' - 45'').\ 8}{8\ (8 + 1)/2} = 2''\ 30''' = \frac{5}{7200}.$$

كما تكتب الصيغة (2) مجدداً مع $y_k = f(i)$:

$$f(i) = \frac{3}{8} - \frac{40 - i}{5} \cdot \frac{1}{80} - \frac{(40 - i)\ (45 - i)}{50} \cdot \frac{5}{7200},$$

$$f(i) = \frac{1}{4} + \frac{265}{72000}\, i - \frac{i^2}{72000}.$$

نرى إذاً ان المقصود من الطريقة نفسها المطبقة مع ضوابط المعطيات الفيزيائية.

[١٥٥، ٣] «تجاوز الربع» يقصد الفارسي بهذه العبارة: بما أن النسبة الكبرى من الانحراف على السقوط تزيد النسبة الصغرى بمقدار أقل من ربع، كما أن هذه النسبة الأخيرة هي أكثر من ربع...

[١٥٦، ٢] «مثلث»، المقصود هو العدد المثلث، أي مجموع الأعداد الصحيحة الأولى n، وهو $n\ (n + 1)/2$.

[١٥٩، ٥] إن كلمة «تركيب»، عندما تكون مقرونة بكلمة «تحليل»، يجب أن تترجم بمعنى التركيب. فللمزيد من المعلومات حول تاريخ التركيب والتحليل في الرياضيات عند العرب وبصورة خاصة في هذا العصر، انظر دراستنا «التحليل والتركيب عند ابن الهيثم» في: Rushdi Rashid, éd., *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique* (Paris: Centre national de la recherche scientifique, 1991), pp. 131-162.

[١٥٩، ٦] لقد تساءلنا عن هوية مراسل ابن سهل، ص ١٦٣، لكي نوحي بوصف ما: وجيه مثقف، مطّلع على الرياضيات. فهذا النوع من الأشخاص كان شائعاً في ذلك العصر، بحيث بدت لنا تسمية مراسل ابن سهل والشني نوعاً من المغامرة نظراً إلى المعلومات القليلة عنه والتي أوردها الشني في كتابته. لكن من بين الأشخاص الذين نستطيع التفكير بهم، وبشكل ظني، أردنا لفت النظر إلى نظيف بن يمن المتطبب. فهذا الطبيب، واللاهوتي المسيحي، كان ضليعاً بالرياضيات، كما كان هلّينستياً، نعرف له ترجمة لبعض الإضافات في المقالة العاشرة من كتاب **الأصول** لإقليدس: «ما نقله... مما وُجد في اليوناني من الزيادة في أشكال المقالة العاشرة» والتي نسخها السجزي، **رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل إلى ابي علي نظيف بن يمن المتطبب في عمل مثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين** (باريس، المكتبة الوطنية، ٢٤٥٧)، ص ٨٠ ـ ٨٢. فنظيف بن يمن هذا كان معاصراً لابن سهل ومطّلعاً على أعماله، كما يشهد السجزي بذلك وهذا الأخير هو معاصر ومراسل لابن سهل. ولننظر ما كتبه السجزي جواباً على رسالة نظيف بن يمن:

«سألت أدام الله سعادتك عن عمل المثلث الحاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين، وذكرت أن أبا سعد العلاء بن سهل عمل ذلك من القطع الناقص من الشكل <...> من المقالة الثالثة من كتاب أبلونيوس في المخروط على طريق القسمة والتحديد». [انظر: السجزي، المصدر نفسه، ص ١٣٦ظ ـ ١٣٧و].

نفهم من هذه الرسالة أن نظيفاً بن يمن كان يعرف أعمال ابن سهل وكان يراسل رياضيي عصره ليسألهم عن براهين القضايا. فهو يسأل السجزي، في هذه المراسلة، أن يعطيه البرهان عن قضية كان ابن سهل قد برهنها. وبالفعل أعطاه السجزي البرهان المطلوب من دون أن يستعين بالمخروطات وبحسب رأيه (السجزي) إنه أبسط من برهان ابن سهل.

ومن المؤكد فإن سلوك نظيف بن يمن هذا ليس معزولاً أبداً. ودائماً بحسب السجزي فإن ابن يمن كتب له أيضاً بموضوع برهان مقدمة إنشاء المخمس في الدائرة. يكتب السجزي بخصوص الرسالة حول القضية العاشرة من **المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول** ما معناه: «**هذه هي الرسالة التي كتبها نظيف بن**

يمن بخصوص طلبه لبرهان هذه القضية»[11]؛ ويتابع السجزي: «لقد سألت، أعزك الله، بالنسبة إلى مقدمة إنشاء المخمس في الدائرة...»[12] [انظر: السجزي: **المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول**، الشكل العاشر (استانبول، راشت، ١١٩١)، ص ٩٣].

تبيّن شهادتا السجزي هاتان بأن هذا المثقف والطبيب والفيلسوف والمضطلع بالرياضيات كان يراسل معاصريه لكي يسألهم البراهين الجديدة. أضف إلى ذلك بأن المثلين اللذين ذكرناهما سابقاً يتعلقان بالتحليل الهندسي. وفي الواقع هذا هو سلوك مراسل الشني الذي يملك برهان ابن سهل يكتب إلى الشني طالباً منه التركيب. وهكذا فإن ابن يمن يمكن أن يكون مرشحاً لمراسل الشني وابن سهل. ومن جهة ثانية فهو الوحيد عندنا حتى الساعة والذي نعرف عنه هذه المعطيات.

[١٦٣، ١٠] نكتب هذه المقدمة ٦ مجدداً: a معطية، أحسب x كي تفي بالمعادلة:

$$(1)\quad (a + x)\,x = H.$$

لنفرض أن AB يساوي a و x يساوي BE و BC متعامداً مع AB بحيث إن $BC^2 = H$.

ليكن القطع الزائد ذو المحور AB، والرأس B والضلع القائم مساوياً لِـAB. فالمستقيم الذي يمر بالنقطة C والموازي لِـAB، يقطع القطع الزائد في النقطة D التي تُسقط في E على المستقيم AB.

يكون معنا إذاً:

$$\frac{EB\,.\,EA}{DE^2} = 1,$$

وبالإنشاء: $DE = BC$،

لذلك يكون: $DE^2 = H$

(١١) نُقلت هذه الجملة عن الفرنسية (المترجم).

(١٢) انظر الملاحظة السابقة.

ونتيجة لذلك: $EB . EA = H$

فيكون المقطع المطلوب هو إذاً BE.

ملاحظة: لنضع $H = \alpha^2$، فإن المعادلة $(a + x) x = \alpha^2$ نكتبها مجدداً:

$$y = \alpha$$ (معادلة مستقيم)

$$(a + x) x = y^2$$ (معادلة قطع زائد قائم).

فالمستقيم هو موازٍ للمحور ويقطع القطع الزائد القائم في نقطتين حيث لإحداهما فاصلة (abscisse) موجبة وتعطي الحل (الشكل رقم (٢) من الملحق رقم (١)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية).

بينما هناك حلّ آخر لهذه المسألة نفسها في مقالة ابن الحسين حول البركار التام [انظر: M. F. Wœpcke, «Trois traités arabes sur le compas parfait,» *Bibliothèque impériale et autres bibliothèques,* vol. 22 (1874), p. 26] وهو التالي:

لتكن النقطة I في وسط AB، نفتش عن النقطة E بحيث:

$$AE . EB = BC^2.$$

بينما يكون معنا لجميع النقاط E من Bx:

$$AE . EB = IE^2 - IB^2,$$

ولذلك:

$$IE^2 = IB^2 + BC^2 = IC^2,$$

النقطة E موجودة على الدائرة ذات المركز I ونصف القطر IC.

نلحظ من جهة أخرى بأن هذه المسألة التي عالجها المؤلف، قاطعاً القطع الزائد القائم بمستقيم موازٍ للمحور، نستطيع حلّها بواسطة قطع زائد كيفما كان ونستطيع إنشاء بؤرتيه.

وبالفعل فإن H و a هما مقداران معطيان، وبذلك نستطيع تحديد p إذا كتبنا $H = a.p/4$. نأخذ عندئذ القطع الزائد ذا المحور المعترض $AB = a$ وبضلع قائم p، فتكون المعادلة المنسوبة إلى AB وإلى المماس في B مثلاً:

$$(2)\quad y^2 = p\,x + \frac{p}{a}x^2 = \frac{p\,x}{a}(x + a).$$

نكتب المعادلة (1) مجدداً:

$$(3)\quad x\,(x + a) = a \cdot \frac{p}{4}.$$

نستنتج من (2) و(3): $y^2 = p^2/4$،

فلذلك يكون معنا: $y = p/2$.

فالمستقيم $y = p/2$ يقطع القطع الزائد في نقطتين D و D_1 اللتين يكون إسقاطهما E و E_1 على المستقيم AB. يكون معنا عندئذ:

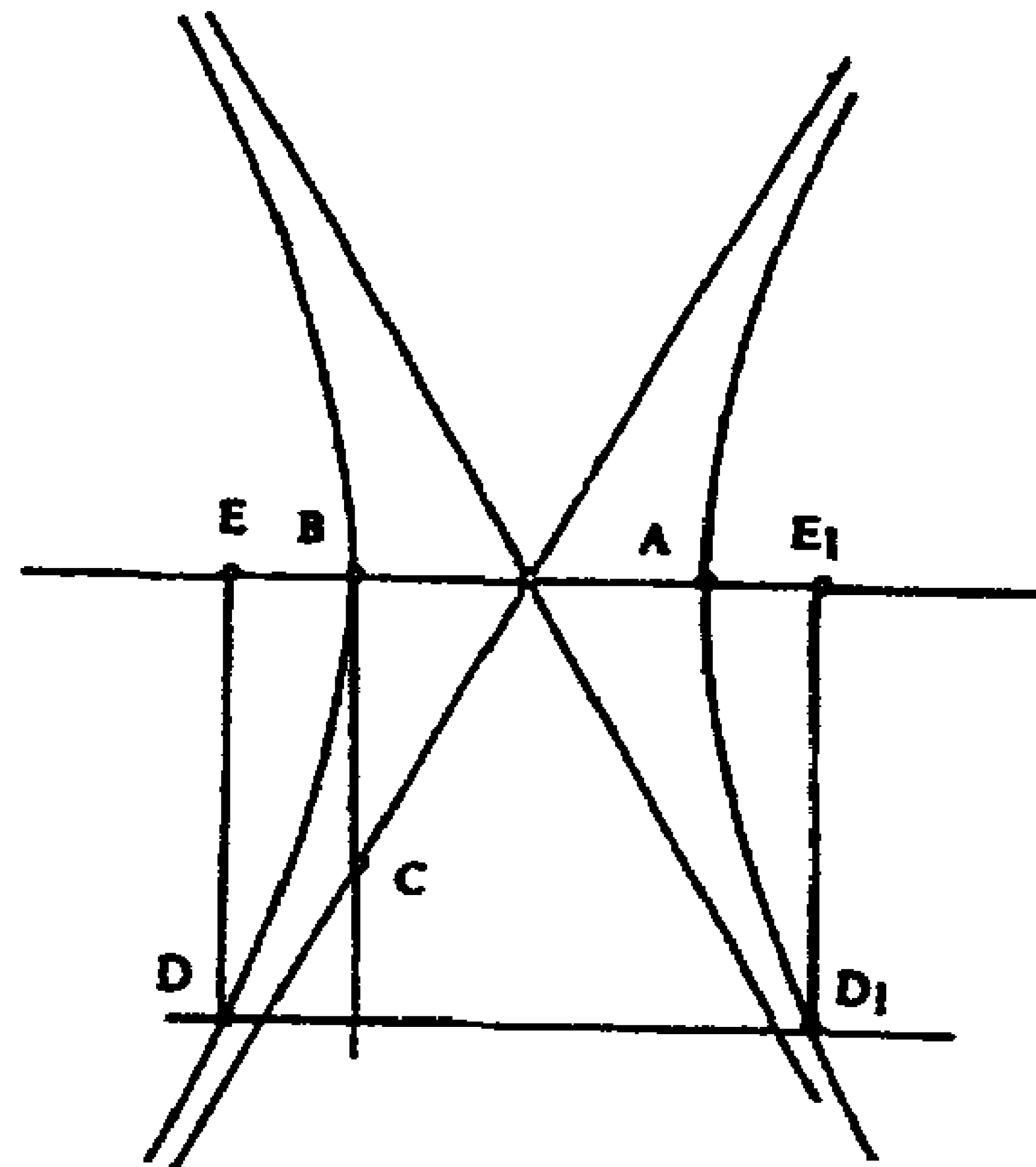
$$BE = x,\ AE = x + a.$$

تكون النقطتان E و E_1 بؤرتي القطع الزائد. وبالفعل، فالمعادلة (3) تقابل التحديد الذي أعطاه أبولونيوس في **المخروطات**، ٣ ـ ٤٥، لبؤرة F:

$$(AB + BF).\ BF = AB.\ \frac{1}{4}\ \text{côté droit.}$$

نشير إنه في المقدمة ٦، يضع المؤلف $H = BC^2$ ويفترض $a = p$، وبذلك يكون:

$$BC = \frac{p}{2} = \frac{a}{2} = \frac{AB}{2} \text{ و } BC^2 = \frac{p^2}{4}.$$



[١٦٥، ١٣] تتلخص المقدمة ٨ بما يلي: إذا كان معنا مثلث مساحته D، ونسبة E/G، وزاوية xAy، ونقطة B على أحد ضلعي الزاوية، أخرج من B مستقيماً يقطع الضلع الآخر في نقطة C حيث إن:

$$\frac{D}{\text{aire ABC}} = \frac{E}{G}.$$

ننشئ مستطيلاً مساحته H بحيث تكون:

$$\frac{D}{H} = \frac{E}{G},$$

ثم ننشئ على المستقيم AB متوازي الأضلاع ABIC ذا الزاوية xAy، بحيث إن:

$$\text{aire ABIC} = 2H،$$

وهكذا تكون:

$$\text{aire ABC} = H،$$

وهكذا تكون النتيجة.

نلاحظ أن المؤلف لم يشر إلى طبيعة السطح H. أما شكل المخطوطة فهو مستطيل. لم يفسر المؤلف لا إنشاء H ولا إنشاء متوازي الأضلاع ABIJ. يبدو، من دون أدنى شك، إن هذين الإنشاءين هما عاديان بالنسبة إليه.

[١٦٦، ٨] ليكن BD متعامداً على AC، فإذا كانت الزاوية $\measuredangle$BAC معلومة تكون الزاوية $\measuredangle$BAD معلومة أيضاً، و $\text{aire (ABC)} = \frac{1}{2} AC . BD$، لكن:

$$\frac{AB . AC}{\text{aire (ABC)}} = \frac{2\, AB . AC}{AC . BD} = 2 . \frac{AB}{BD},$$

فالنسبة $\frac{BA}{BD}$ هي معروفة عندما تُعرف الزاوية $\measuredangle$BAD، وبذلك تكون النتيحة.

نلحظ أن المؤلف، من دون أن يسمي جيب الزاوية $\measuredangle$BAC فإنه يميز هذه الزاوية بالنسبة $\frac{BA}{BD}$ والتي هي عكس الجيب، وهذا يقودنا إلى:

$$\frac{\text{aire (ABC)}}{AB . AC} = \frac{1}{2} \sin \measuredangle A.$$

[١٦٧، ٨] نحصل على النتيجة مباشرة من المقدمة ٩.

$$\frac{\text{aire (ABC)}}{AB . AC} = \frac{1}{2} \sin \measuredangle A, \frac{\text{aire (DEG)}}{DE . DG} = \frac{1}{2} \sin \measuredangle D;$$

وبما أن: $\sin \measuredangle A = \sin \measuredangle D$.

لذلك نكتب:

$$\frac{\text{aire (ABC)}}{\text{aire (DEG)}} = \frac{AB . AC}{DE . DG}$$

[١٨٠، ٦] للتعبير عن «خط التقارب» انظر المؤلف الرياضي لشرف الدين الطوسي في: Rushdi Rashid, *Sharaf al - Dīn al - Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII^{ème} siècle* (Paris: Les Belles lettres, 1986), vol. 1, remarque [8,3], p. 126.

[١٨٤، ١٢-١٩] كتب ابن سهل هذه الفقرة، وكما أشرنا في الفصل الرابع من تحليلنا، بلغة تتسم بالفخامة اللفظية وكان هذا سبب كاف لجعلها ضحية الناسخين. لقد أعدنا بناءها بإنشاء ابن سهل وعصره. وهكذا بدل «لزمنا بسبابه» وهي غلطة واضحة فقد اخترنا «لزمنا بسببه». كما انه من المحتمل أن تكون في الأصل بصيغة الجمع «بأسبابه». أما بالنسبة لكلمة عنّ فإنها تعني «قصر» أو «عجز» ويقال «رجل عنّين» أي عاجز. ونقرأ أيضاً: «من لم يعرف التنجيم والتشريح فهو عنّين في معرفة الله تعالى». [مخطوطة استانبول، مجموعة حسن حُسنو باشا رقم ٦٠٠، ص ١٠٣].

[١٨٩] يشكل هذا النص جزءاً من كتاب: السجزي، **كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندسي شيراز وخراسان وتعليقاته** (دبلن، تشستر بيتي، ٣٦٥٢؛ استانبول، سليمانية، راشت، ١١٩١). يستعيد السجزي في هذا الكتاب بعض المسائل التي درسها رياضيون عدة، كالقوهي وأبو الحسن الإقليدسي.

فالنص المثبت والمترجم هنا هو إذاً استشهاد للسجزي لتحليل ابن سهل. ومع ذلك، فهذا الأخير لا يعطينا شيئاً عن مصدر هذا الاستشهاد، بل يعطينا فقط تاريخ تأليفه هذا الكتاب في شهر ذي الحجة سنة ٣٨٦ هجرية (٩٩٦م).

لقد أثبتناه استناداً إلى مخطوطتين مذكورتين في مراجع البحث، إحداهما في دبلن (Dublin)، تم نسخها في بغداد صبيحة نهار الجمعة الواقع فيه ٧ من شهر رمضان سنة ٦١١ (١٢١٥).

كما نعرف، إضافة إلى هذا النص، وجود كتابة أخرى ذكرها نظيف بن يمن والسجزي حول «عمل المثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين».

نضيف إلى هذا، مسألة أخرى أثارها السجزي أيضاً: إذا كان معنا مقطعان AB و BC، أخرج من النقطة C مقطعاً لِـ AB حيث أن نسبته إلى ما يفصل من AB من جهة A أو من جهة B تكون مساوية لنسبة معطية.

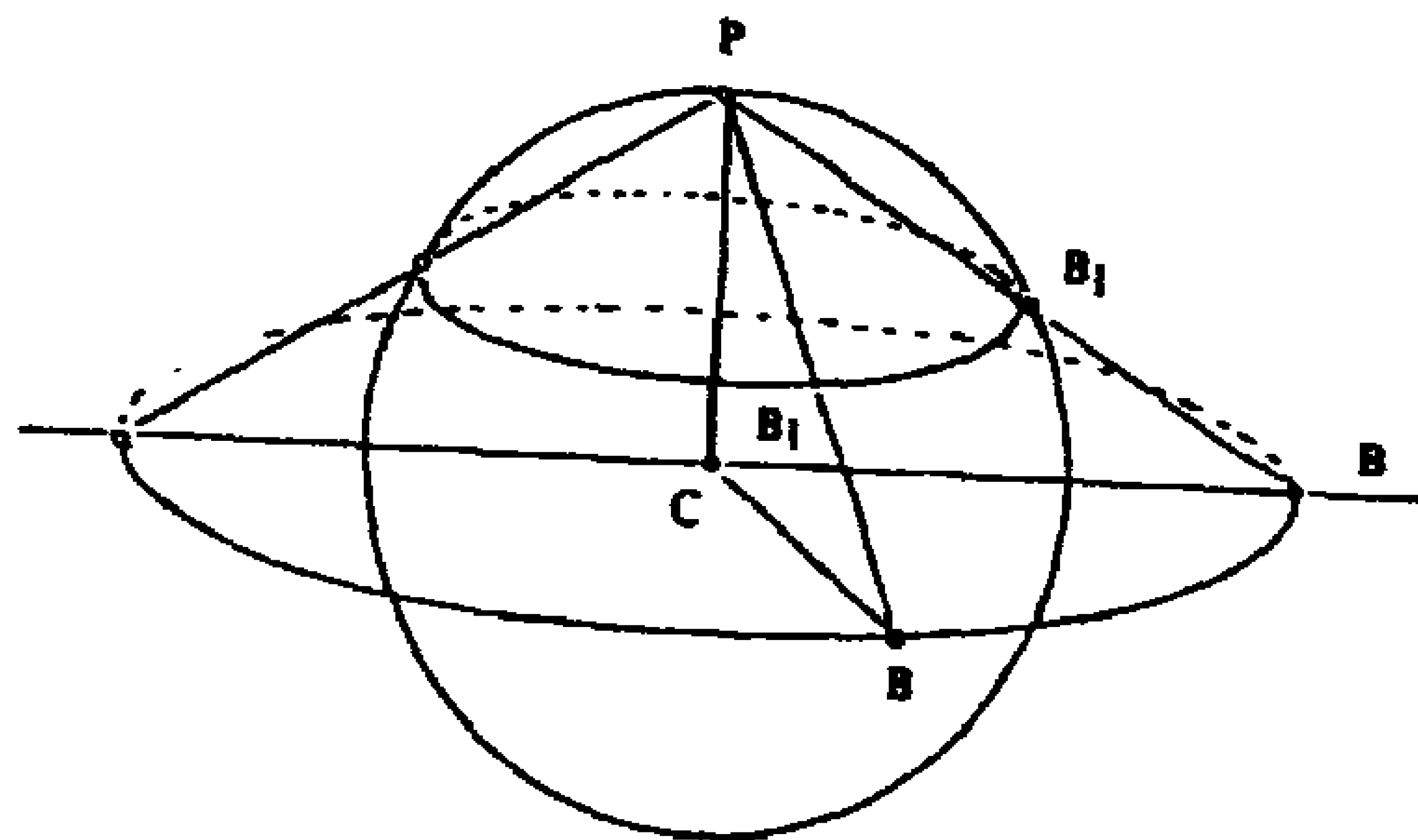
يذكر السجزي أن ابن سهل قد برهن هذه القضية في: السجزي، **جواب أحمد بن محمد بن عبد الجليل عن مسائل هندسية** (استانبول، راشت، ١١٩١)، ص ١١١ظ.

يمكننا التساؤل إذا كانت هذه المسائل تنتمي إلى كتابة ابن سهل نفسها، أو إلى كتابات عدة، وما هي. كما يمكننا أن نستفسر عن الروابط التي تجمعها برسالة ابن سهل حول تحليل المسائل الهندسية والتي اشتغل الشني قسماً منها. ليس عندنا أي رد على هذه التساؤلات. تبدو هذه المؤشرات وكأنها تثبت فرضياتنا على اتساع إنجاز ابن سهل الرياضي ومكانته المرموقة في أواخر القرن العاشر.

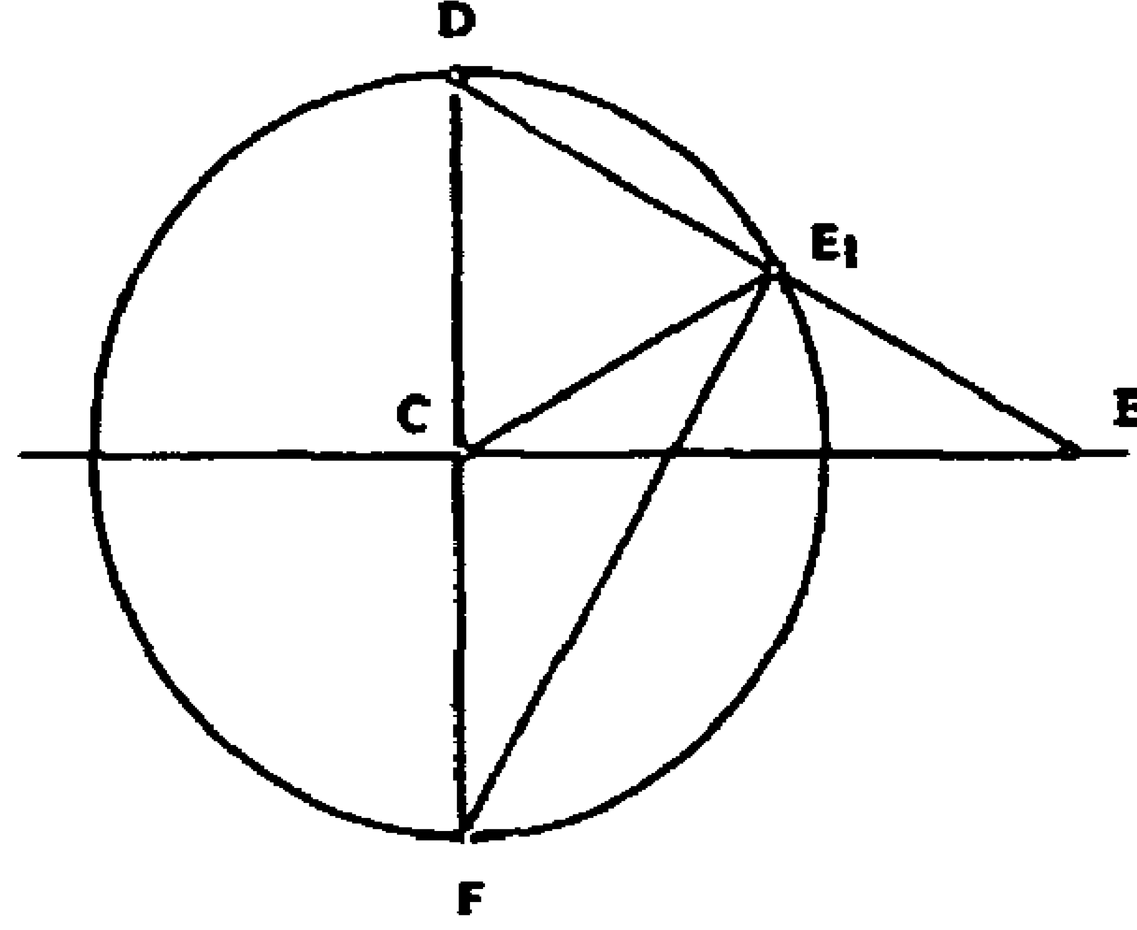
[١٩٥، ١٧] يعتبر هنا القوهي إسقاطاً تسطيحياً ذا قطب N أو S. فسطح الاسطرلاب P هو عمودي على NS، إذاً فهو موازٍ للسطح الاستوائي أو إنه هو ذاته هذا السطح. ويتعلق اختيار القطب بالجزء من الفلك الذي نريد تمثيله على الاسطرلاب.

[٢٠٤، ٤] يستخدم القوهي، في هذه المقالة الثانية، نتيجة المقالة الأولى؛ فهو يُرجع بالتالي كلاً من المسائل الست التي عالجها إلى تحديد مركز ونصف قطر الكرة. فهذا المركز هو مركز الاسطرلاب أيضاً. نستطيع بالتالي تحديد إسقاط كل نقطة من الكرة على مستوى الاسطرلاب.

[٢٠٨، ١٤] كل نقطة، حيث تكون مماثلتها هي على مسافة معلومة من قطب الكرة، فإنها تنتمي إلى دائرة يكون مركزها منطبقاً مع مركز الاسطرلاب. يمكننا إذاً أن نعتبر ان المسافة BC المعطية هي الطول الفاصل بين مركز الاسطرلاب C ونقطة كيفية من الدائرة المقرونة بالمسافة الزاوية المعطاة؛ فمماثلتها هي النقطة B_1، والقوس PB_1 هو المسافة الزاوية المعلومة وPC هو نصف القطر D المطلوب. يرجعنا كل هذا إلى الإنشاء المساعد الذي يستعمل القضية الثانية من هذا الفصل.



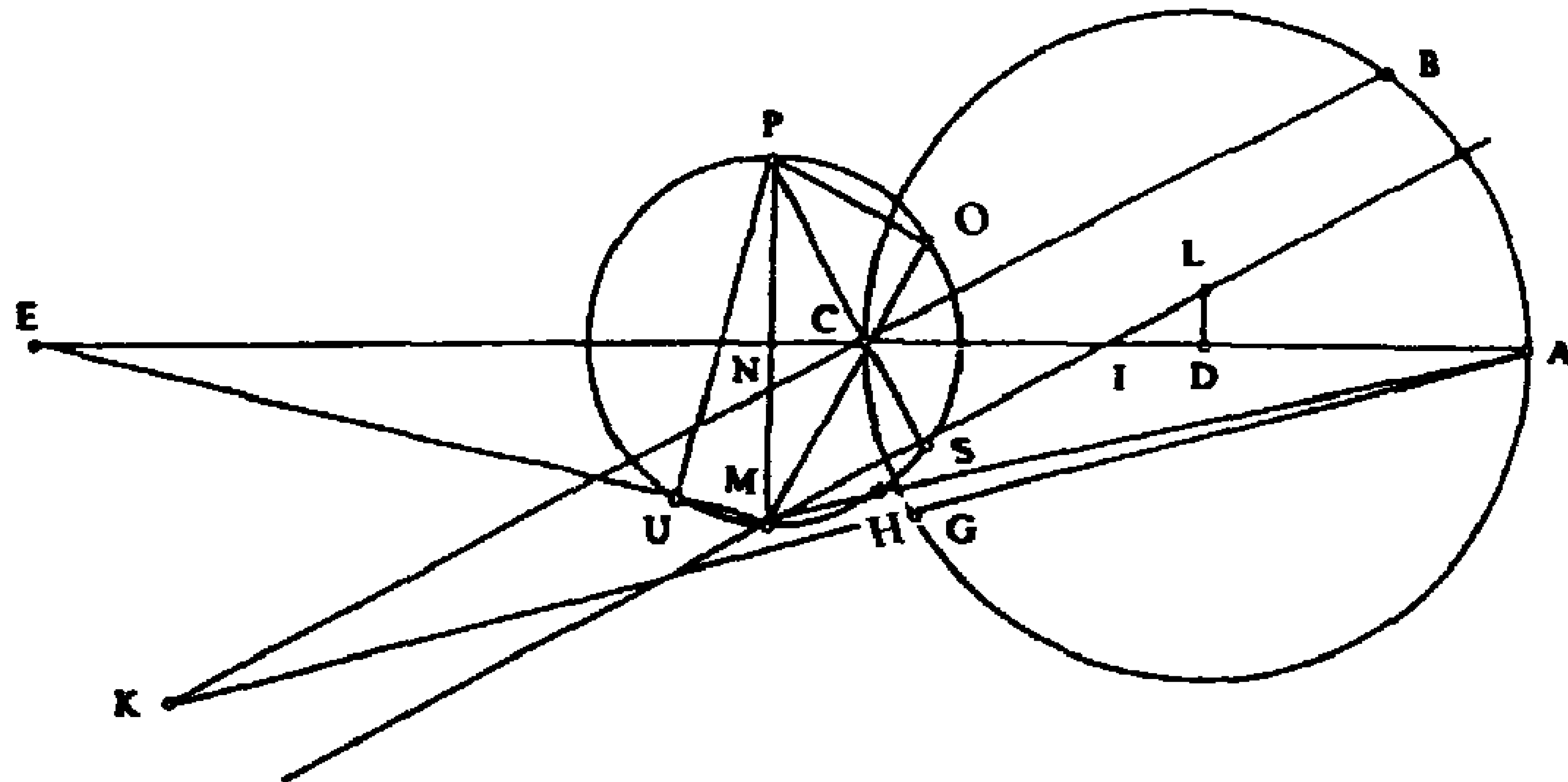
[٢١٨، ٥] المعطيات هي: الدائرة ABC في مستوي الاسطرلاب، ومسافة قطب مماثله إلى قطب الكرة، وطول المقطع DE الذي يصل قطب الكرة بالنقطة التي تكون مماثلتها على مسافة معلومة من هذا القطب.



ليكن C مركز الكرة، و D قطبها، و E نقطة من الاسطرلاب حيث E_1 هي مماثلتها. إننا نعلم الطول DE والقوس DE_1. إذاً فإننا نعلم الزاوية $\measuredangle DCE_1$ والزاوية $\measuredangle CDE$. يكون نصف القطر المطلوب هو $CD = G$ الذي نحصل عليه بإنشاء المثلث قائم الزاوية ذي الوتر DE والزاوية المعلومة CDE.

فإذا عرفنا الدائرة ABC، والمسافة من قطب مماثله إلى قطب الكرة، ونصف قطر هذه الكرة G، نكون في الحالة نفسها من المسألة السابقة.

[٢٢١، ١٥] إذا كانت المسافة المعطاة هي أصغر من الأولى، فإننا نجعلها تساوي $\widehat{CG} - \widehat{AB}$. عندئذ نأخذ النقطتين B و G كل واحدة من ناحية بالنسبة لِ AC، أما النقطة K فهي في خارج الدائرة ABC.



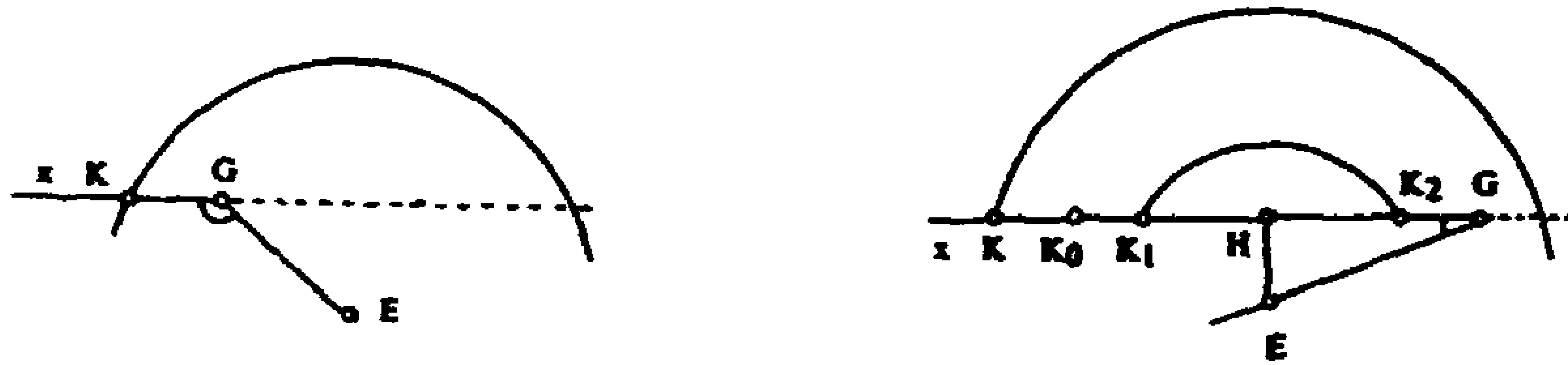
يتم الاستدلال بالطريقة ذاتها ونبرهن أن القوس $\widehat{MS}$ هو متشابه مع القوس $\widehat{AB}$، وكذلك بالنسبة للقوسين $\widehat{MU}$ و $\widehat{CG} - \widehat{AB}$.

وبالفعل فالزوايا $\measuredangle BCA = \measuredangle NIM = \measuredangle MPS$ و $\widehat{MS}$ هو إذاً متشابه مع القوس $\widehat{AB}$. من ناحية أخرى، لدينا الزوايا التالية: $\measuredangle BKA = \measuredangle E = \measuredangle UPM$ و $\measuredangle CAG - \measuredangle BCA =$؛ ويكون MU إذاً متشابهاً مع $\widehat{CG} - \widehat{AB}$، فرق القوسين المعطيين.

وبذلك تكون الكرة ذات المركز N، ونصف القطر NM، والقطب M هي الكرة المطلوبة.

[٢٢٦، ١١] إن معرفة $K = EG/EK$ و $\alpha = \measuredangle EGK\ (\alpha \in]0, \pi[\,)$ لا تخوّلنا دائماً تحديد أي مثلث متشابه مع EGK.

لنفترض أنه معنا المقطع $EG = a$ ونصف المستقيم Gx حيث إن الزاوية $\measuredangle EGx$ تساوي α. فيجب على النقطة K المطلوبة أن تنتمي إلى نصف المستقيم Gx وإلى الدائرة ذات المركز E ونصف القطر a/K (الشكل رقم (١٦) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، حيث α هي حادة و(الشكل رقم (١٧) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية)، عندما تكون α منفرجة كما هو مبين أدناه.



١) إذا كان $K < 1$، يكون معنا $a\ (a/K) > a$ مهما تكن α، حادة، قائمة أو منفرجة، فالدائرة $(E, a/K)$ تقطع نصف المستقيم Gx في نقطة واحدة K. ويجيب المثلث EGK عن المسألة.

٢) إذا كان $K = 1$، فليس للمسألة حلّ إذا كانت $\alpha \geqslant \frac{\pi}{2}$. فالحل $K = K_0$ عندما تكون α حادة والمثلث المتساوي الضلعين EGK_0 هو المثلث المطلوب.

٣) إذا كان $K > 1$، يكون معنا $a\ (a/K) < a$. فإذا كانت $\alpha \geqslant \frac{\pi}{2}$، فليس للمسألة حلّ. وإذا كانت $\alpha < \frac{\pi}{2}$، ليكن $EH \perp Gx$، $EH = a \sin \alpha$، $K = 1/\sin \alpha$، $K = H$، ويجيب المثلث قائم الزاوية EHG عن المسألة.

إذا كان $1 < K < 1/\sin \alpha$، تقطع الدائرة $(E, a/K)$ المقطع GK_0 في نقطتين K_1 و K_2، لكن المثلثين EGK_1 و EGK_2 ليسا متشابهين لأن الزاويتين الحادتين

EK_1G و GEK_2 ليستا متساويتين.

وبالفعل فإن الزاوية $\measuredangle K_2EG < \measuredangle K_1K_2E = \measuredangle EK_1G$.

واختصاراً إذا كانت $K < 1$، يكون الحل صحيحاً مهما تكن α، وإذا كانت $K = 1$ فهو صحيح فقط عندما تكون α حادة ويكون المثلث متساوي الضلعين، وإذا كانت $K > 1$ فالحل يكون فقط إذا كانت α حادة وتحقق $K \sin \alpha = 1$، يكون عندها المثلث قائم الزاوية. فإننا نتساءل: هل وضع القوهي نفسه بالفرضية $k < 1$ من دون أن يوضح ذلك؟ إنه في النص يؤكد فقط أن K هو عدد معلوم.

[٢٢٦، ١٤] لتكن C نقطة على المقطع المعطي AB، المطلوب هو إيجاد نقطة D على المقطع CB حيث إن (الشكل رقم (١٨) من الملحق رقم (٣)، انظر ملحق الأشكال الأجنبية):

$$K = \frac{AC \,.\, CD}{AD \,.\, DB}$$ ، K عدد معلوم.

معنا:

$$\frac{CA}{CB} = \frac{CA \,.\, CD}{CB \,.\, CD}$$

نستنتج من هذا:

$$\frac{BC \,.\, CD}{DA \,.\, DB} = k.\frac{CB}{CA} = \frac{1}{k'}$$

لتكن E وسط المقطع AB، والنقطة D هي بين A و B، يكون معنا:

$$(1) \quad DA \,.\, DB + ED^2 = EB^2,$$

لكن:

$$(2)\ BC \,.\, CD + BC \,.\, BD = BD^2.$$

وإذا أخذنا بعين الاعتبار أن $k' = \frac{DA \,.\, DB}{BC \,.\, CD}$، نميز عندها حالتين:

أ) إذا: $\frac{EB^2}{BC^2} = k'$ ، عندئذٍ $\frac{ED^2}{BC \,.\, BD} = k'$.

لكن: $\frac{CB \,.\, BD}{EB \,.\, BD} = \frac{CB}{EB}$ هي معلومة، إذاً $k'.\frac{EB}{CB} = \frac{ED^2}{EB \,.\, BD}$ هي معلومة.

لتكن I وسط DE، يكون معنا $ED^2 = 4\, ID^2$ والنقطة B هي خارج المقطع DE، فيكون معنا: $EB \,.\, BD + DI^2 = BI^2$،

إذاً تكون النسب: $\frac{ID^2}{IB^2}$ معلومة، $\frac{ID}{IB}$ معلومة أيضاً، وكذلك $\frac{ID}{BD}$ و $\frac{ED}{BD}$؛ إذاً النقطة D هي معلومة.

ب) إذا كانت $\frac{BC^2}{EB^2} \neq k'$، عندئذٍ $\frac{ED^2}{BC \cdot BD} \neq k'$.

لنفترض: $EB^2 > K'BC^2$، عندها يكون: $ED^2 > K'BC \cdot BD$. فيكون معنا استناداً إلى (1) و (2):

$$ED^2 - K' BC \cdot BD = EB^2 - k'BC^2.$$

لنضع عندها:

$$EB^2 - k'BC^2 = k'CB \cdot BK,$$

وهذا يحدد المقطع BK، والنقطة K هي على امتداد AB. فنحصل على:

$ED^2 = KD\ CB \cdot KD$ مع $KD > BD$.

لكن: $\frac{BC}{EK} = \frac{BC \cdot KD}{EK \cdot KD} = k''$

هذه النسبة هي نسبة معلومة لأن EK هو معلوم،

لذلك: $ED^2 = k'k'' EK \cdot ED$.

وبما أن I هي وسط ED، يكون معنا $ED^2 = 4\ EI^2$

و $EK \cdot KD = KI^2 - EI^2$.

نستنتج من هذا أن: $EI^2 (4 + k' k'') = k' k''. KI^2$.

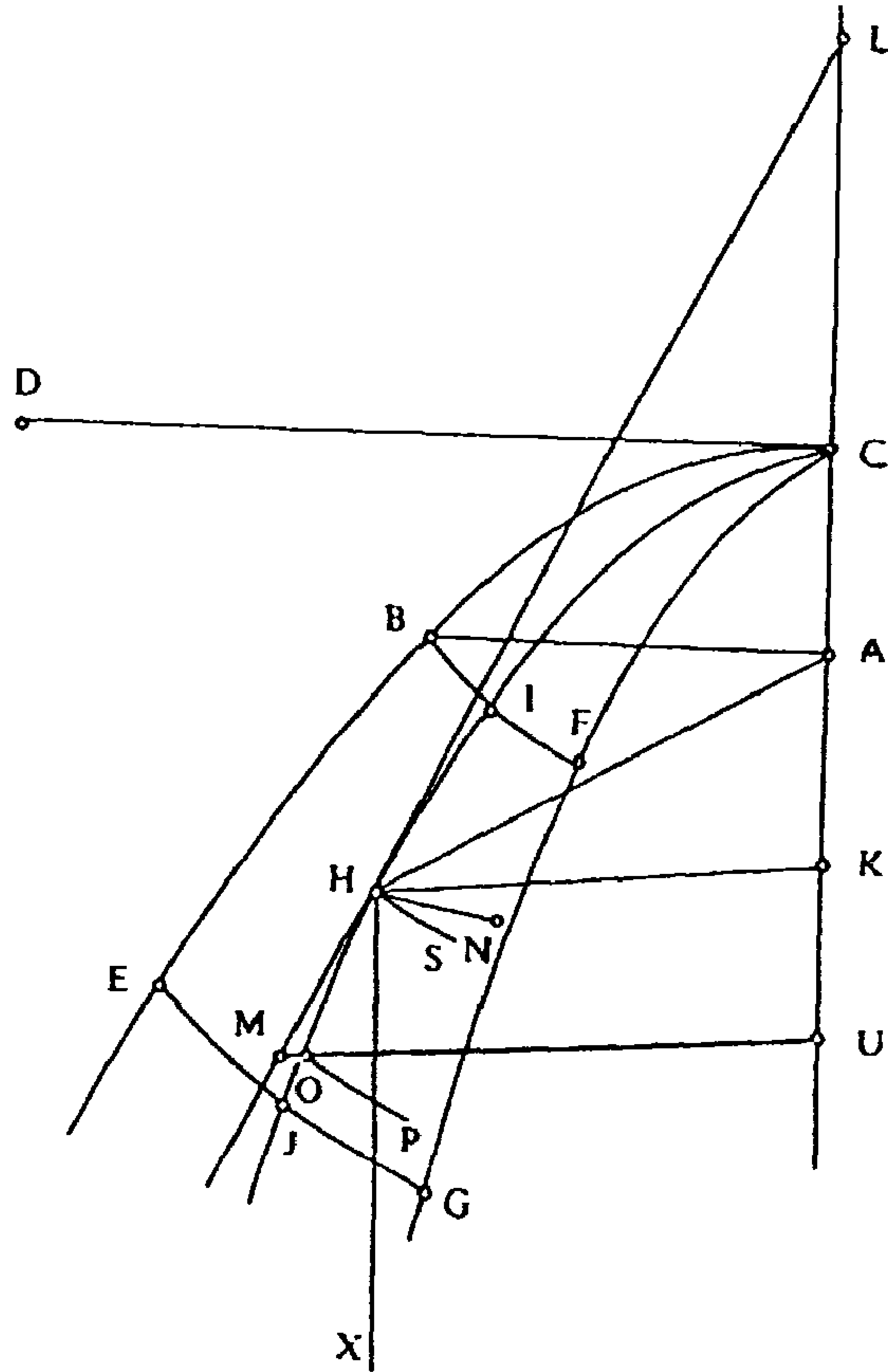
فالنسبة $\frac{EI}{KI}$ هي إذاً معلومة، وكذلك النسبة $\frac{ED}{KE} = \frac{2\ EI}{KI + IE}$ وأيضاً $\frac{KD}{KE}$.

فالنقطتان E و K هي إذاً معلومة؛ إذاً النقطة D معلومة والمستقيم KD معلوم أيضاً.

ملحق الأشكال الأجنبية(*)

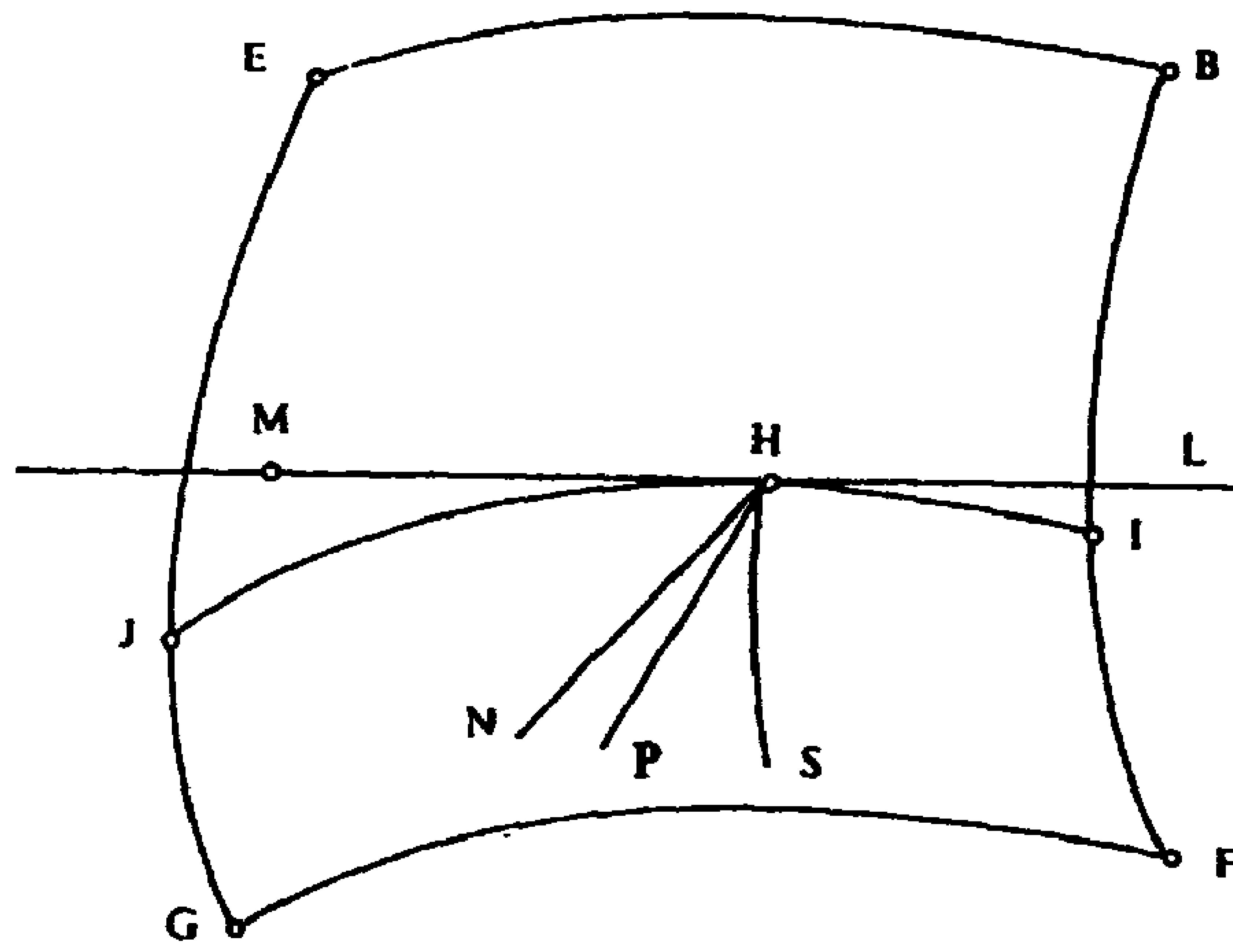
١ ـ أشكال النص الأول

الشكل رقم (١)

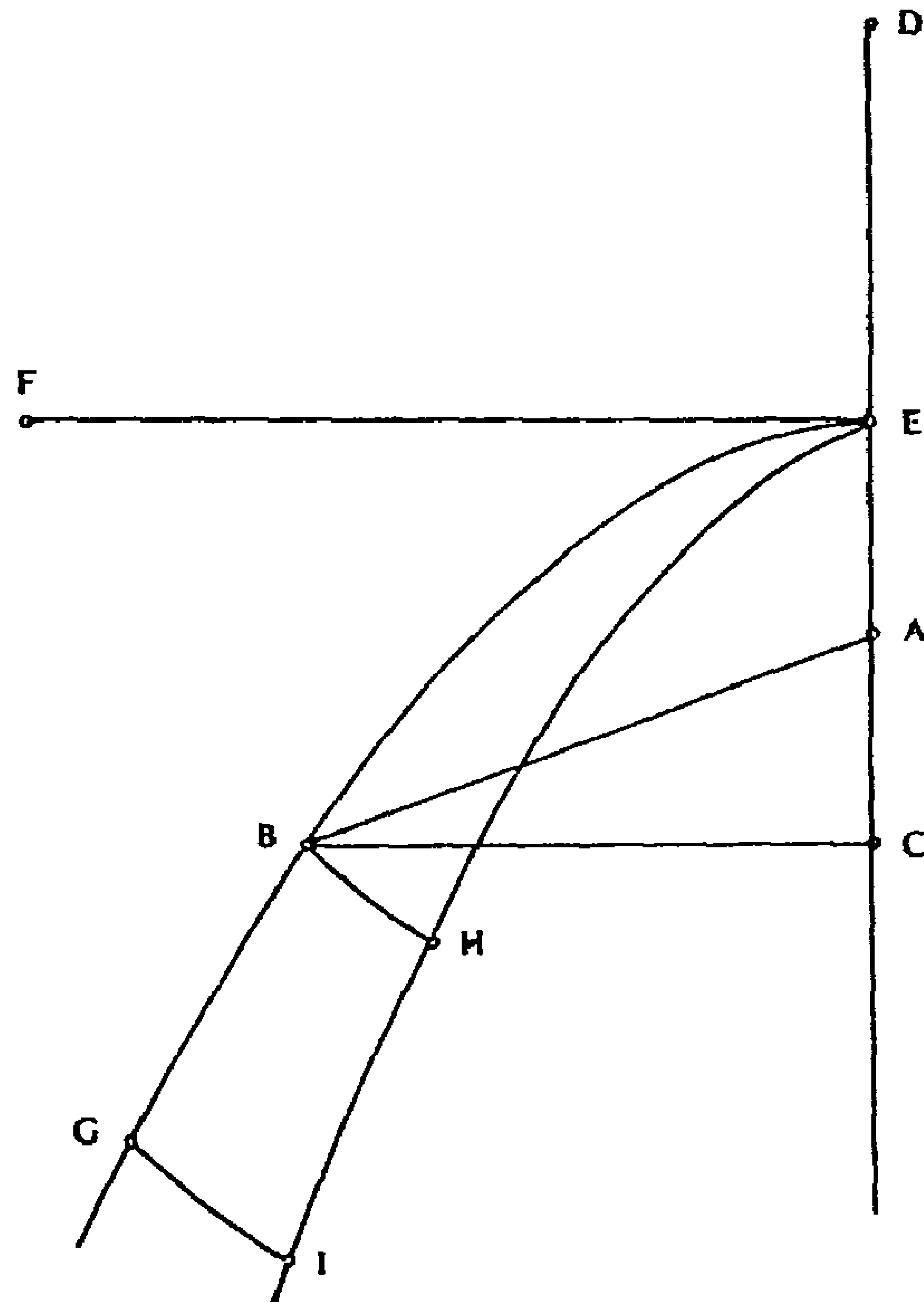


(*) يقتصر الملحق على الأشكال التي تمت الإحالة إليها في النص، لذا سيلاحظ القارئ عدم تسلسلها (المحرر).

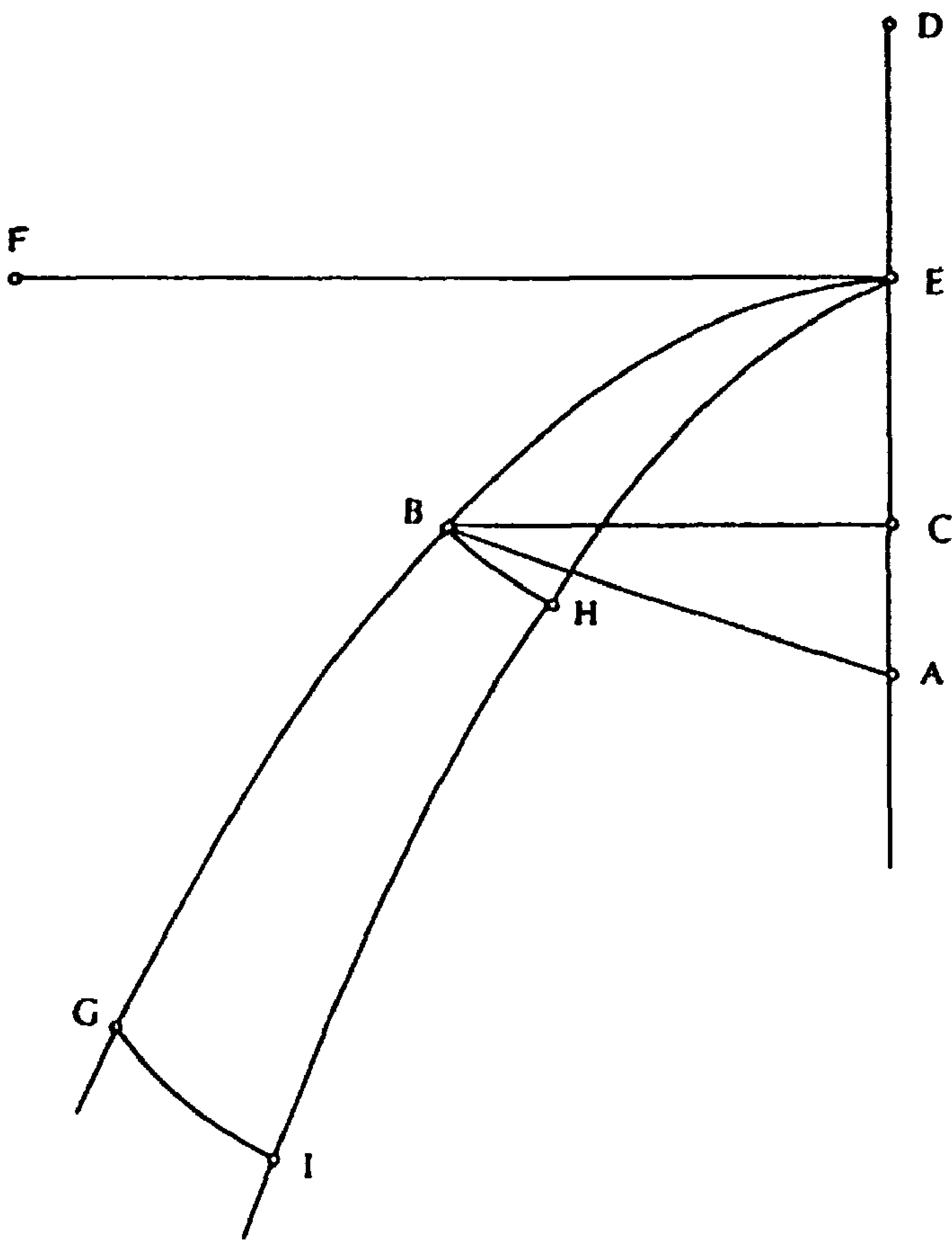
الشكل رقم (٢)



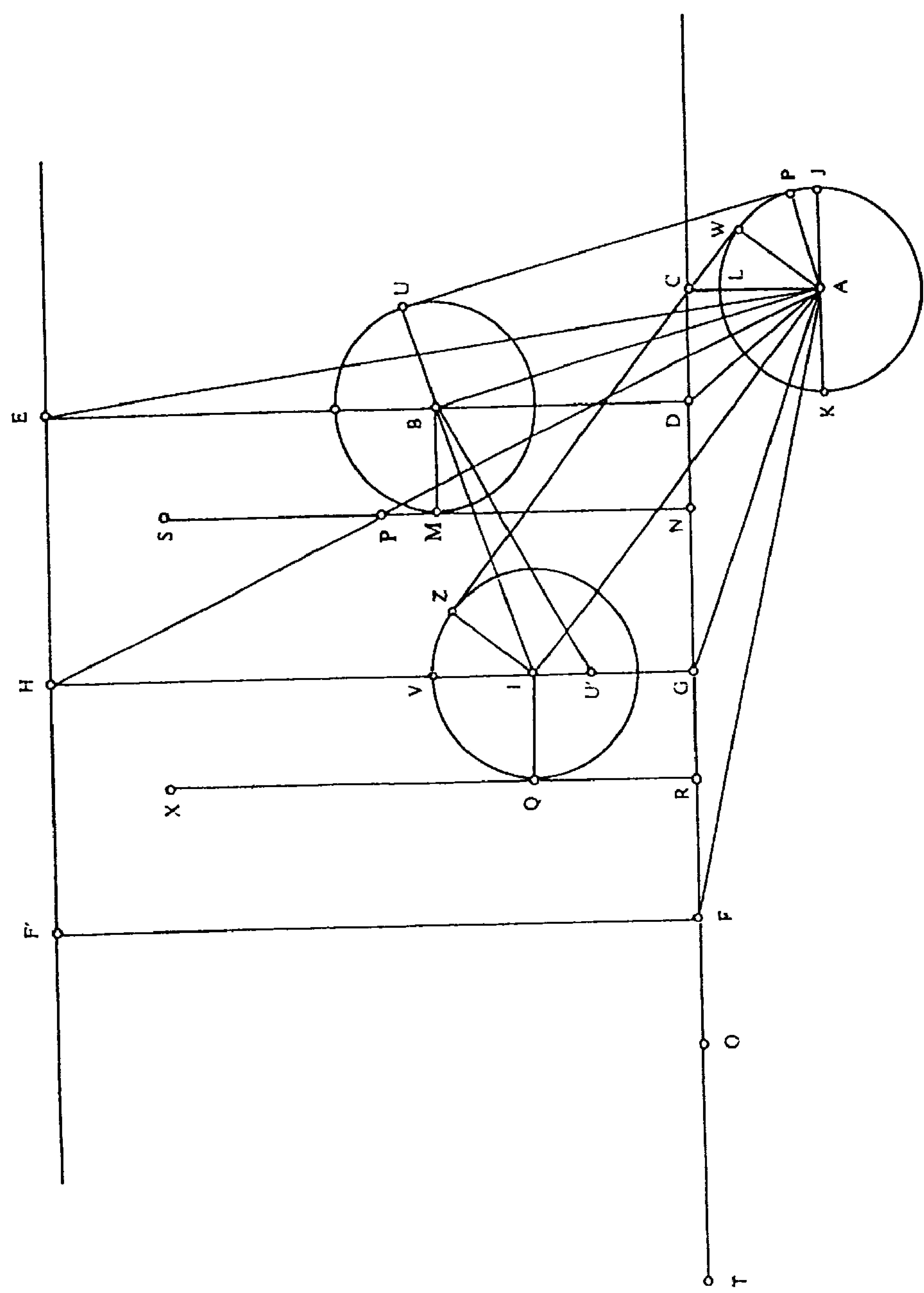
الشكل رقم (٣)



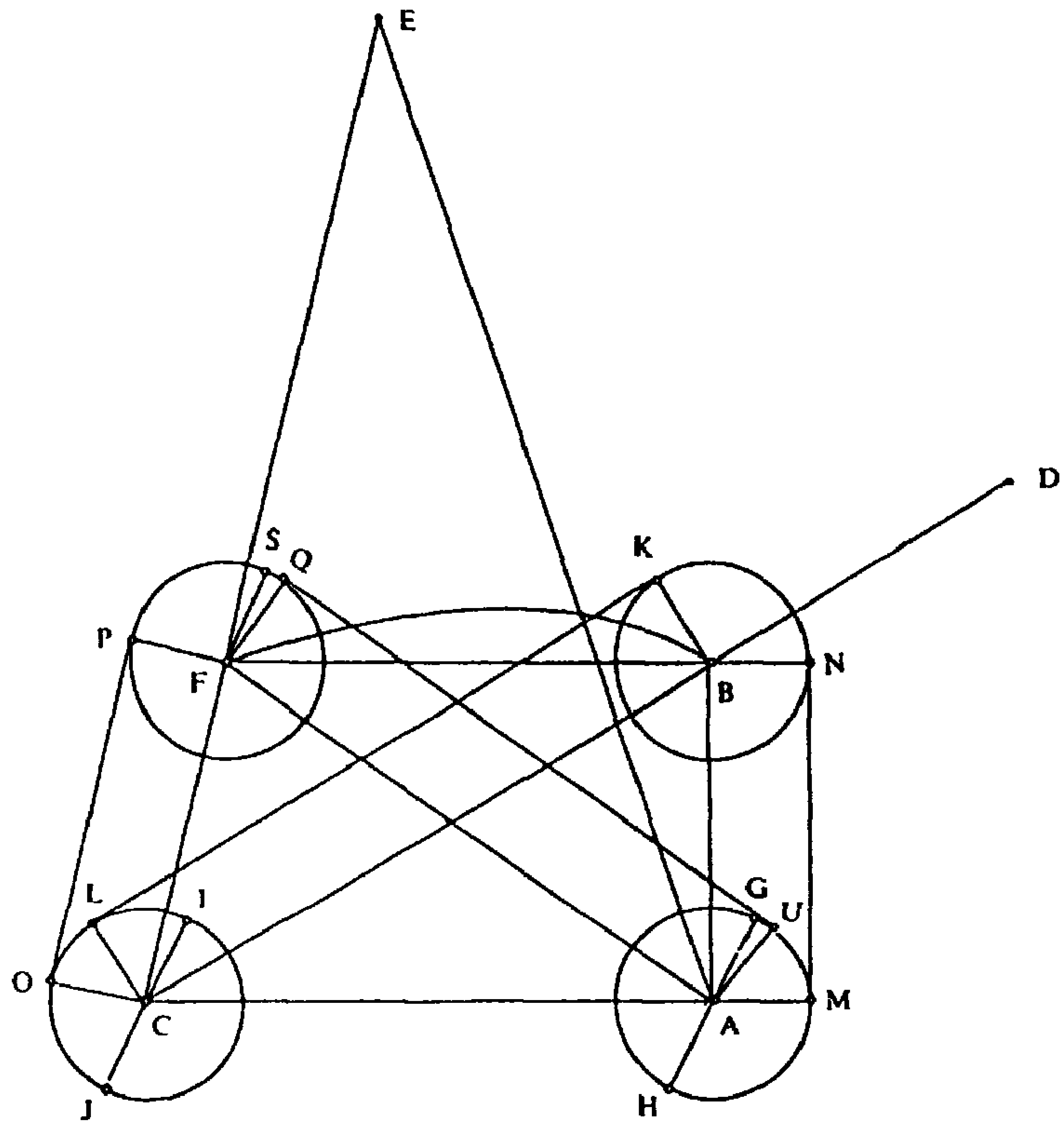
الشكل رقم (٤)



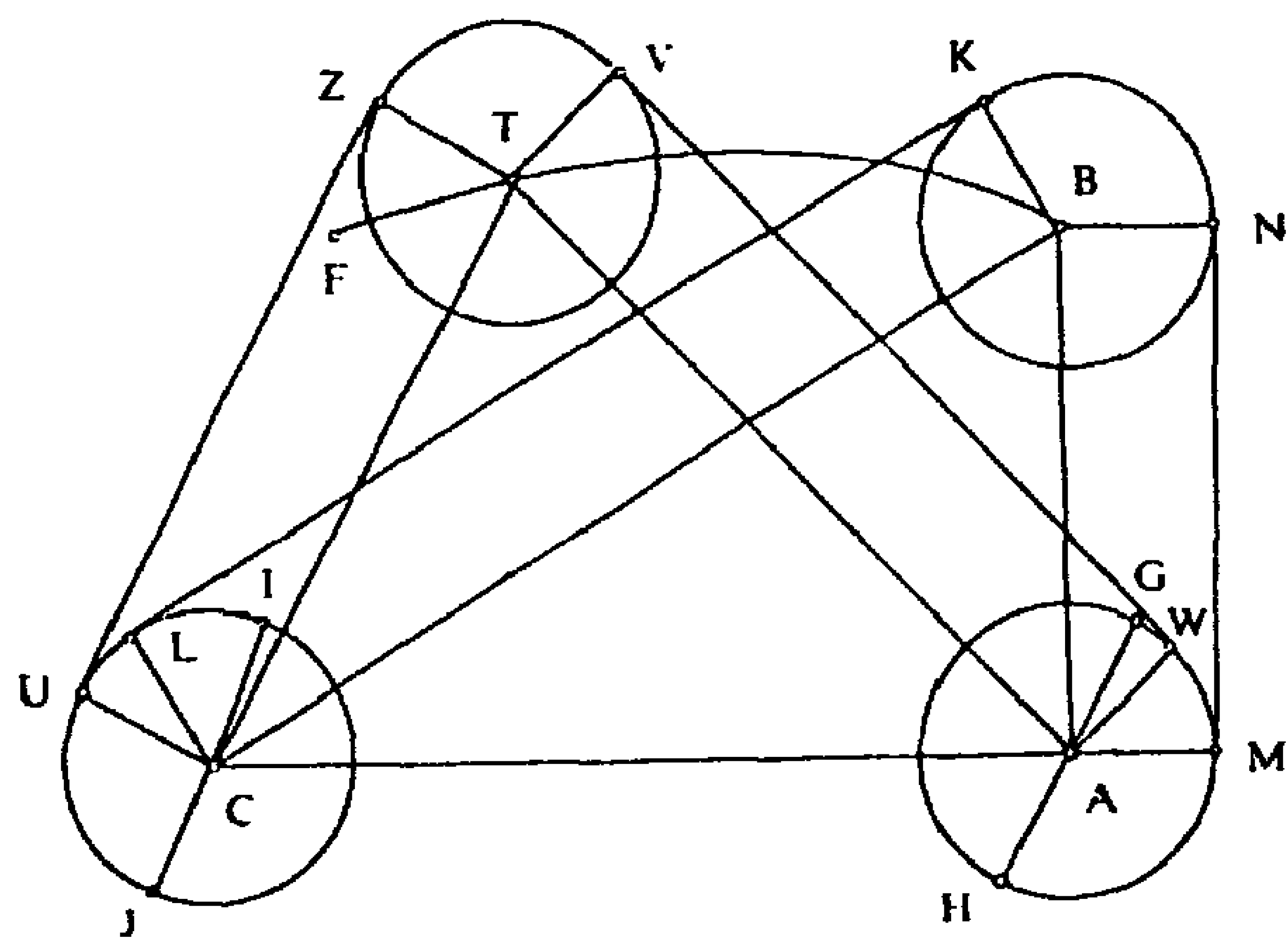
الشكل رقم (٥)



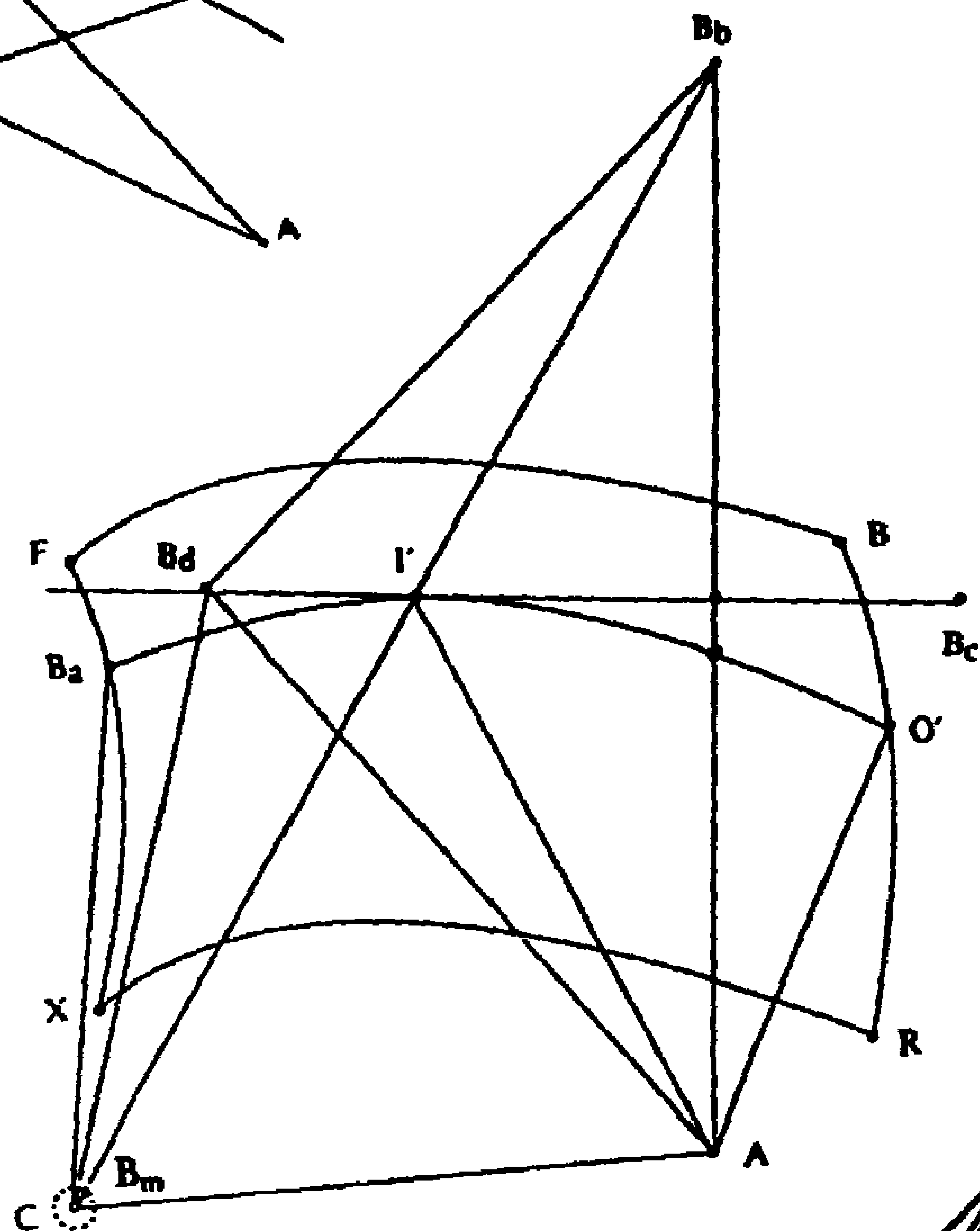
الشكل رقم (٦)



الشكل رقم (٧)



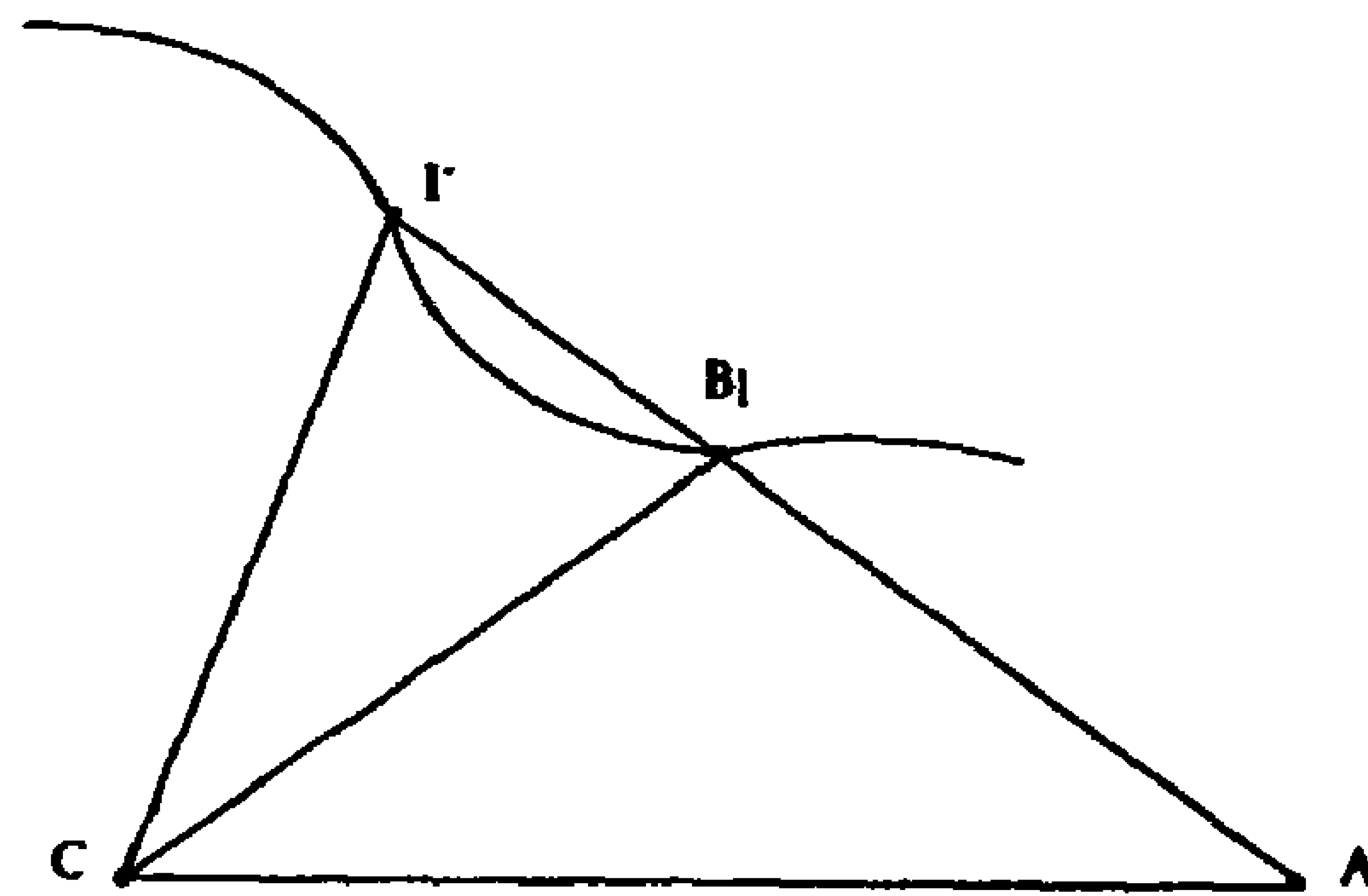
الشكل رقم (٨)



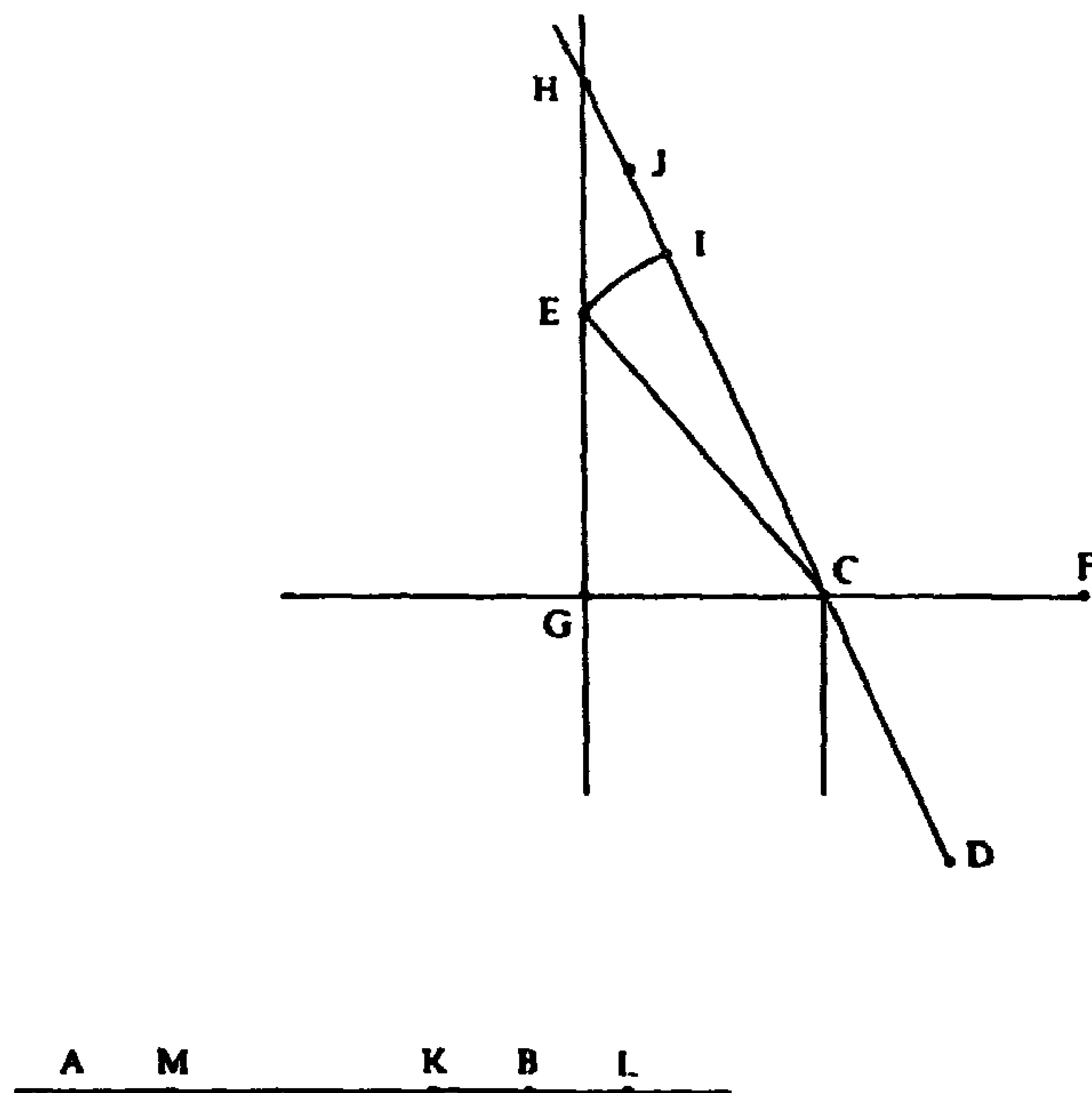
الشكل رقم (٩)

Bg
Bh
Bd
I'
Bf
Bj
Bc
Bk
Bi
Ba
O'
A
C

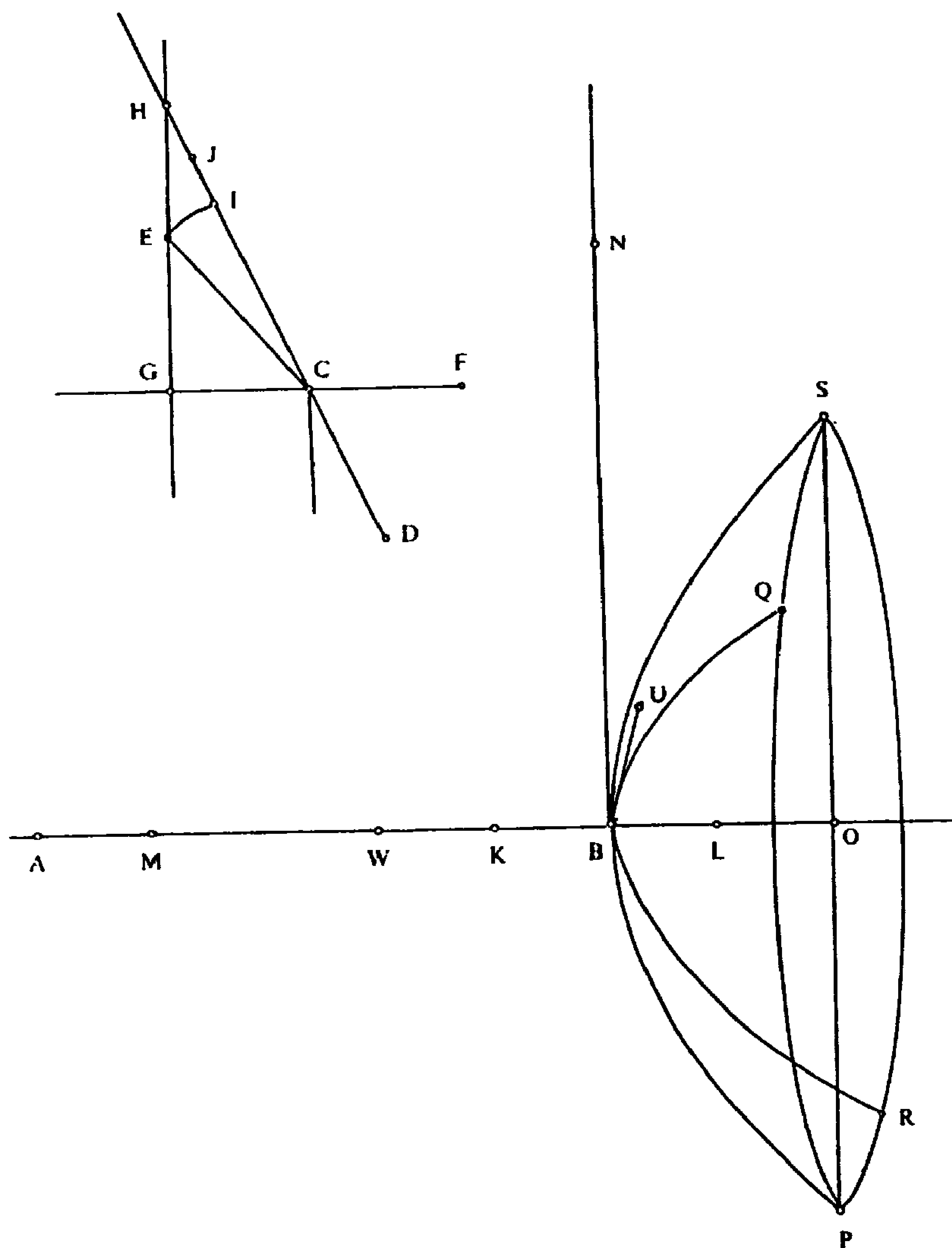
الشكل رقم (١٠)



الشكل رقم (١١)



الشكل رقم (١٢)

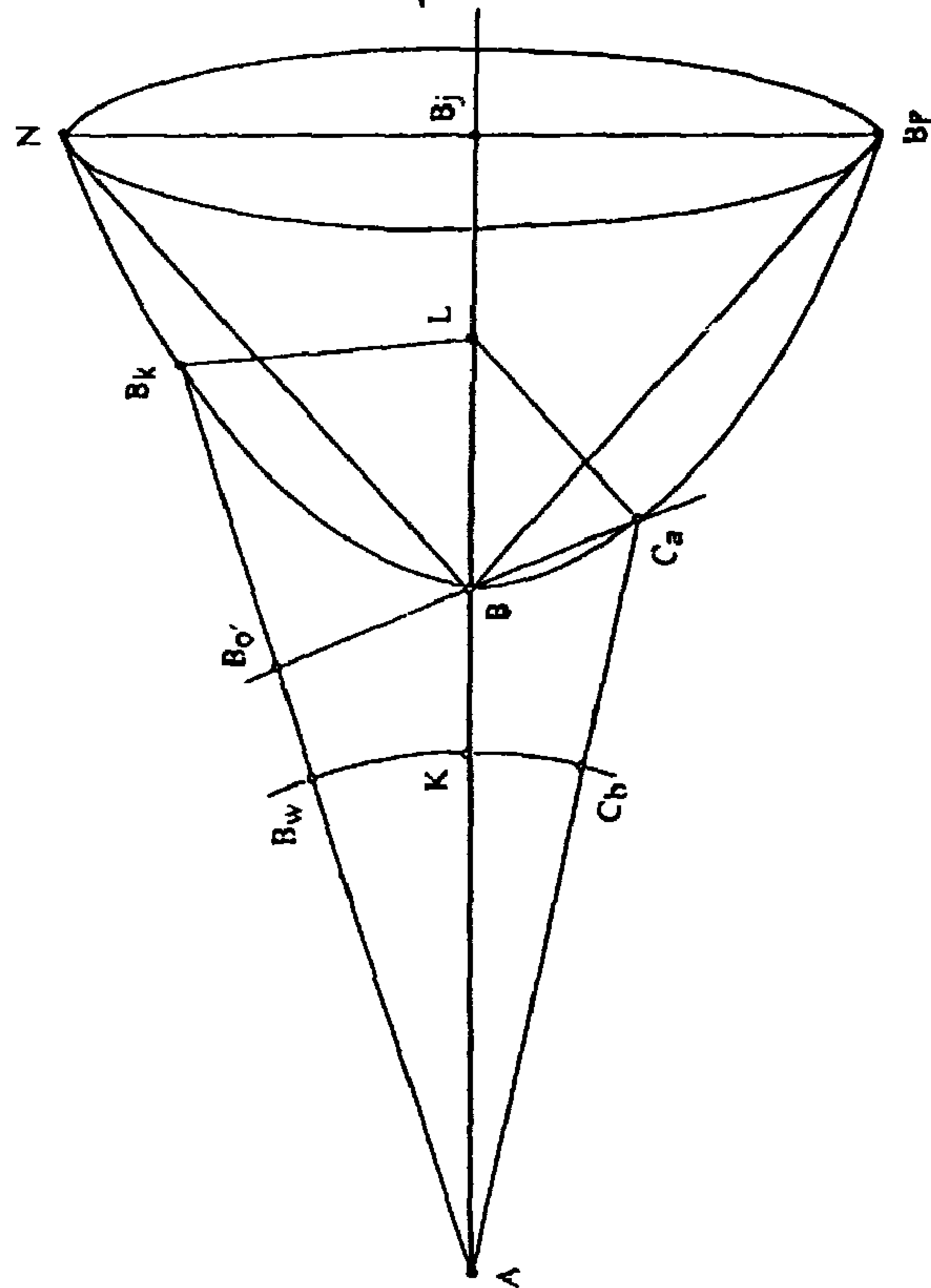


الشكل رقم (١٣)

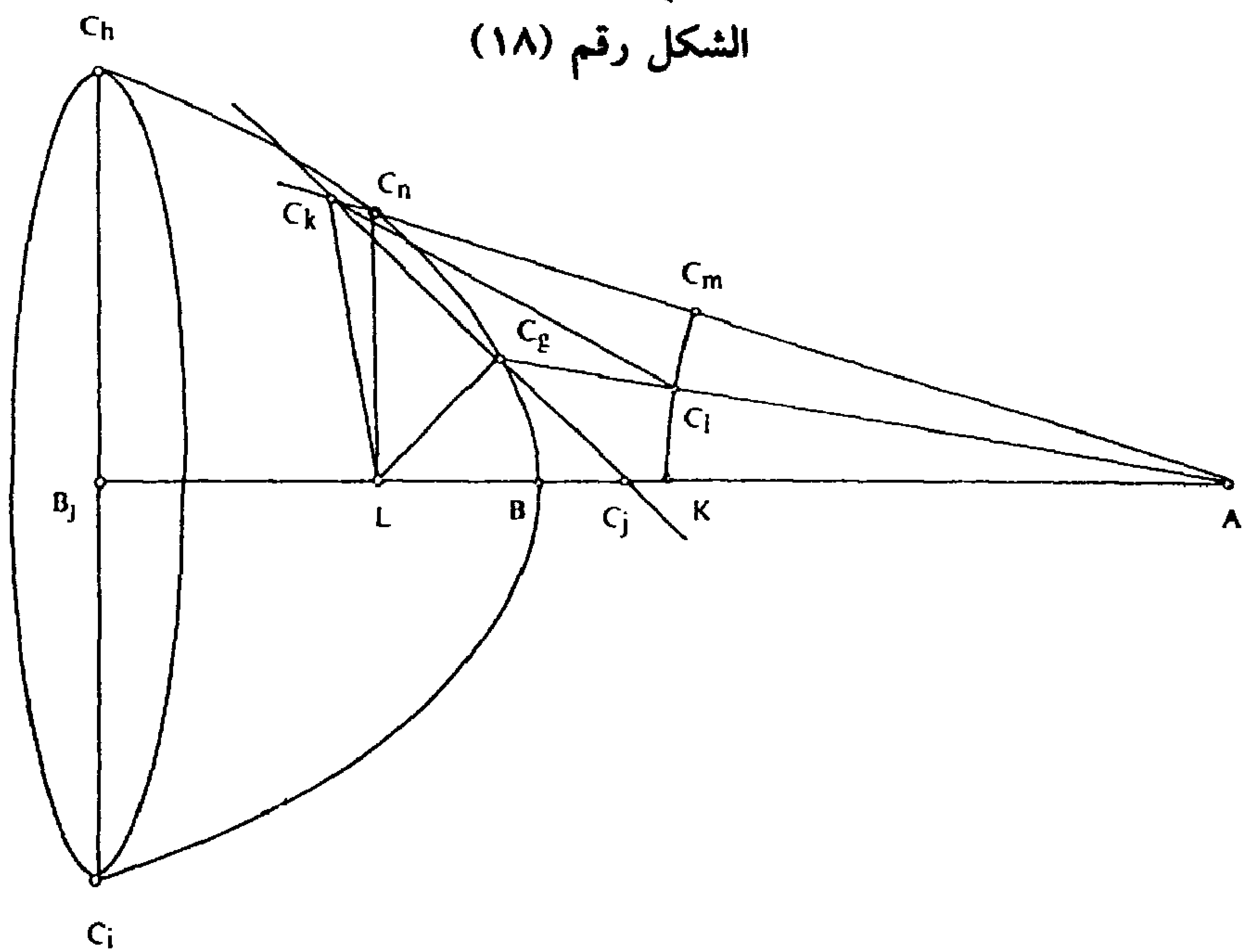
الشكل رقم (١٤)

الشكل رقم (١٥)

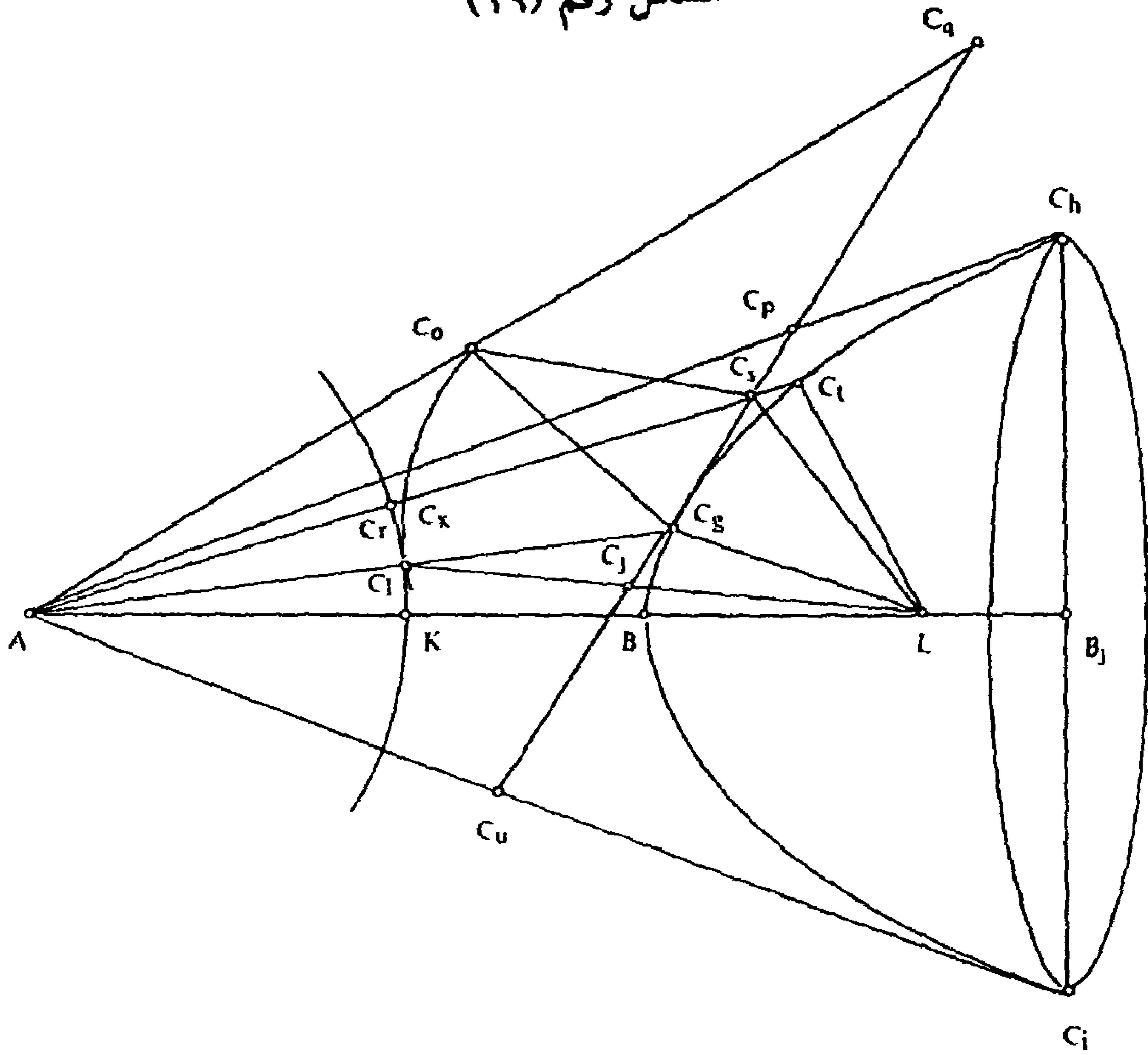
الشكل رقم (١٦)



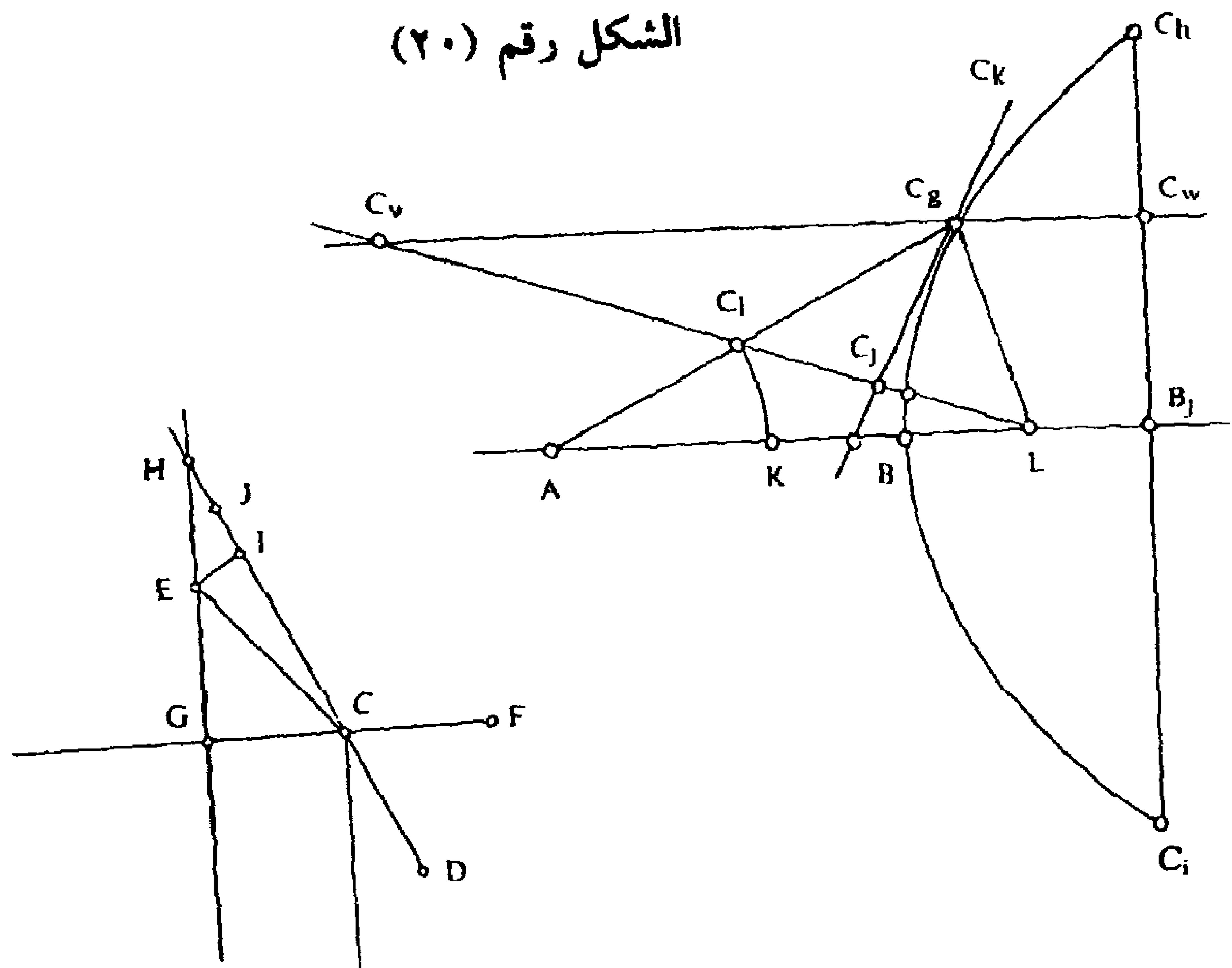
الشكل رقم (١٨)



الشكل رقم (١٩)



الشكل رقم (٢٠)

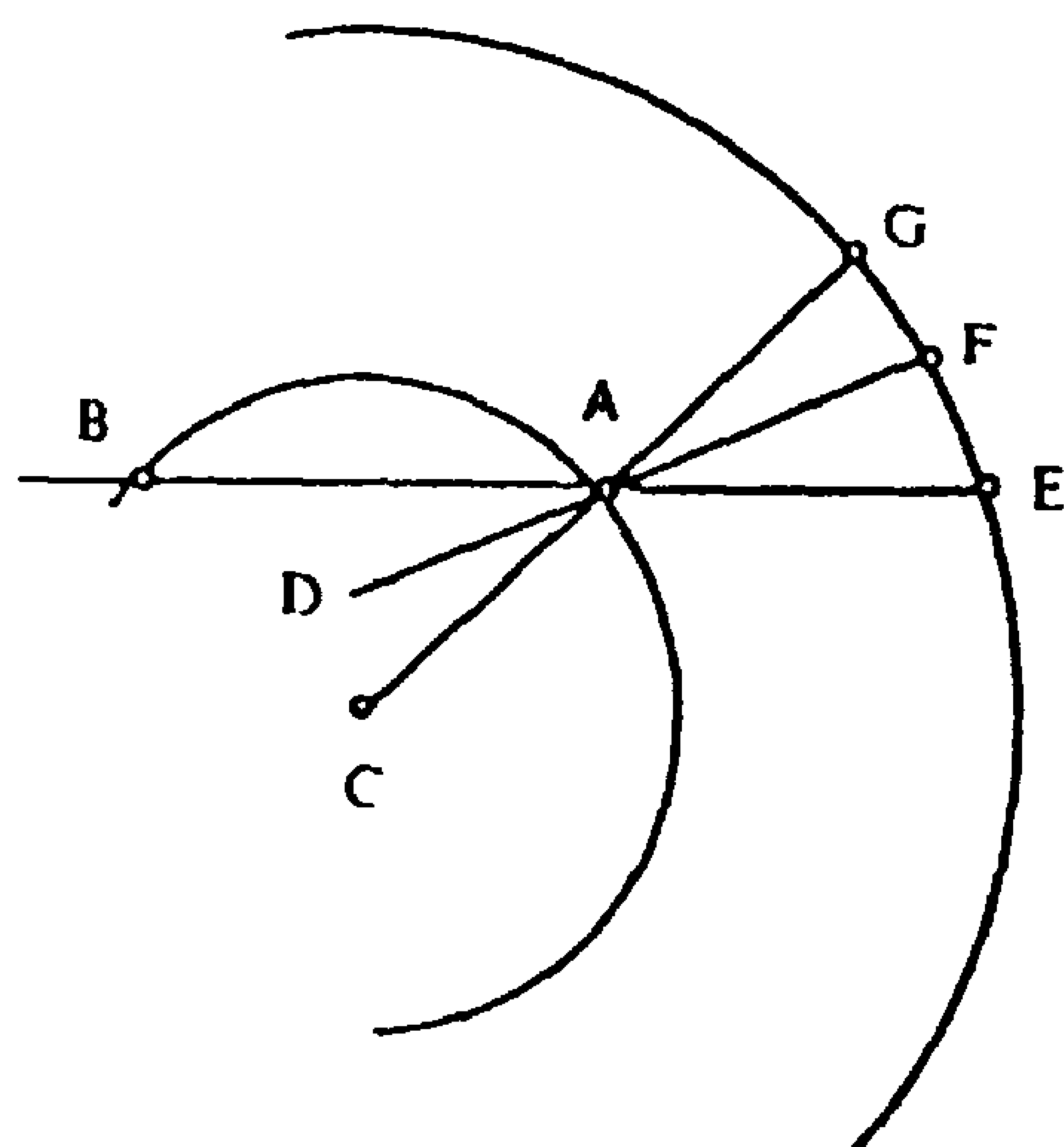


الشكل رقم (٢١)

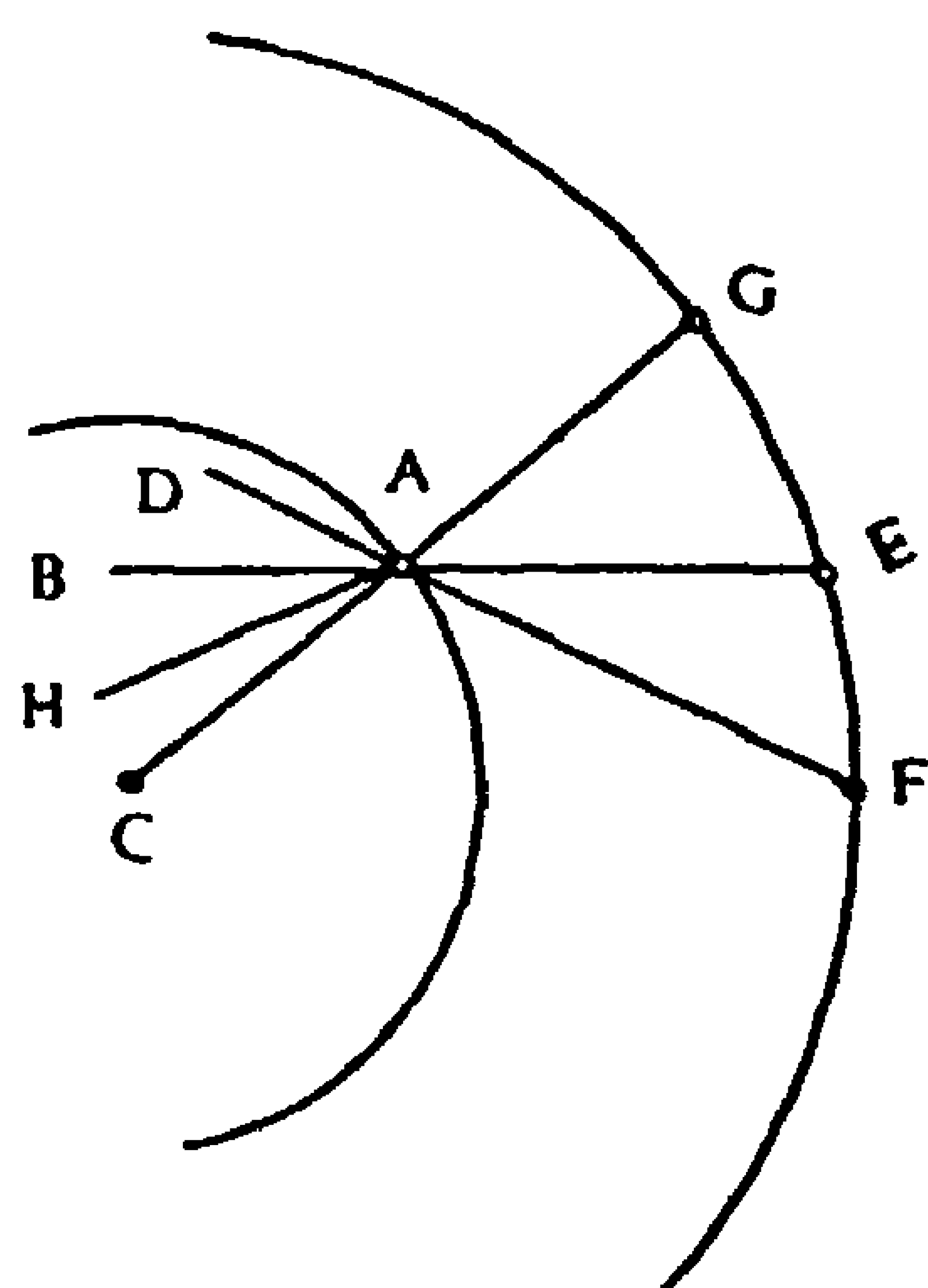
الشكل رقم (٢٢)

٢ ـ أشكال النص الثاني

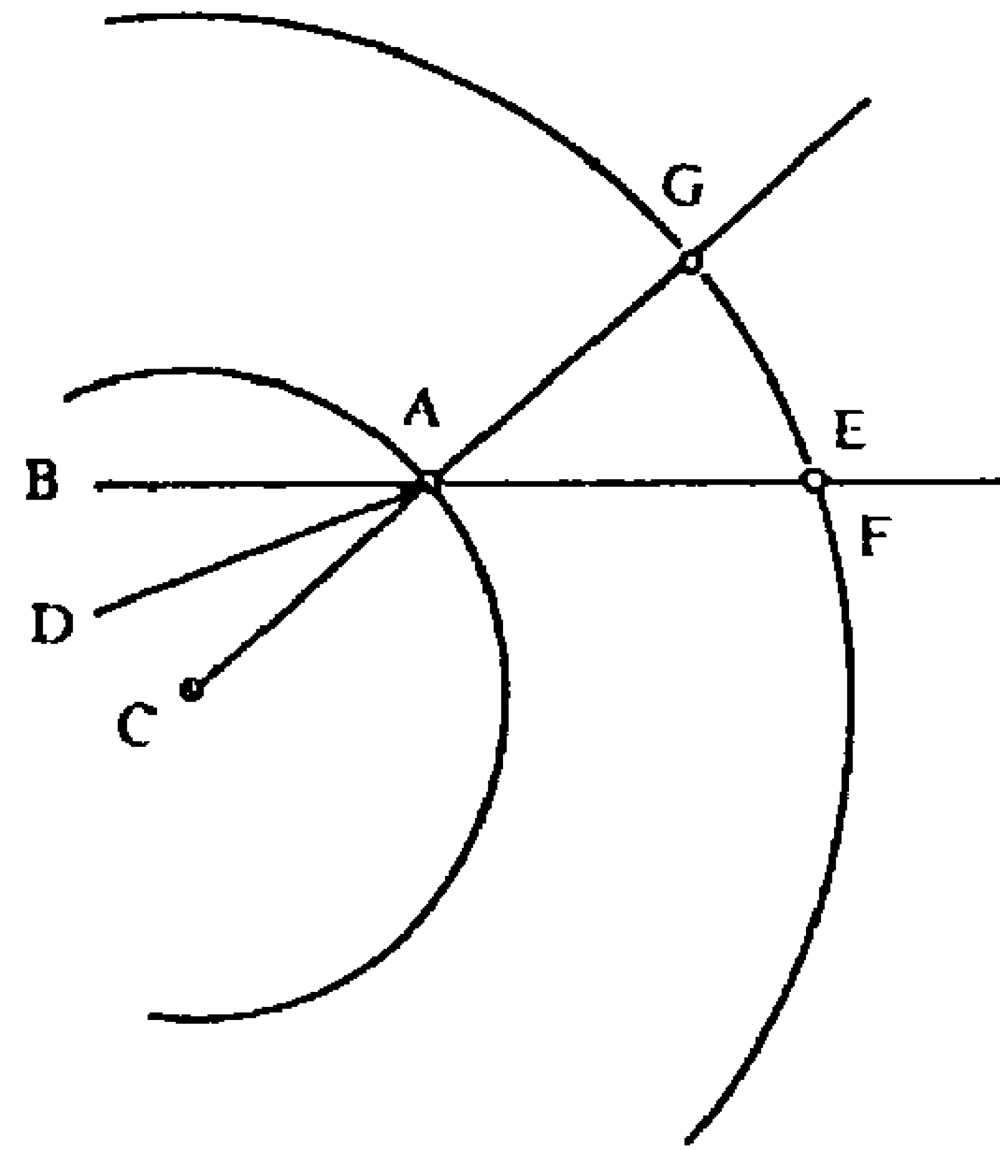
الشكل رقم (١)



الشكل رقم (٢)

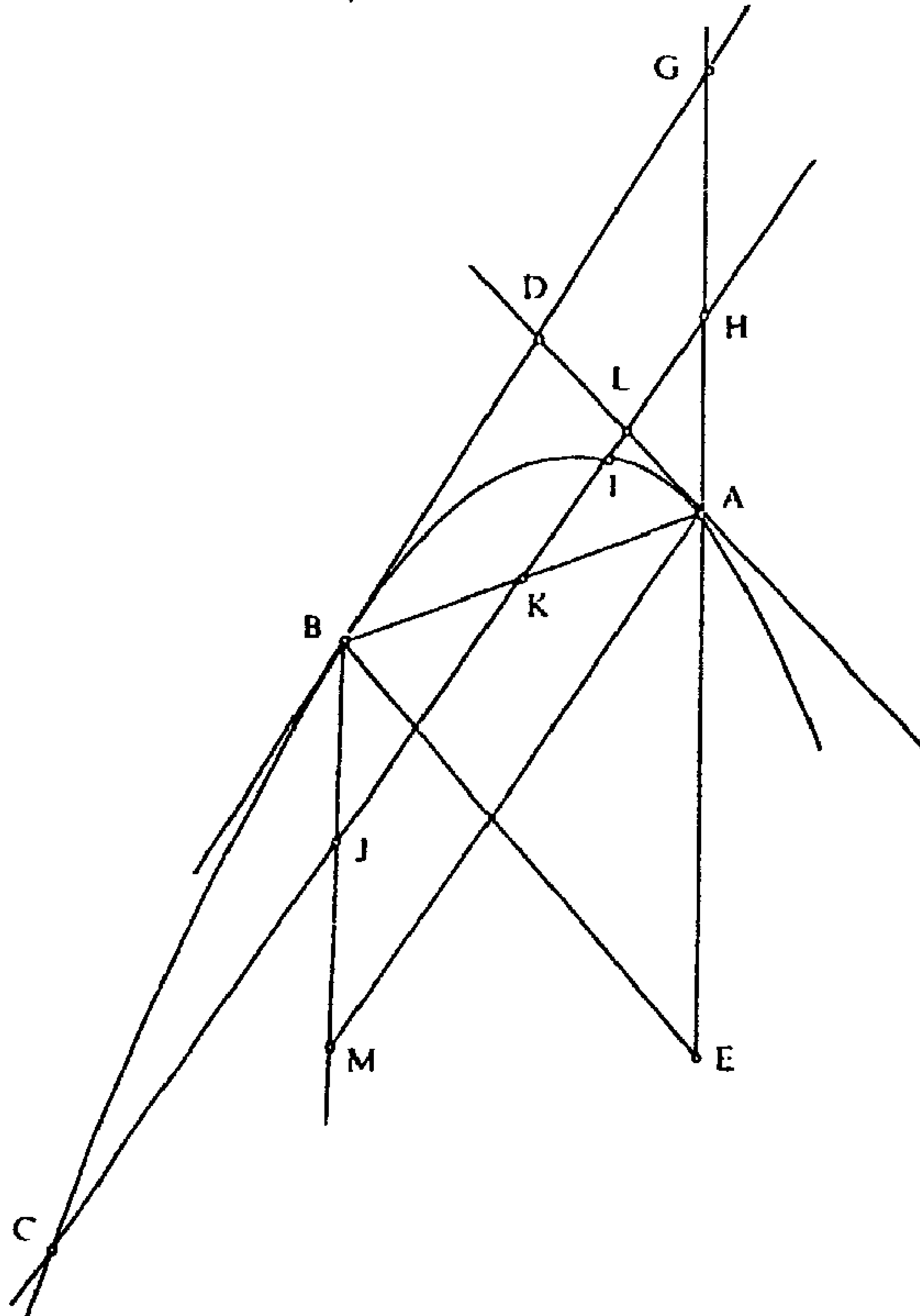


الشكل رقم (٣)

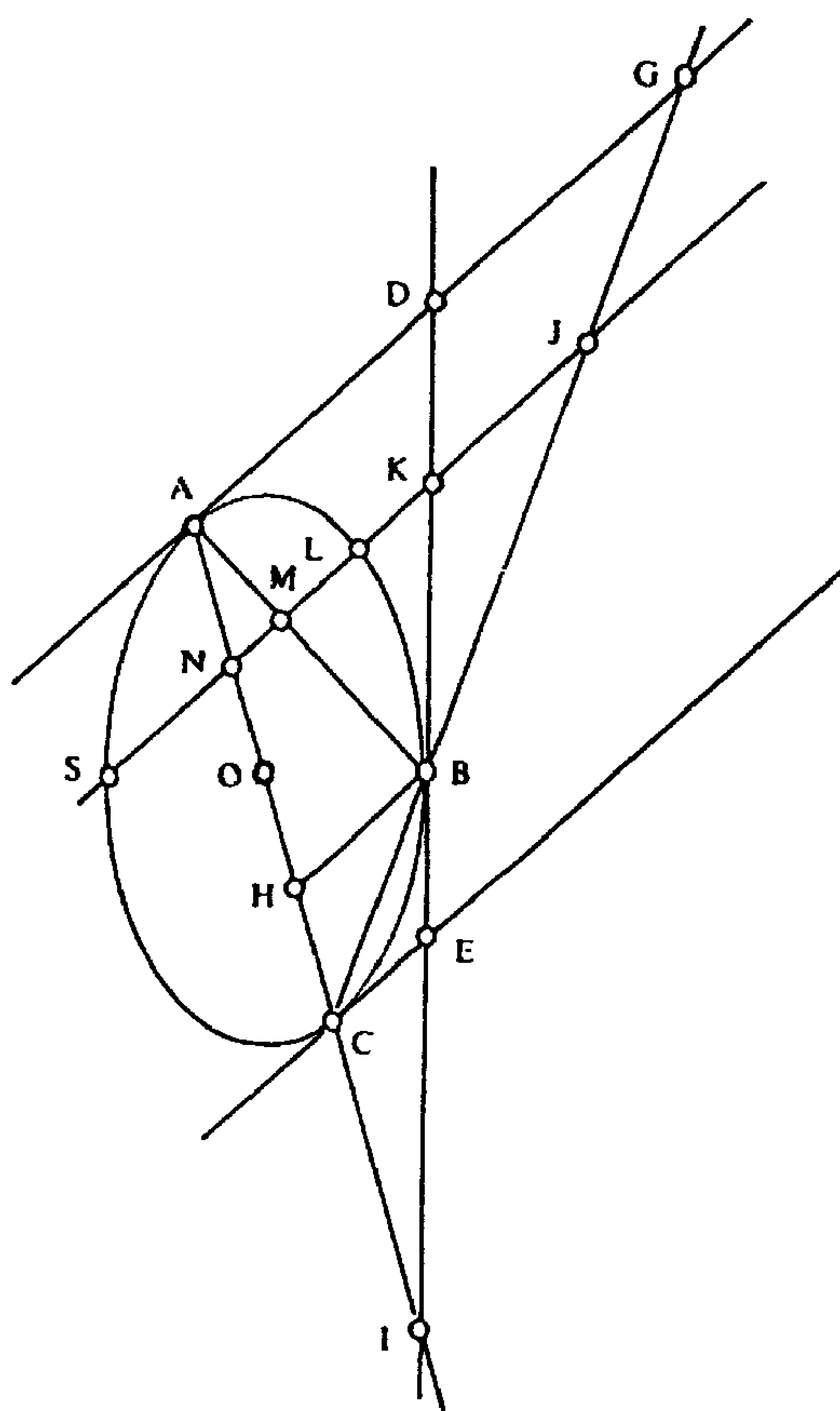


٣ ـ أشكال النص الثالث

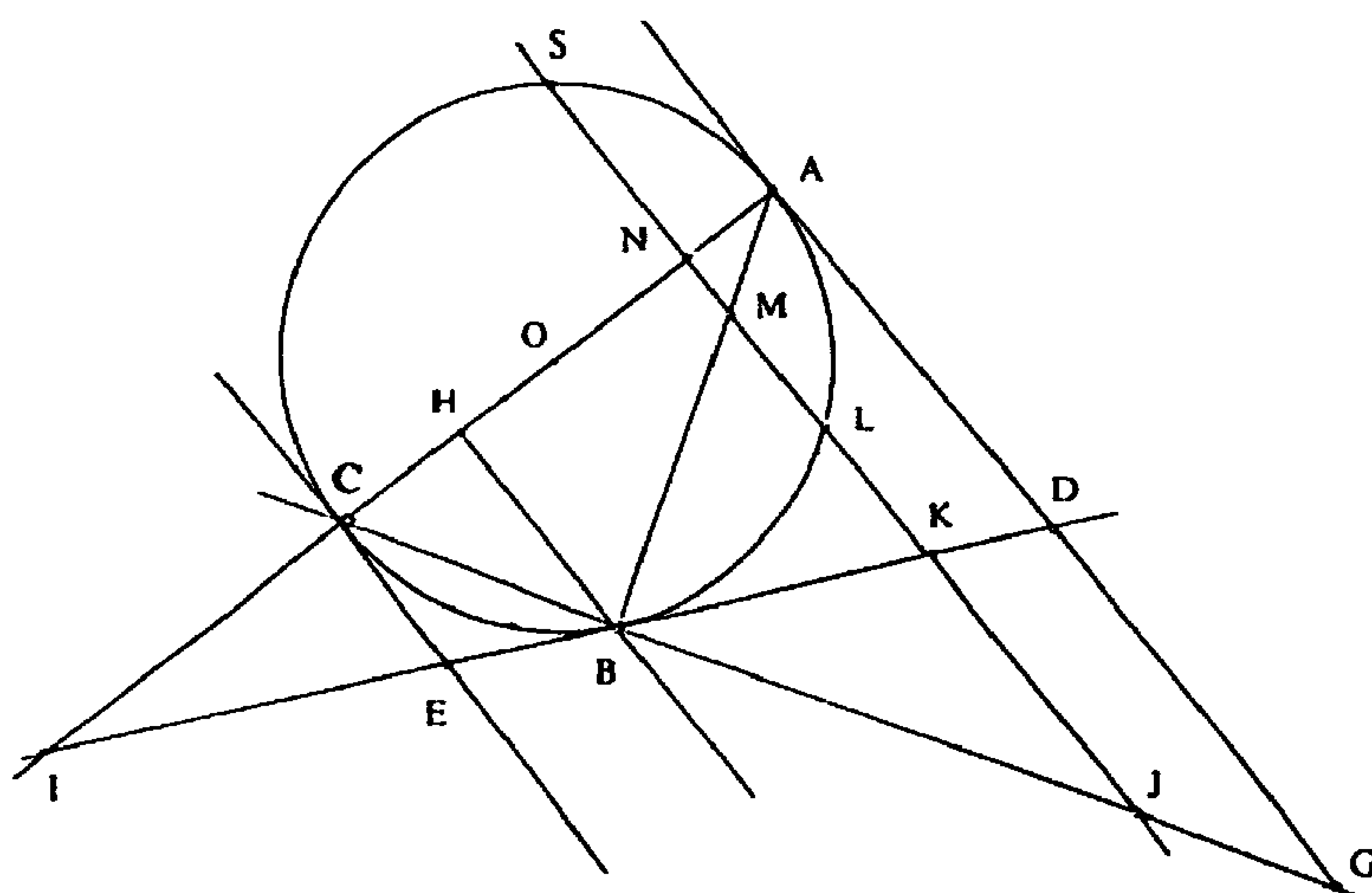
الشكل رقم (١)



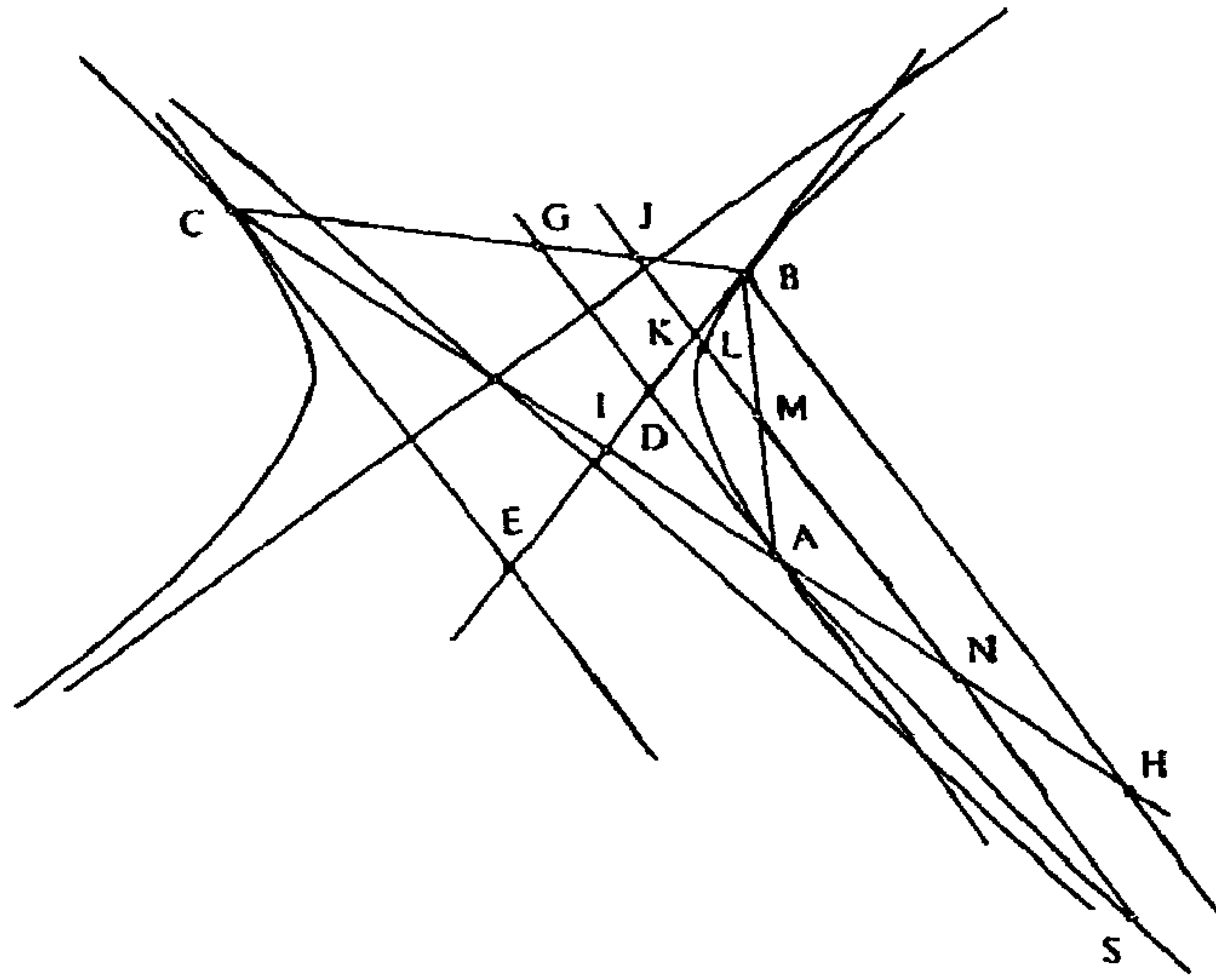
الشكل رقم (٢ ـ أ)



الشكل رقم (٢ ـ ب)

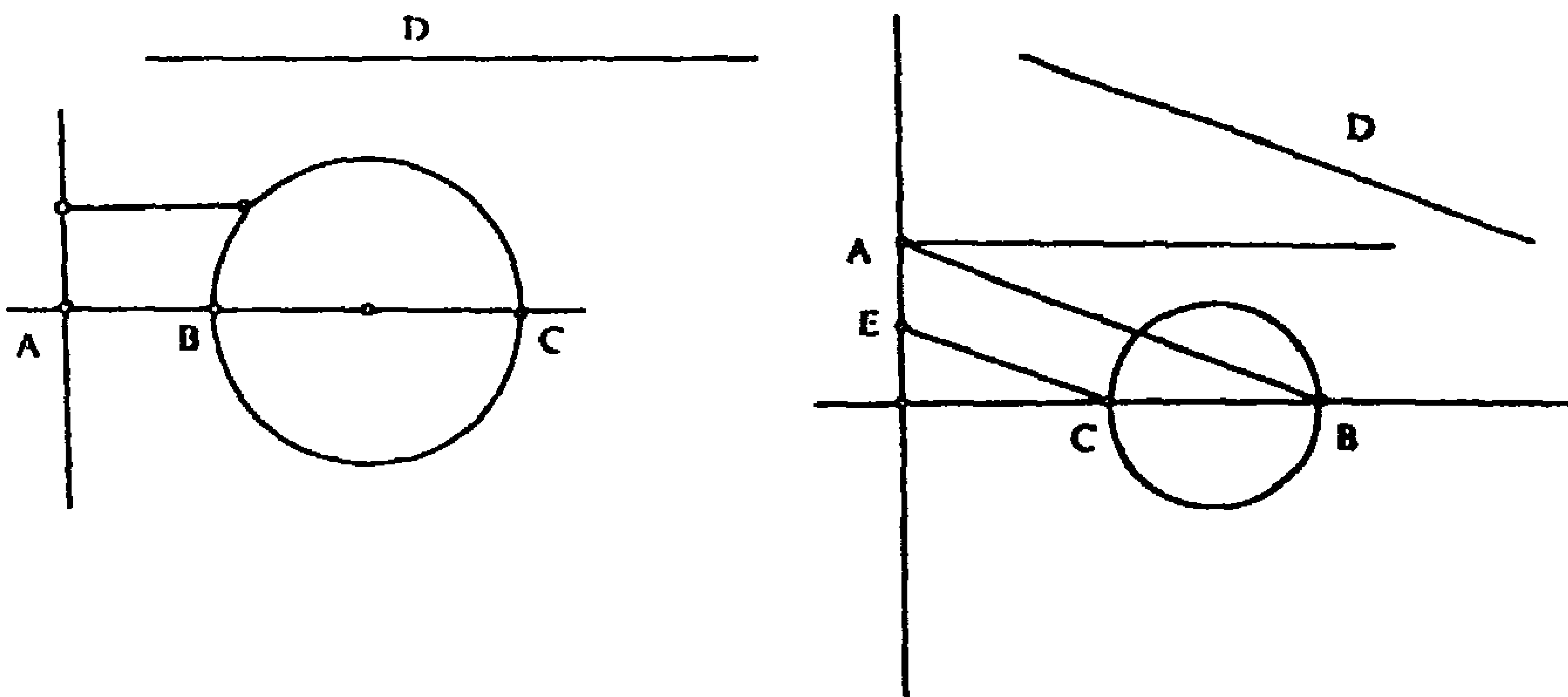


الشكل رقم (٢ ـ ج)

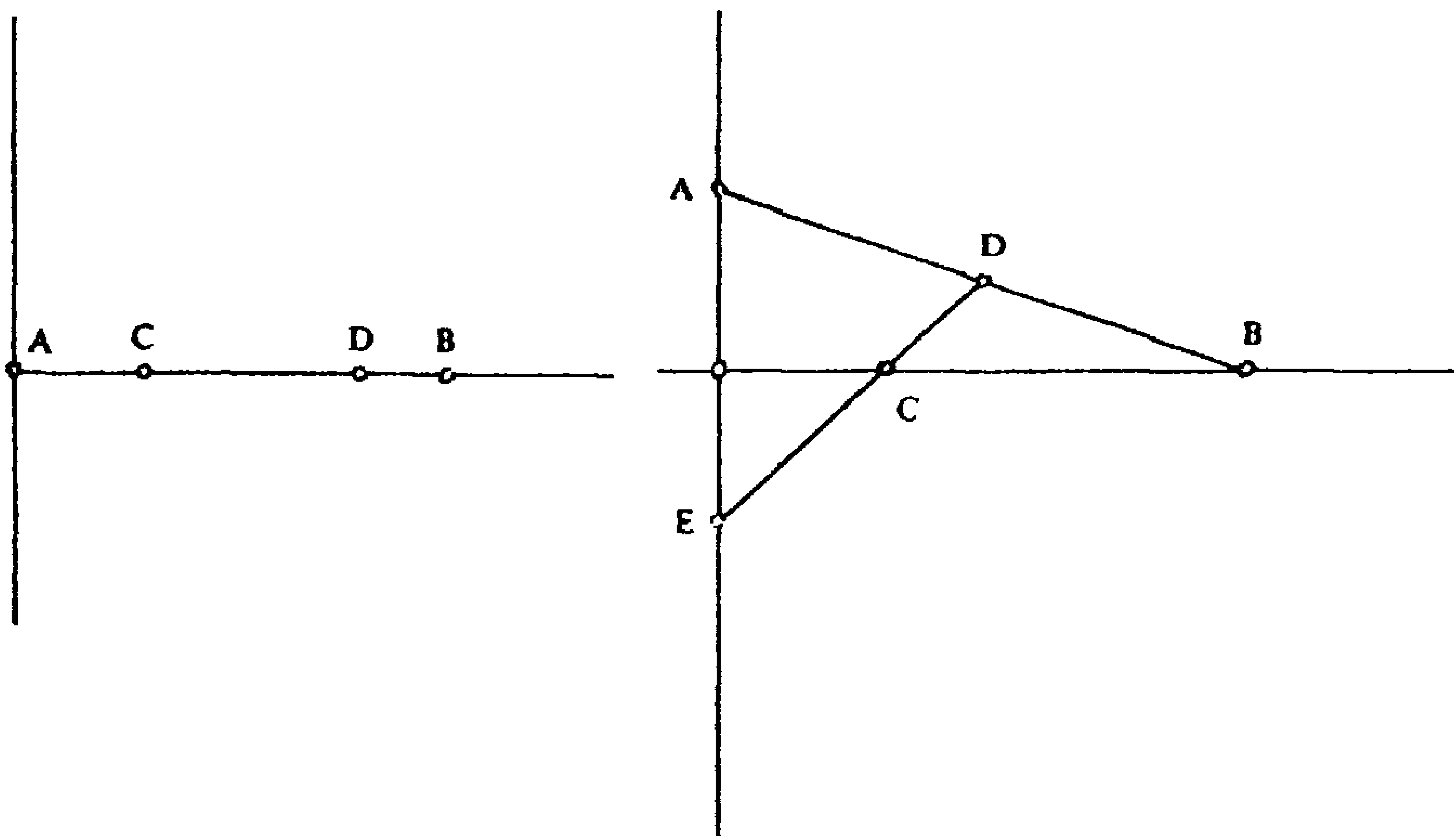


٤ ـ أشكال النص الرابع

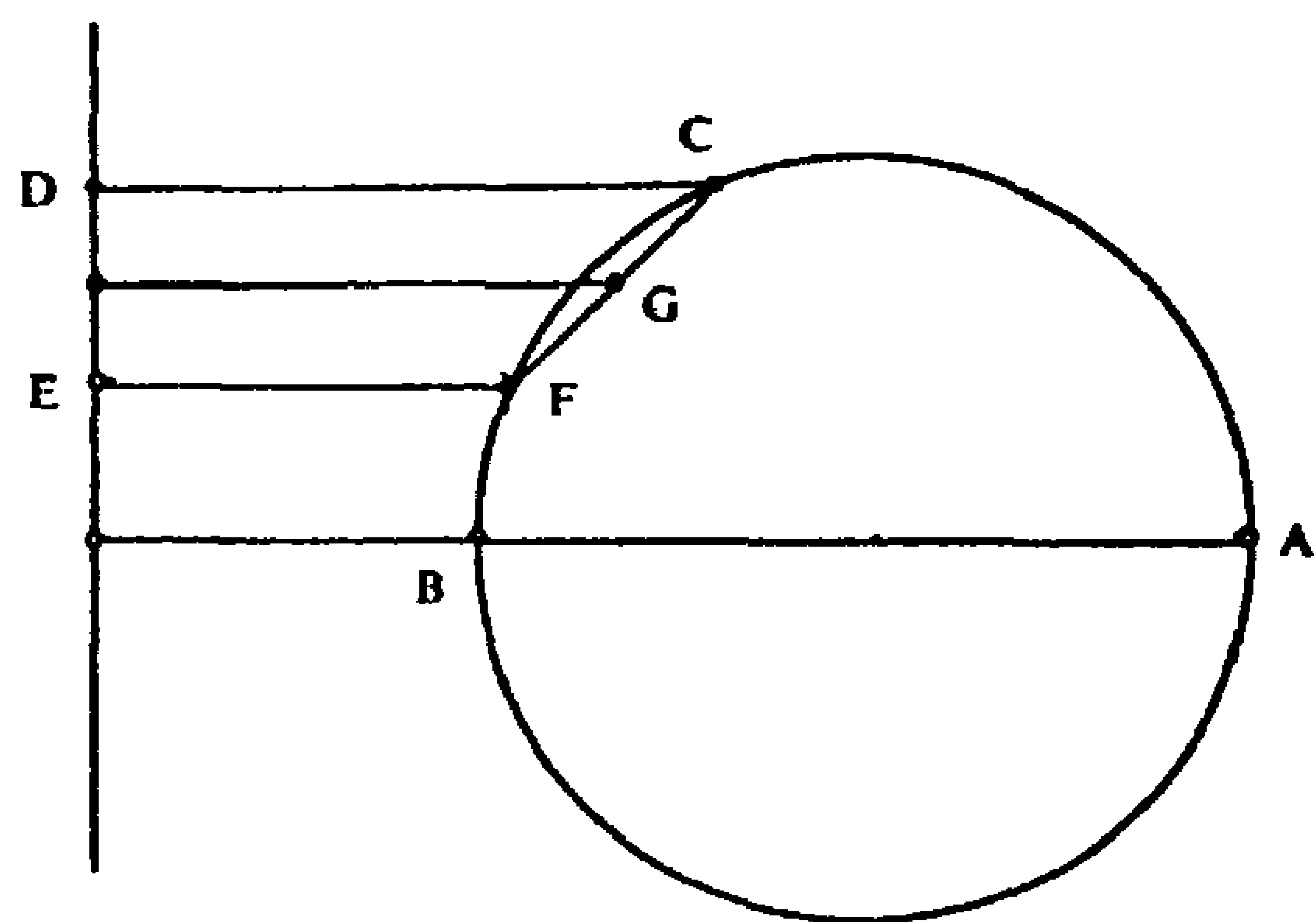
الشكل رقم (١)



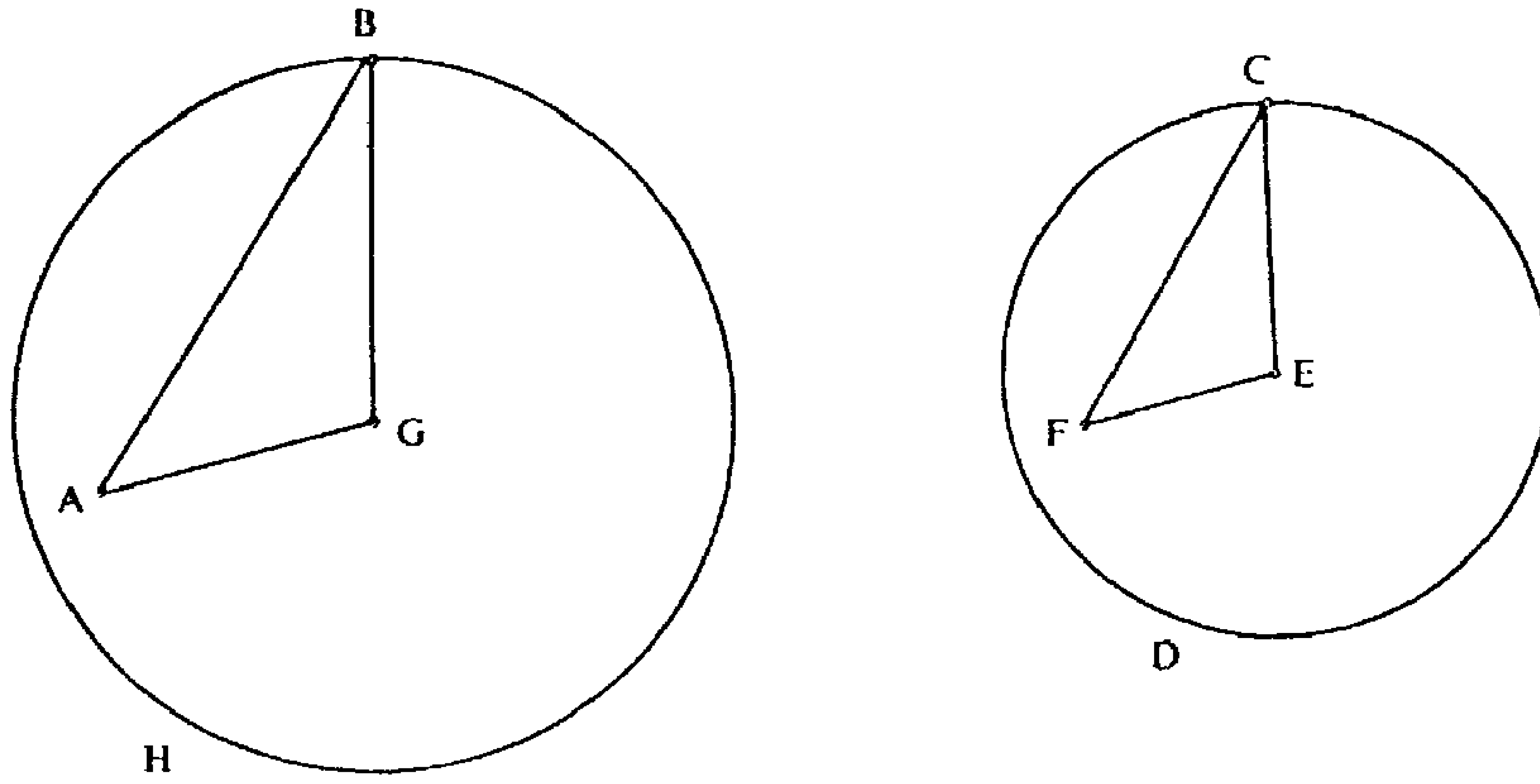
الشكل رقم (٢)



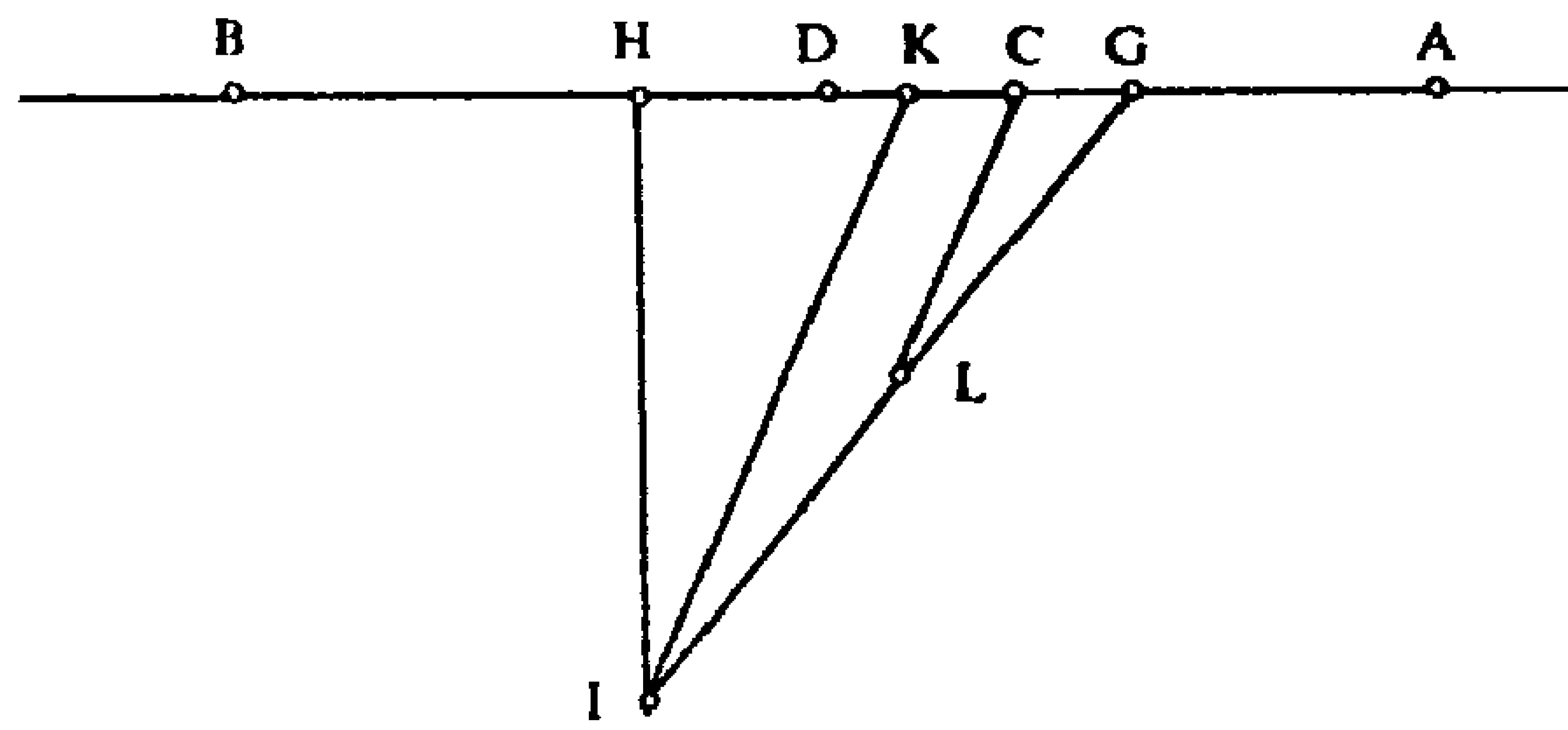
الشكل رقم (٤)



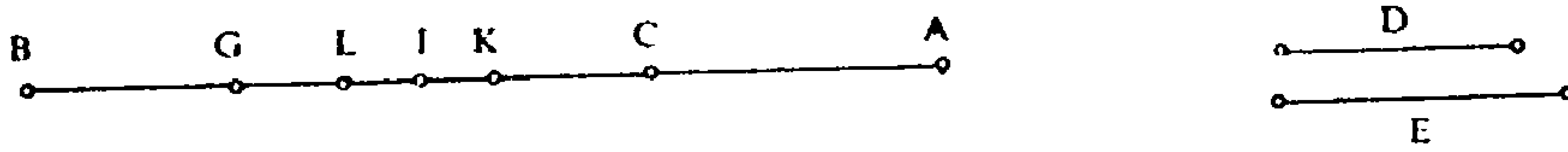
الشكل رقم (٧)



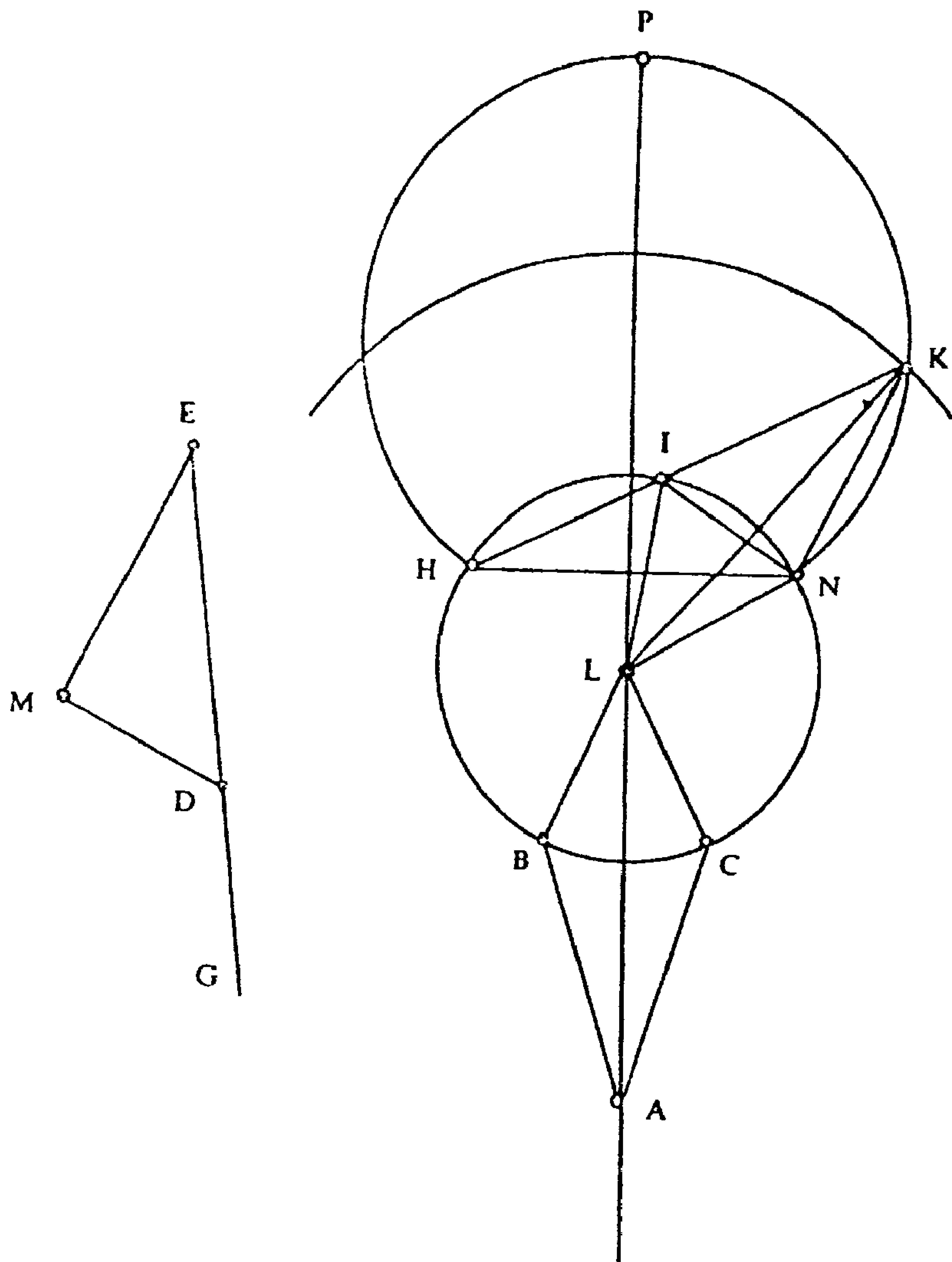
الشكل رقم (٨)



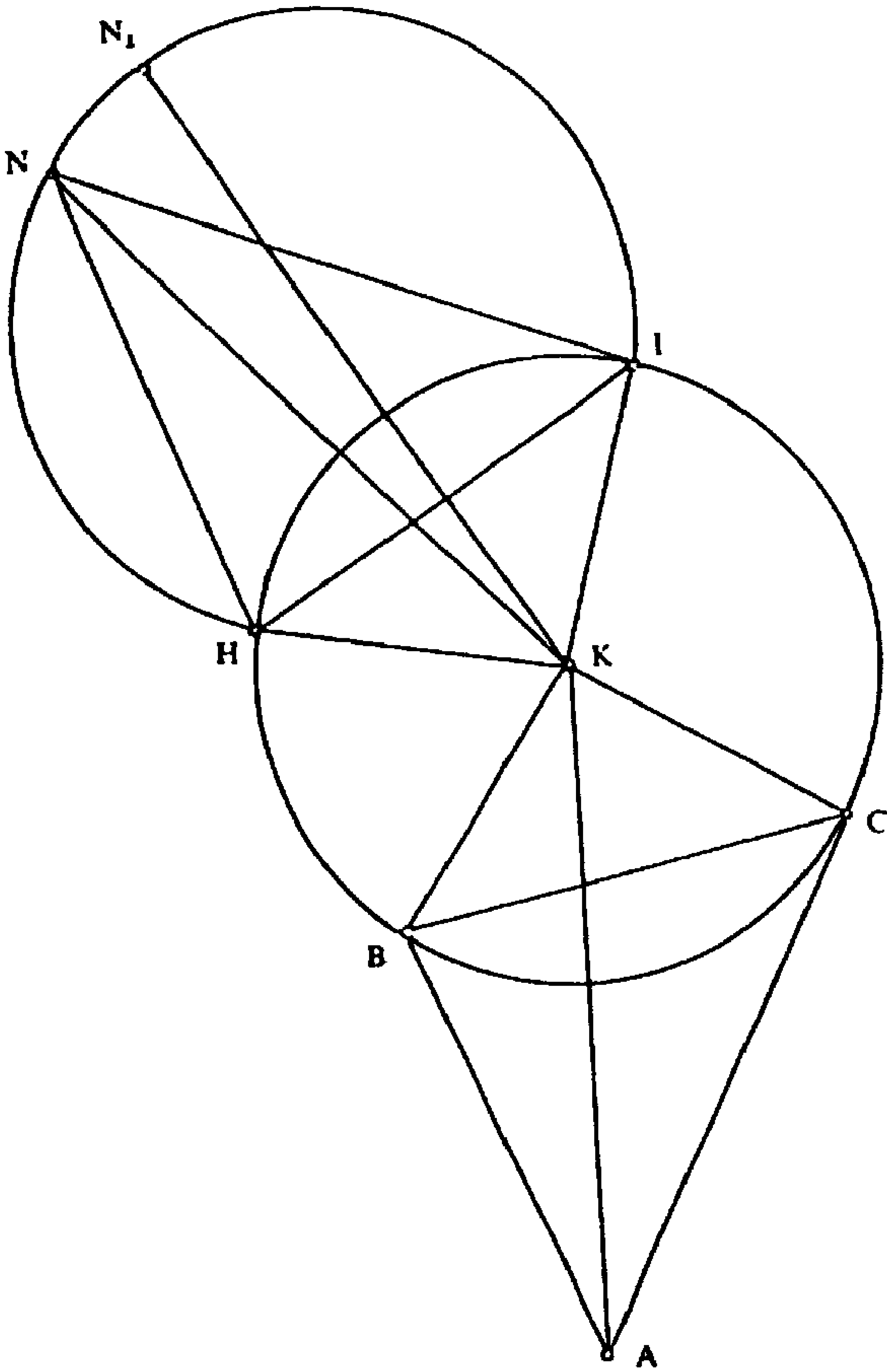
الشكل رقم (٩)



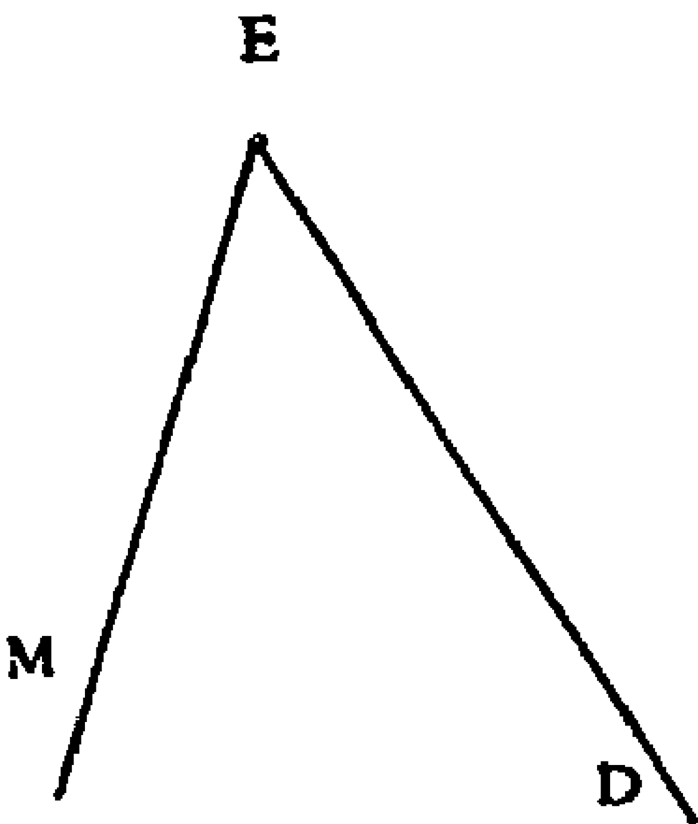
الشكل رقم (١٠)



الشكل رقم (١١)

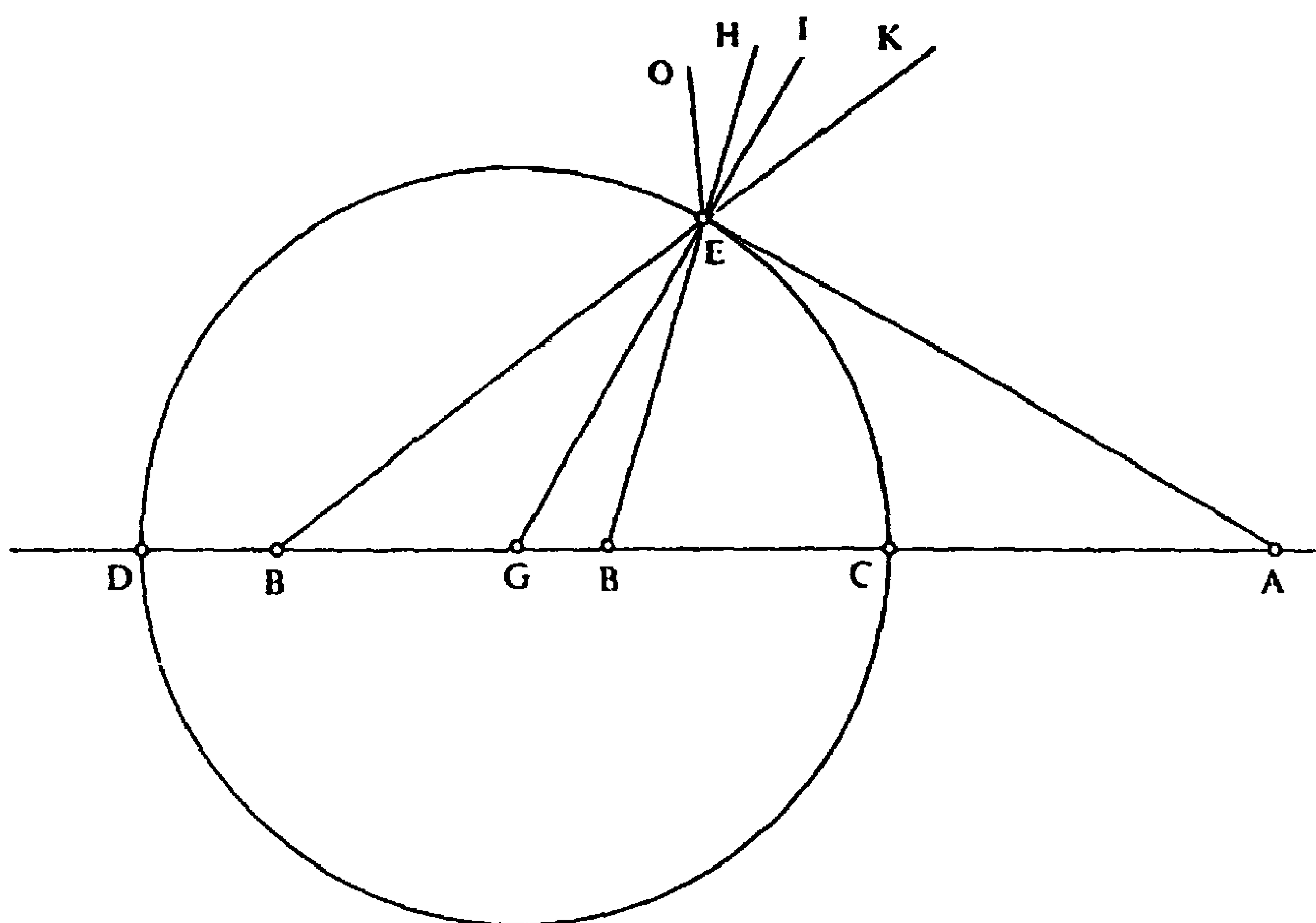




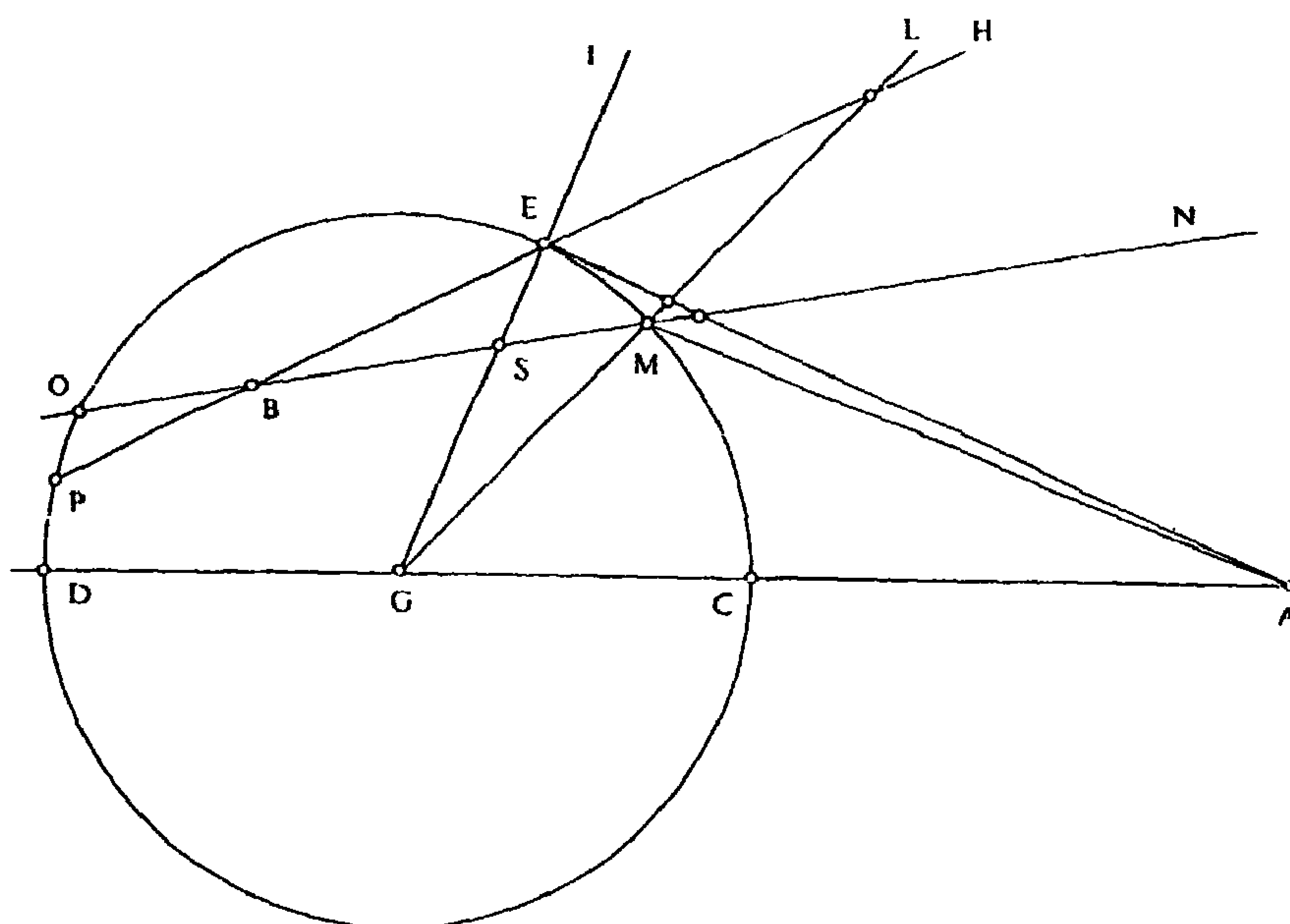


٥ ـ أشكال النص الخامس

الشكل رقم (١)

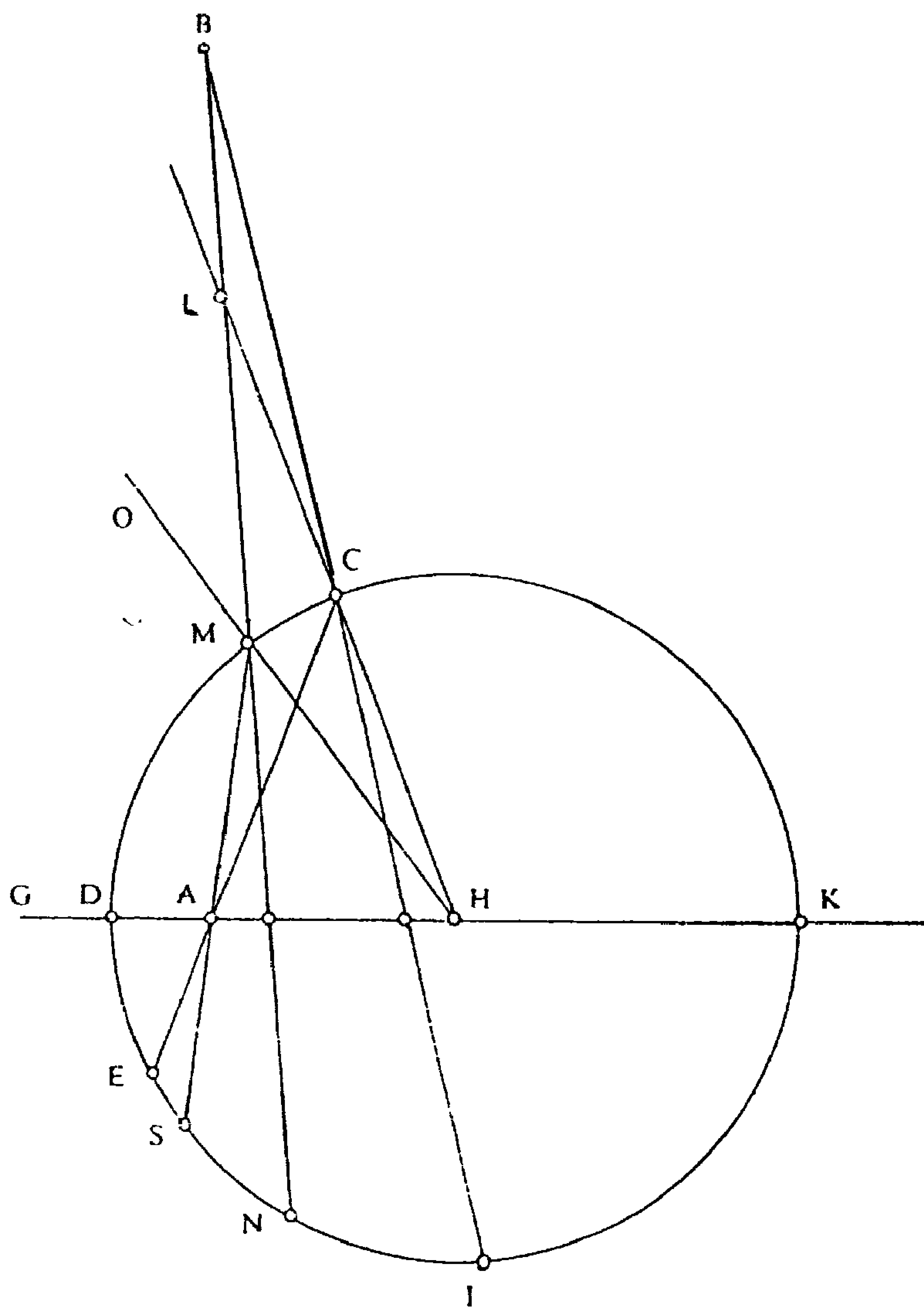


الشكل رقم (٢)

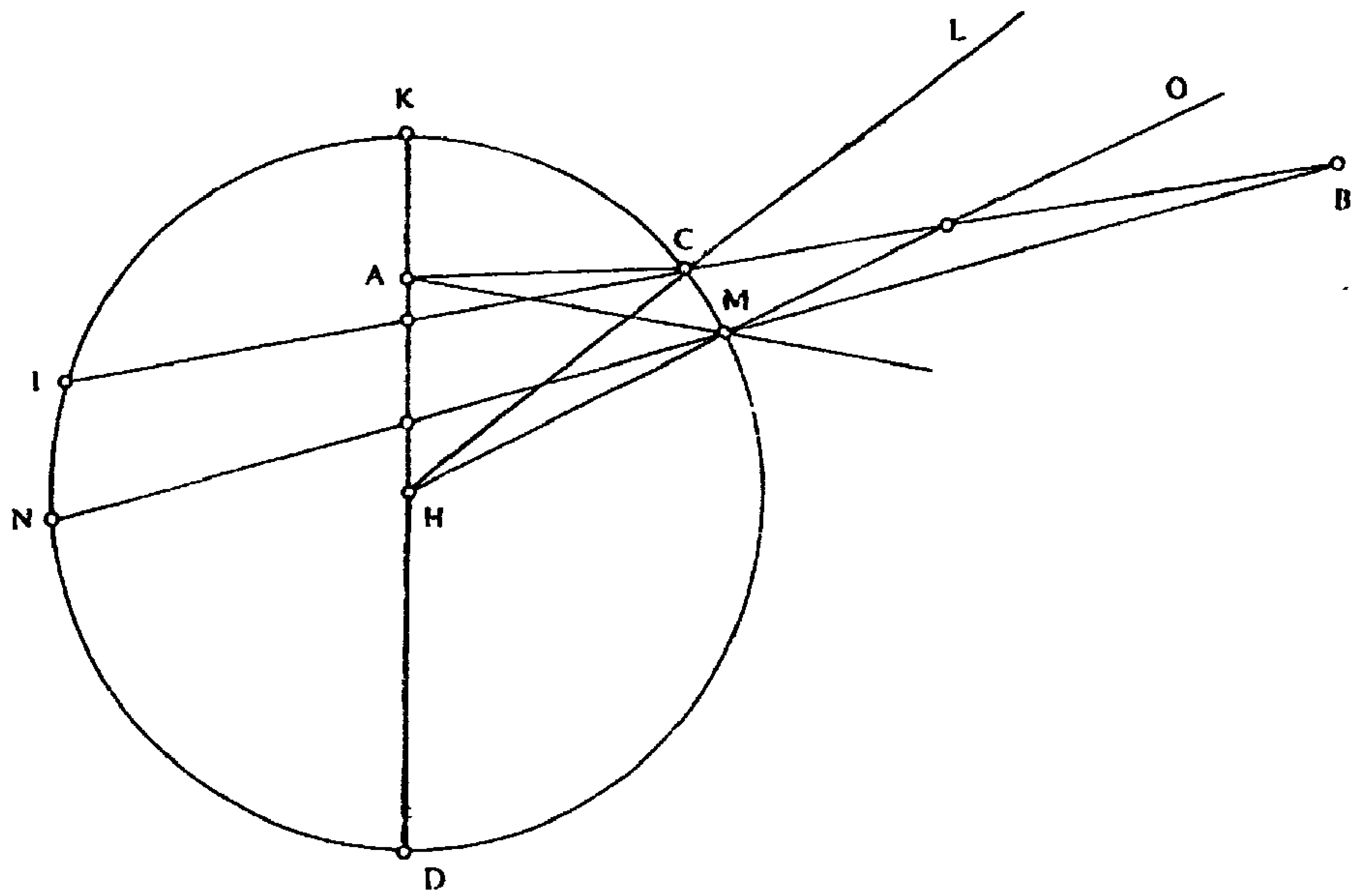


الشكل رقم (٣)

الشكل رقم (٥)

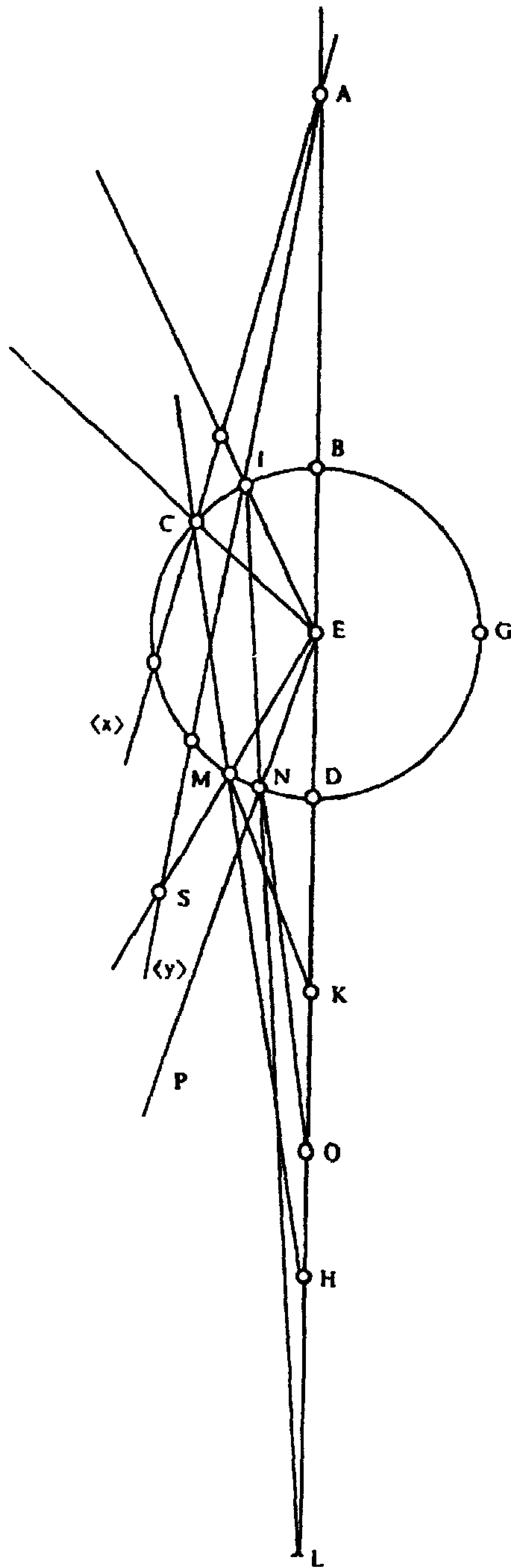

B
L
O
C
M
G
D
A
H
K
E
S
N
I

الشكل رقم (٧)

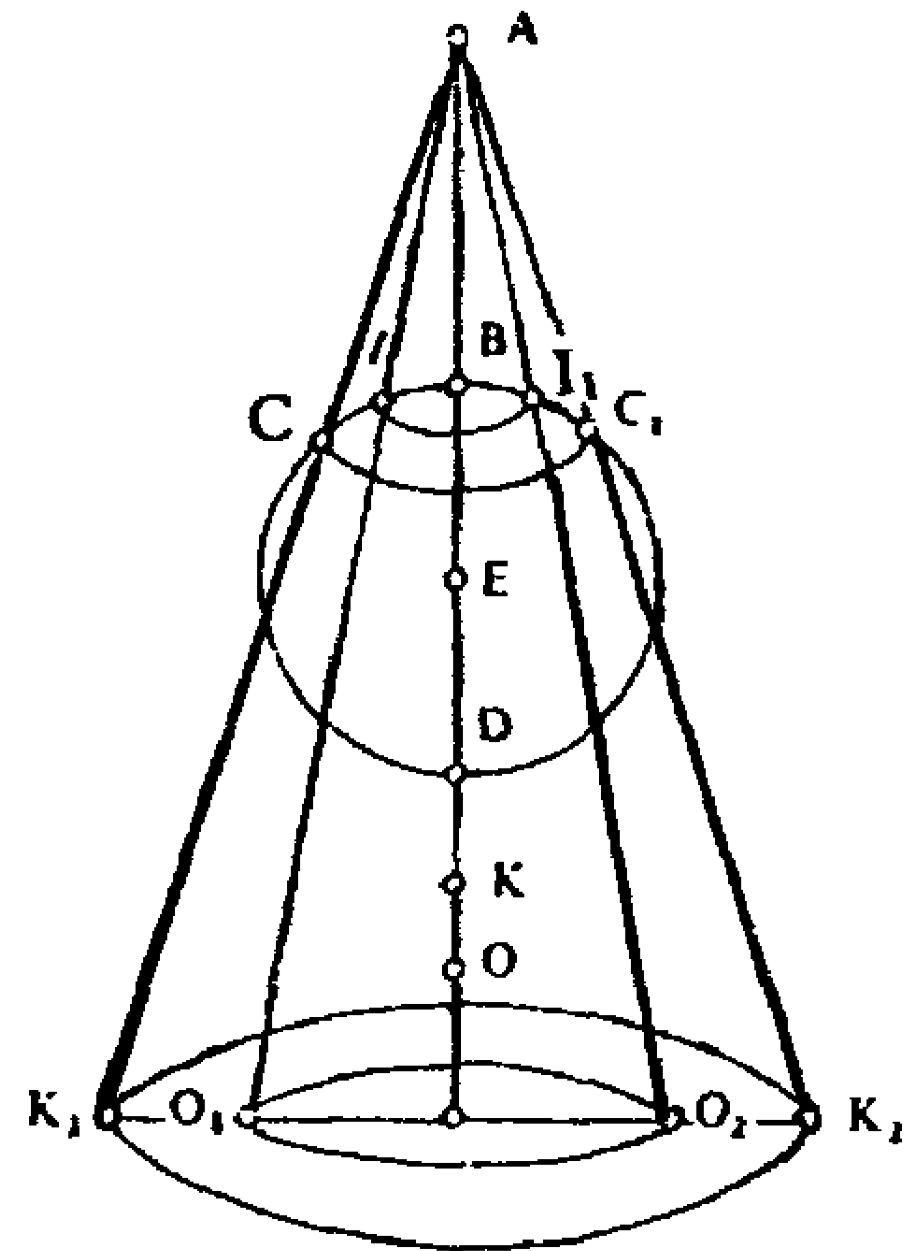


٦ ـ أشكال النص السادس

الشكل رقم (١)

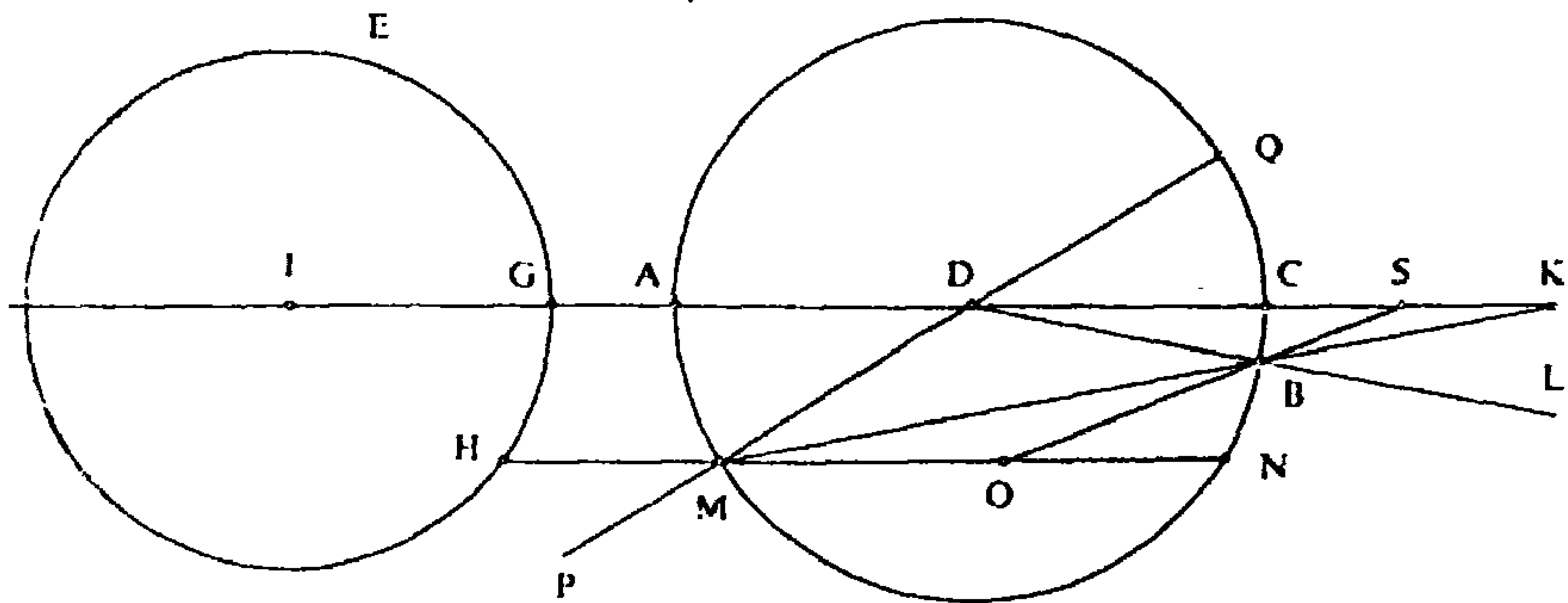


الشكل رقم (٢)

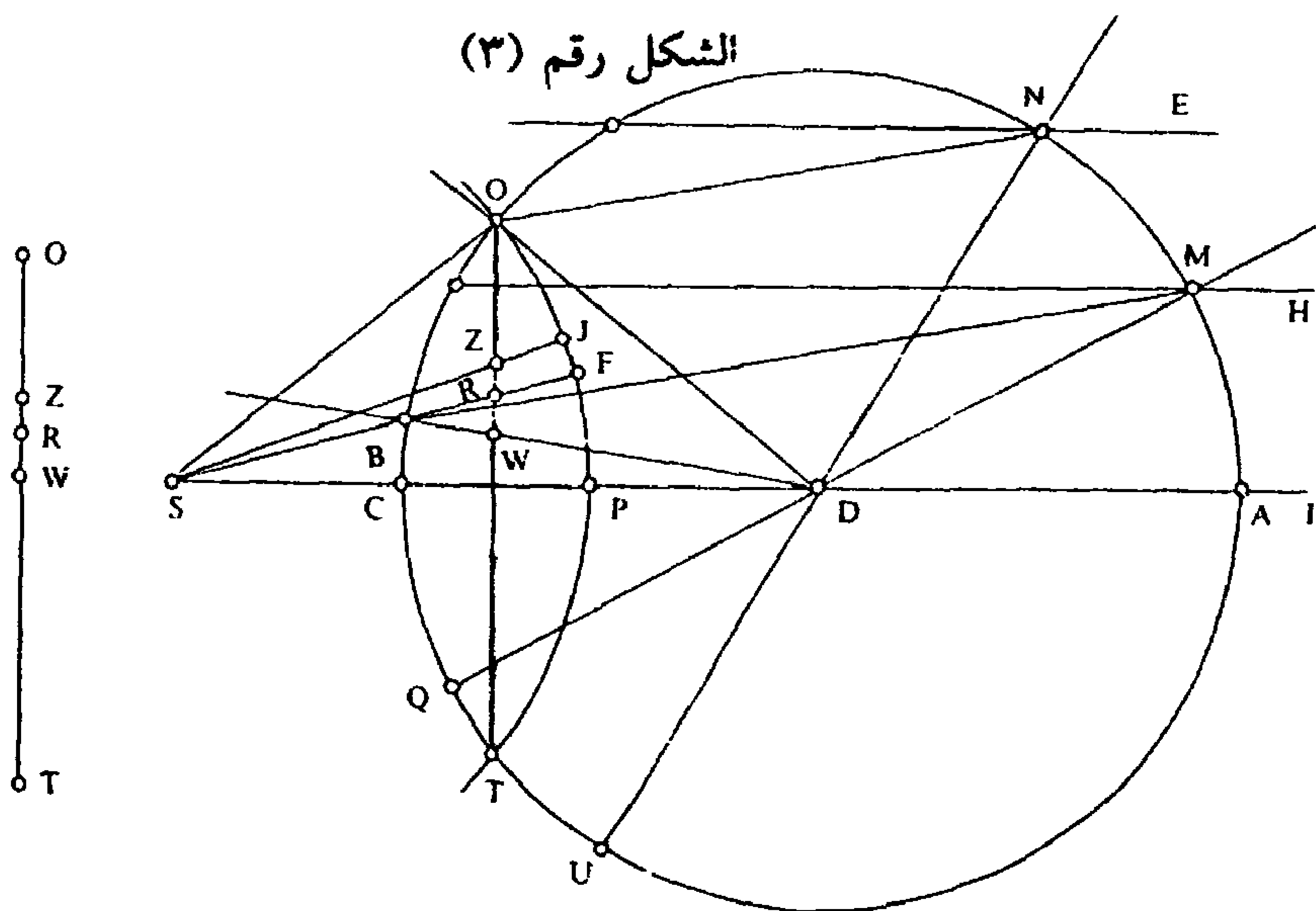


٧ ـ أشكال النص السابع

الشكل رقم (١)



الشكل رقم (٣)

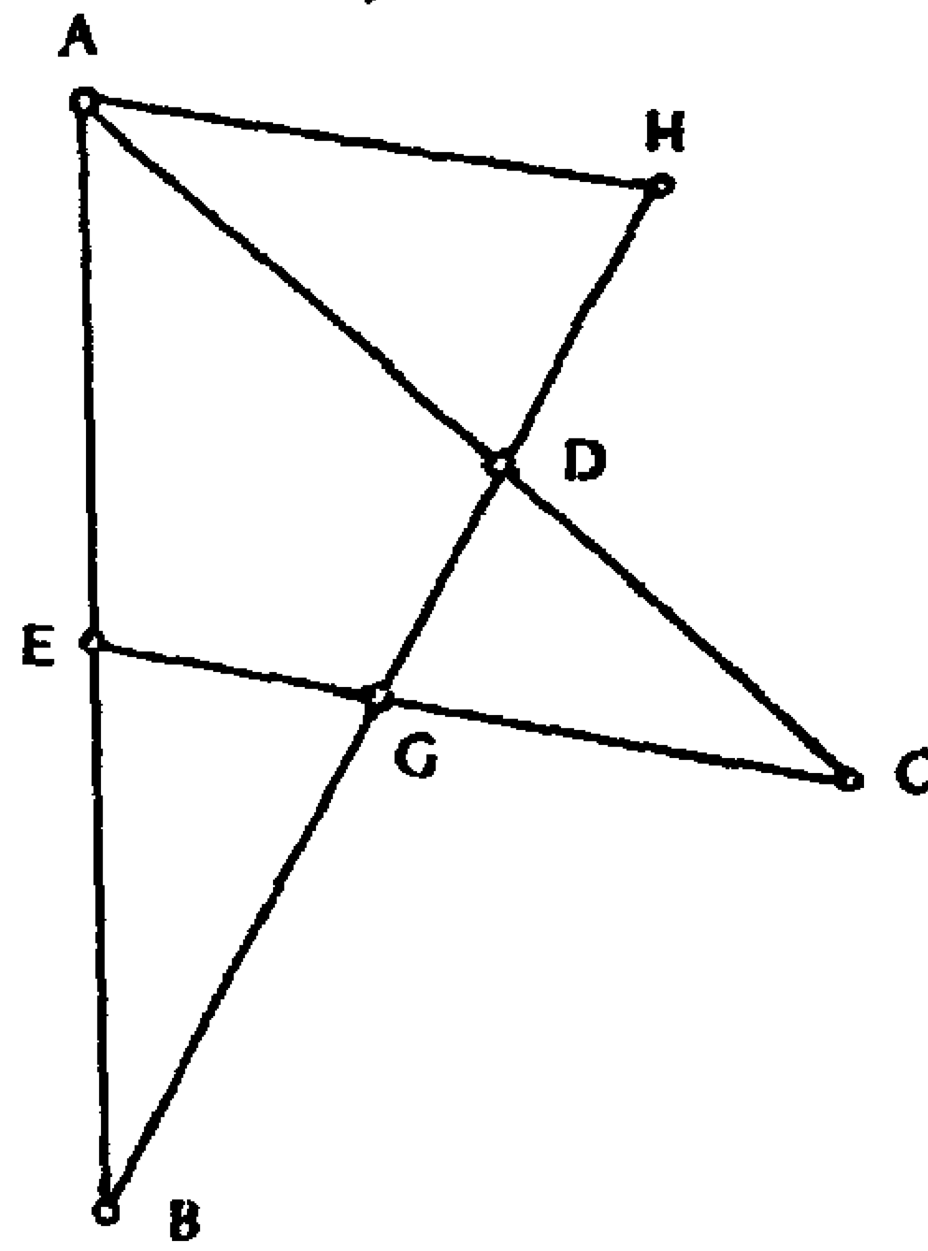


الشكل رقم (٤)

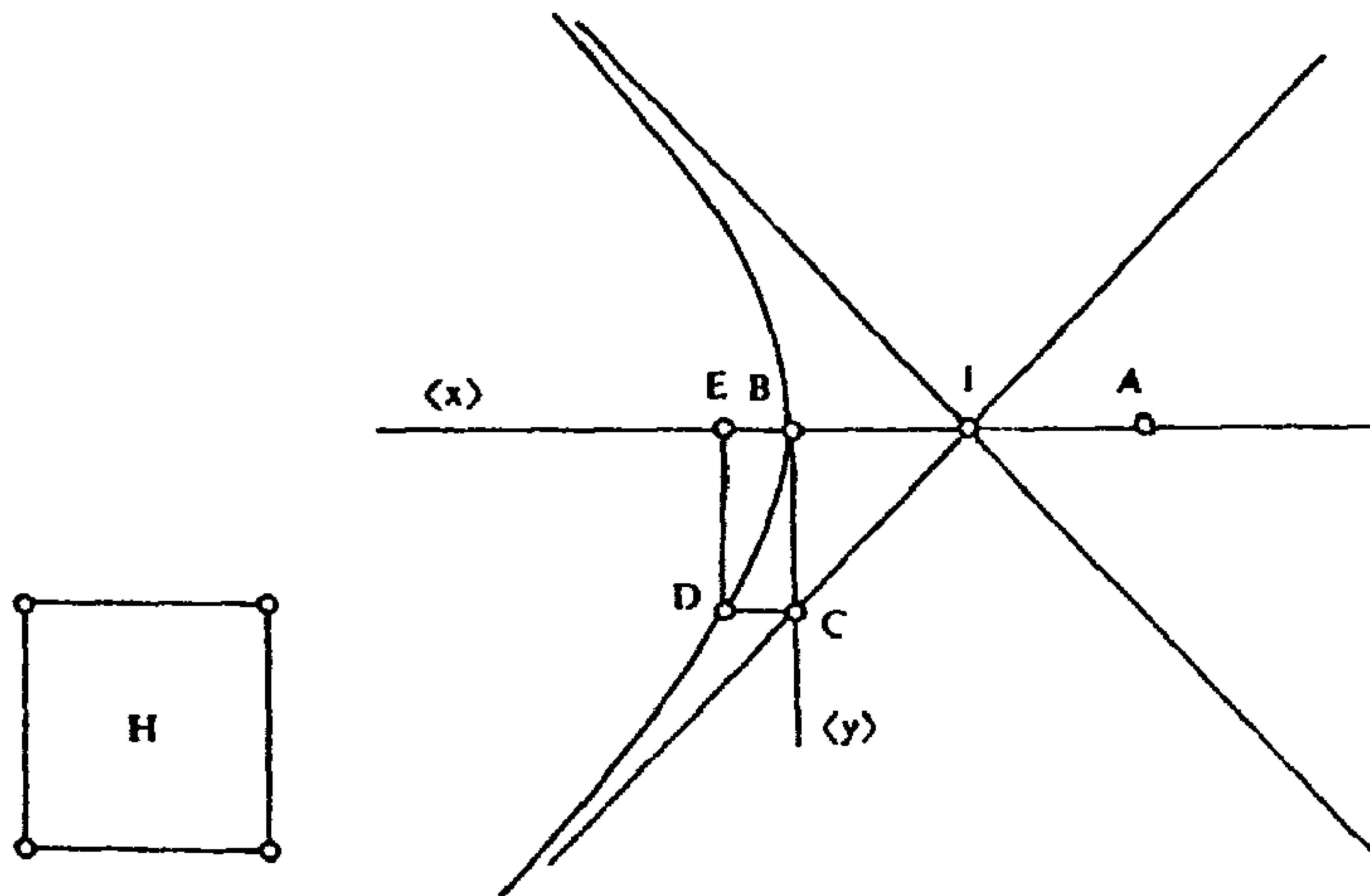
الشكل رقم (٥)

٨ ـ أشكال الملحق الأول

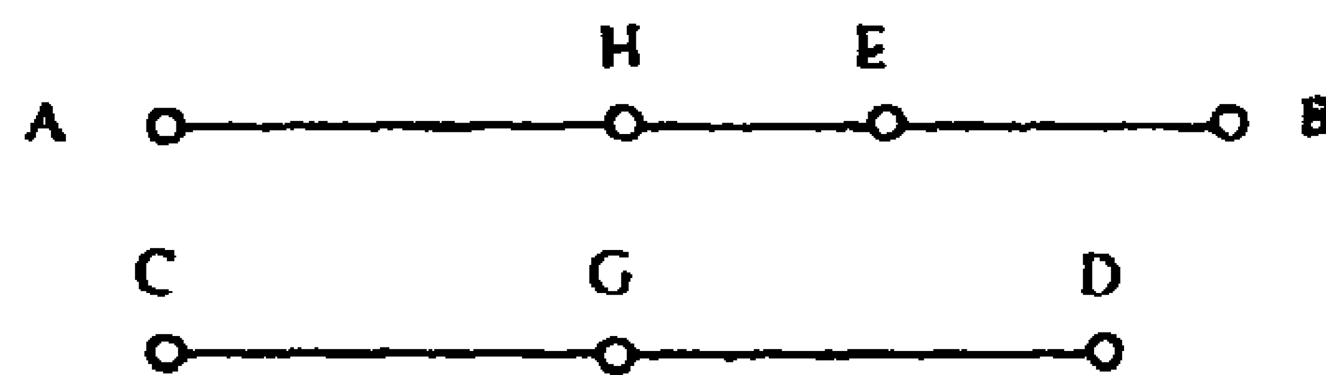
الشكل رقم (١)



الشكل رقم (٢)



الشكل رقم (٣)



الشكل رقم (٧ ـ أ)

الشكل رقم (٧ ـ ب)

الشكل رقم (٧ ـ ج)

الشكل رقم (٧ ـ د)

الشكل رقم (٧ ـ هـ)

الشكل رقم (٧ ـ و)

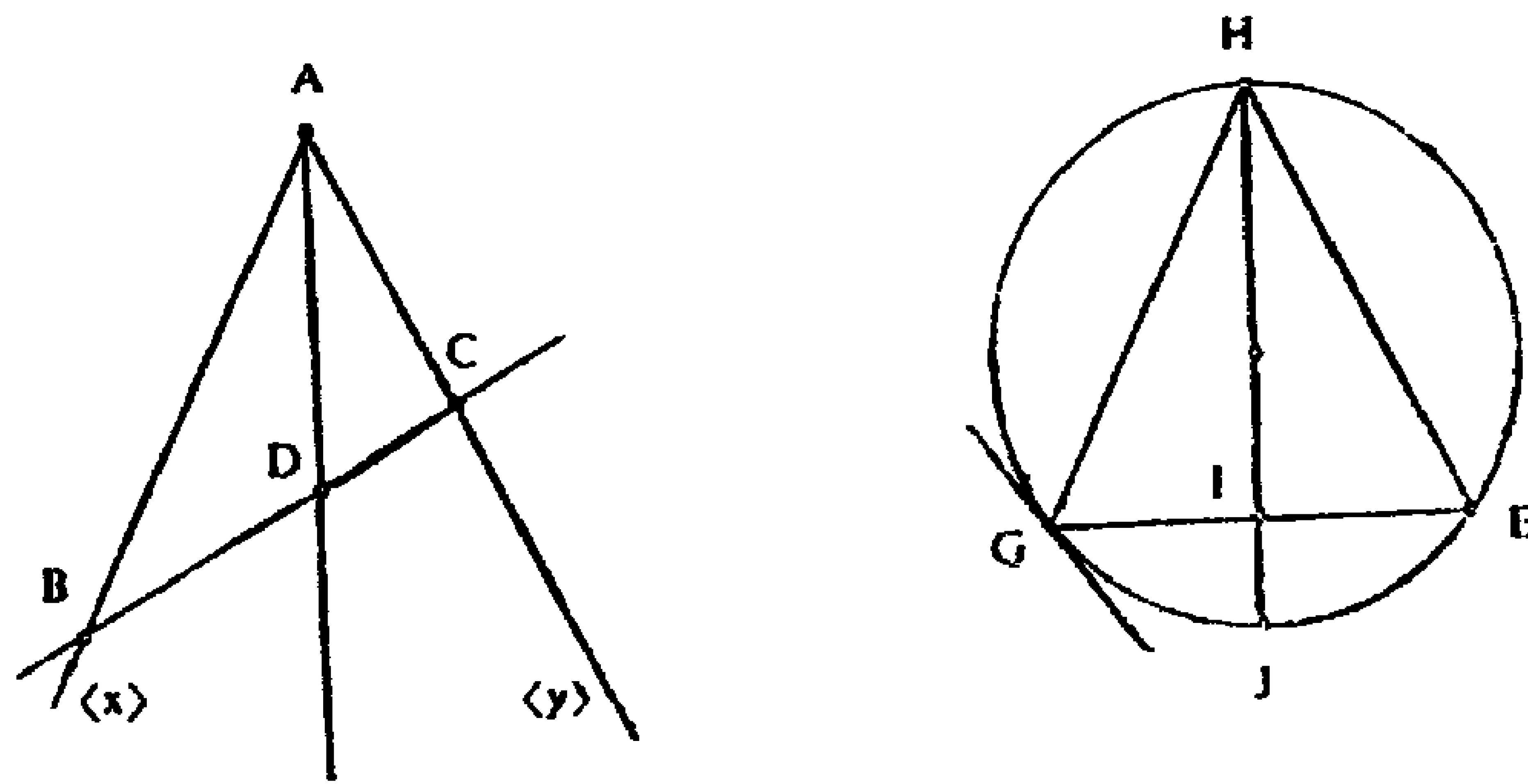
الشكل رقم (٧ ـ ز)

الشكل رقم (٧ ـ ح)

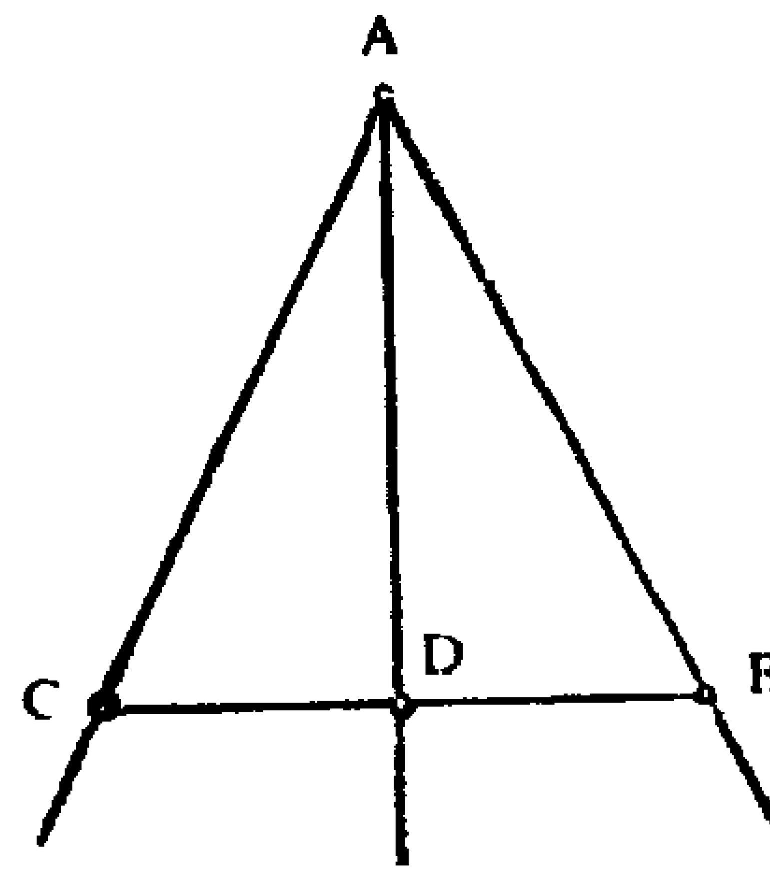
الشكل رقم (٧ ـ ط)

الشكل رقم (٧ ـ ي)

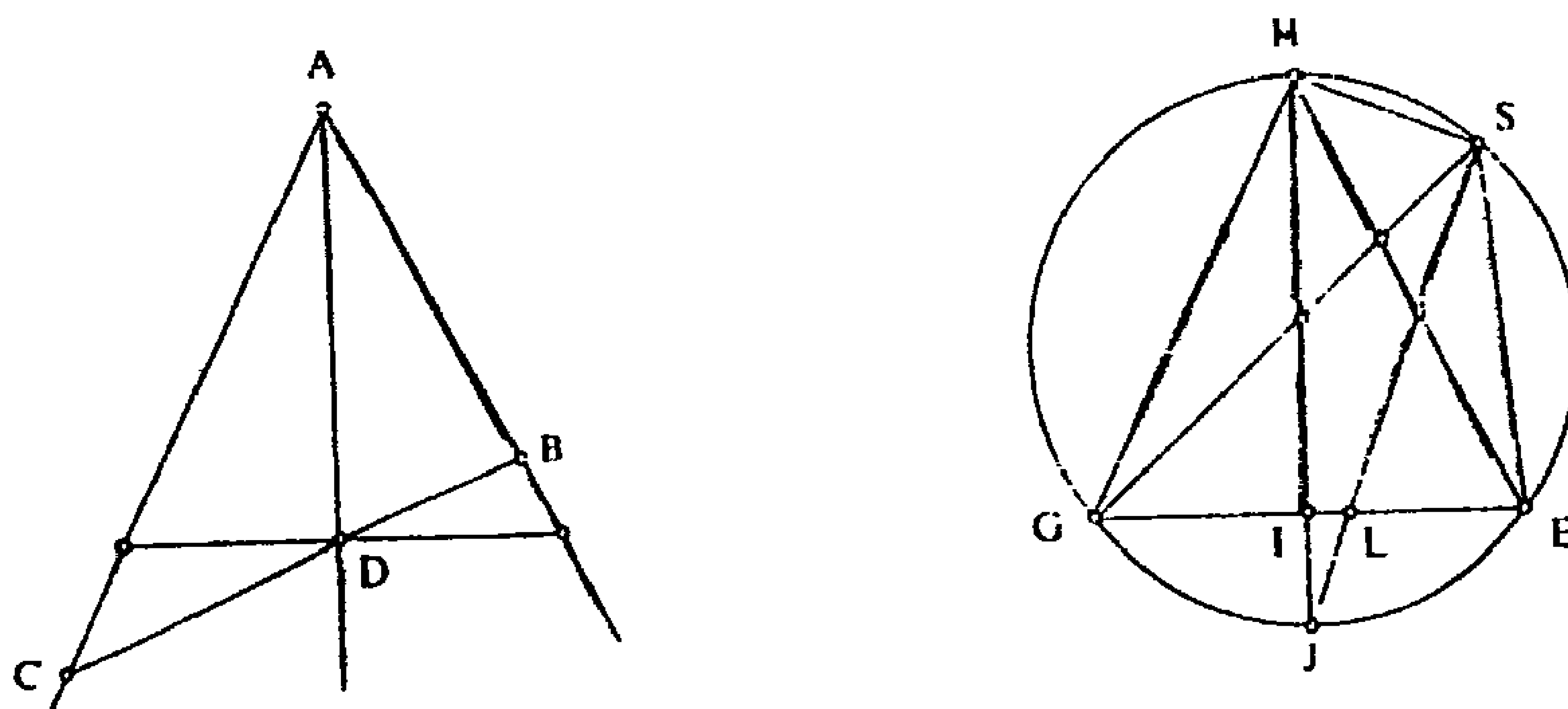
الشكل رقم (٨ ـ أ)



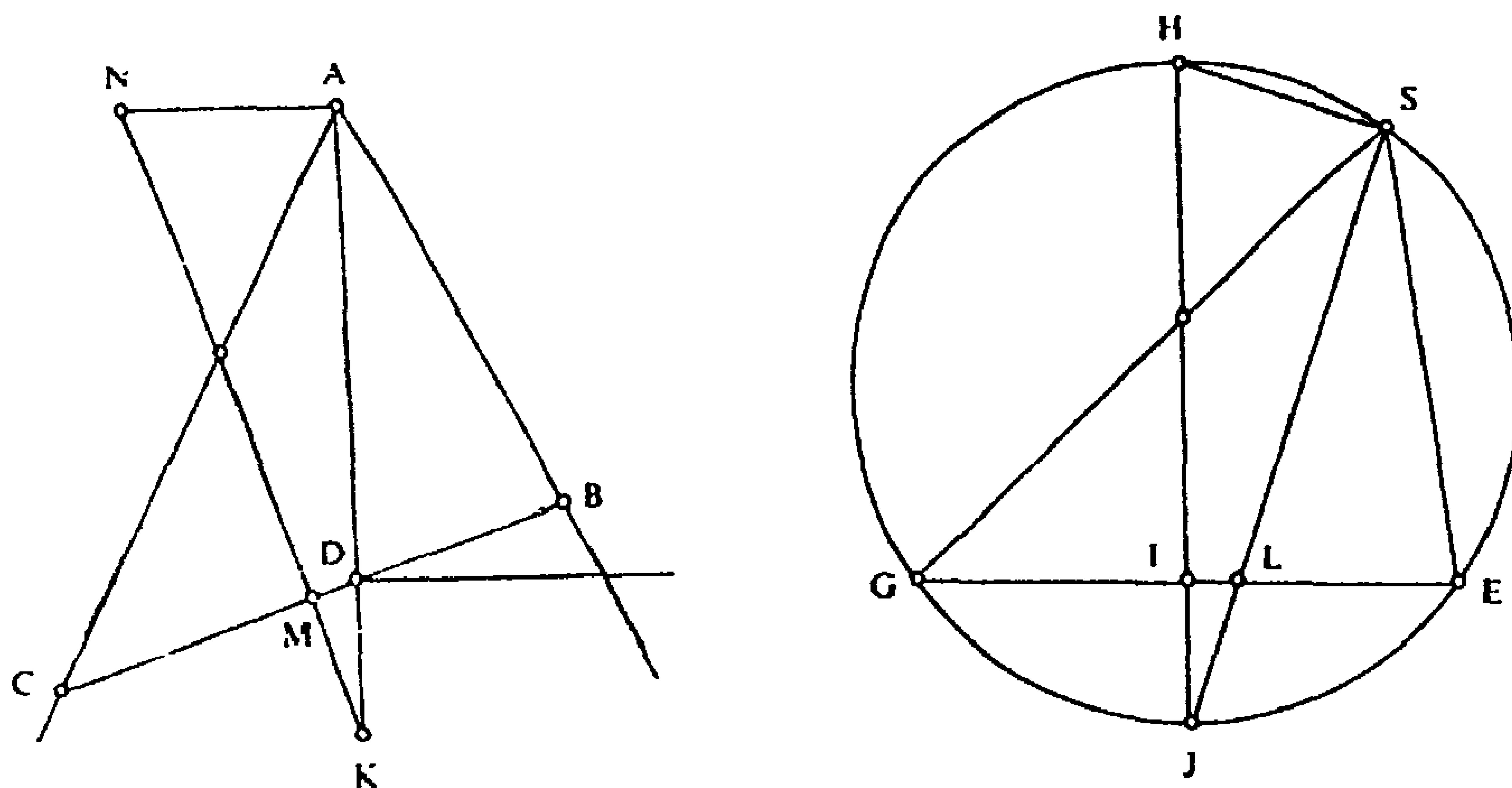
الشكل رقم (٨ ـ ب)



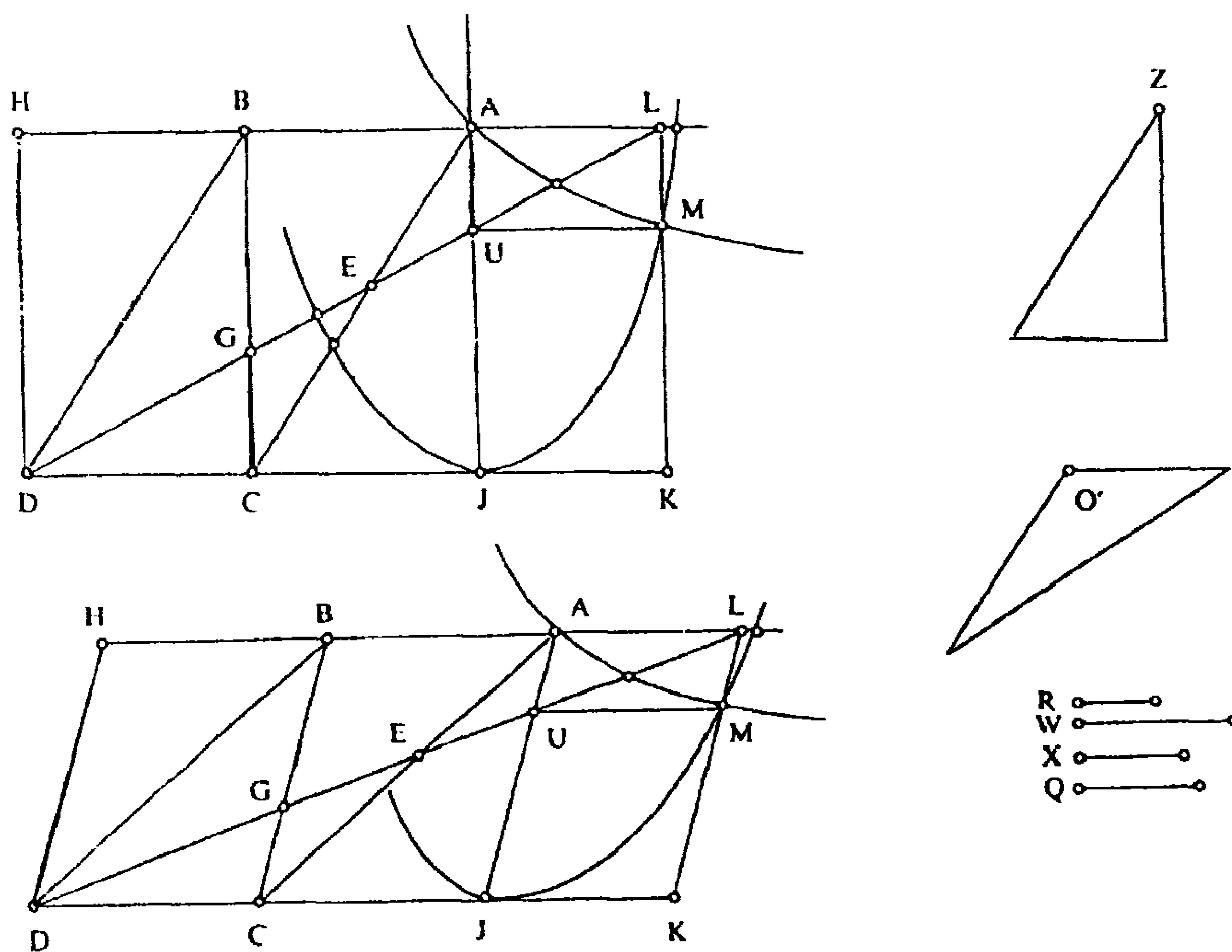
الشكل رقم (٨ ـ ج)



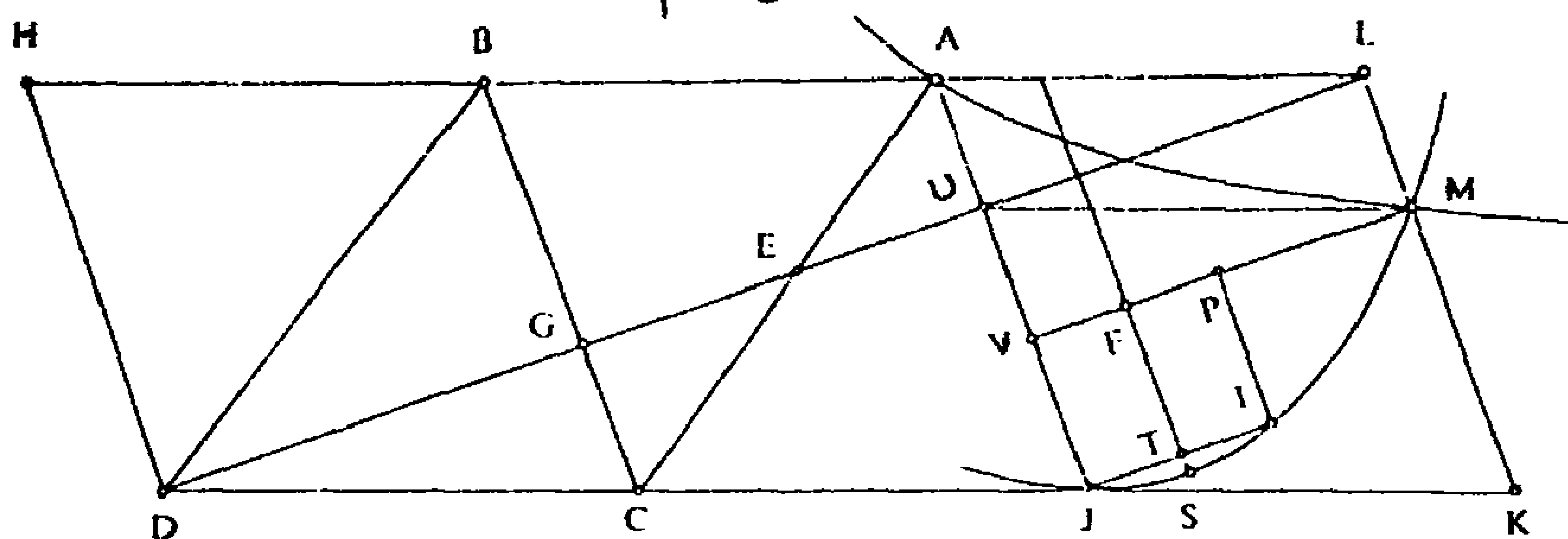
الشكل رقم (٨ ـ د)

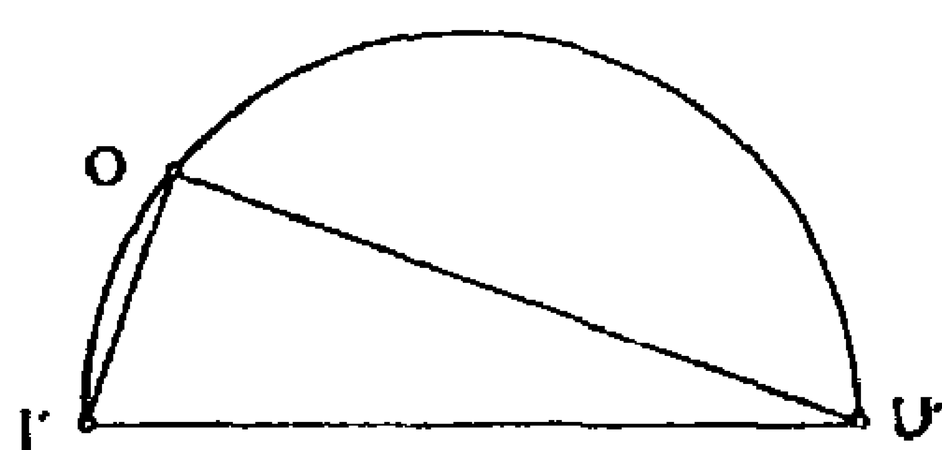


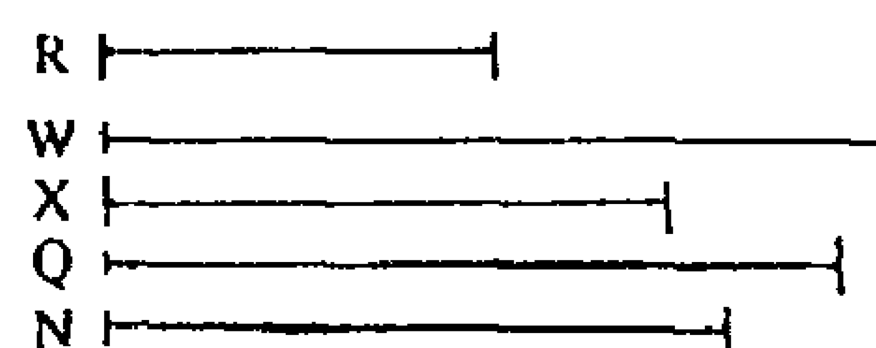
الشكل رقم (٩)



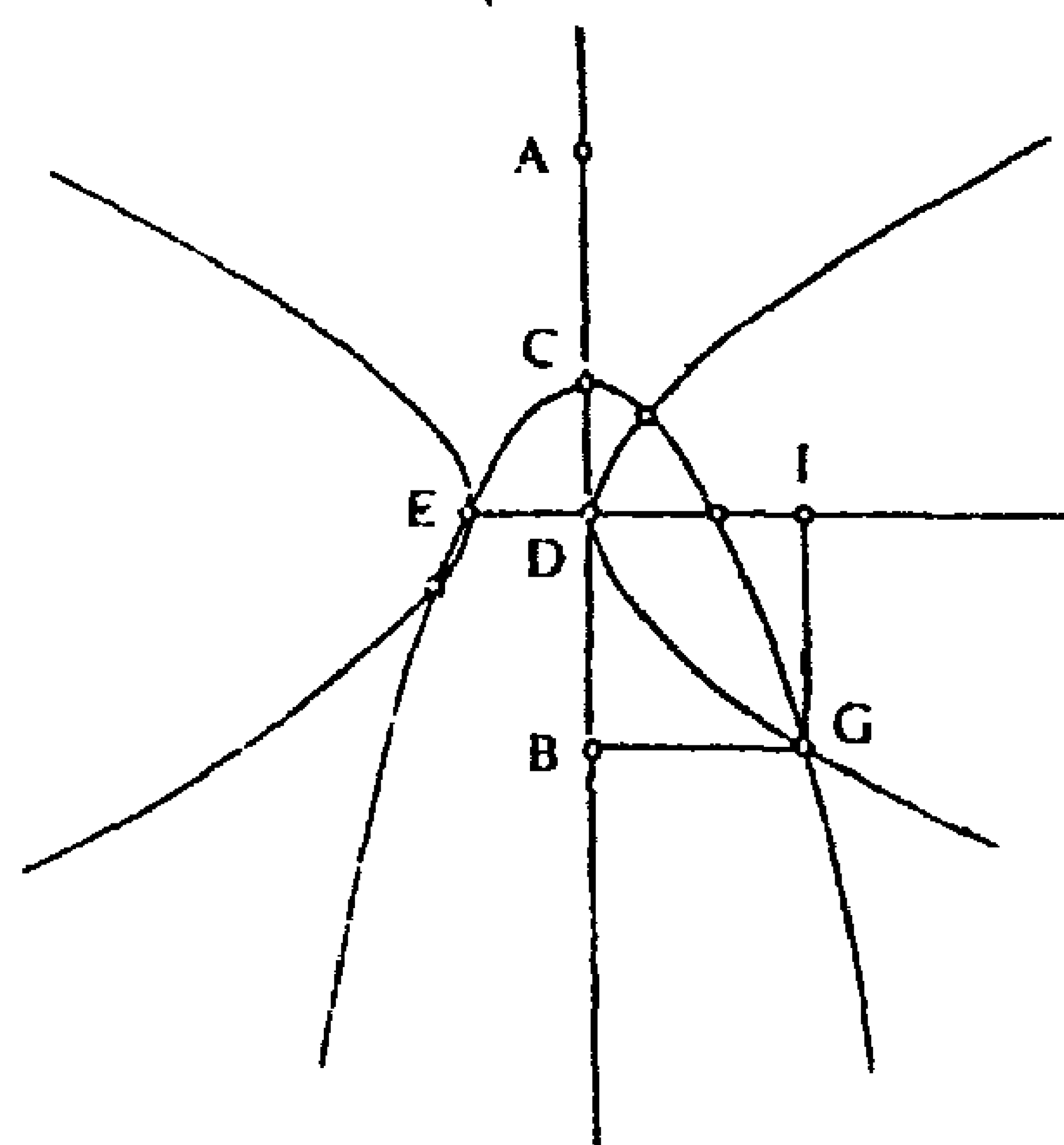
الشكل رقم (١٠)

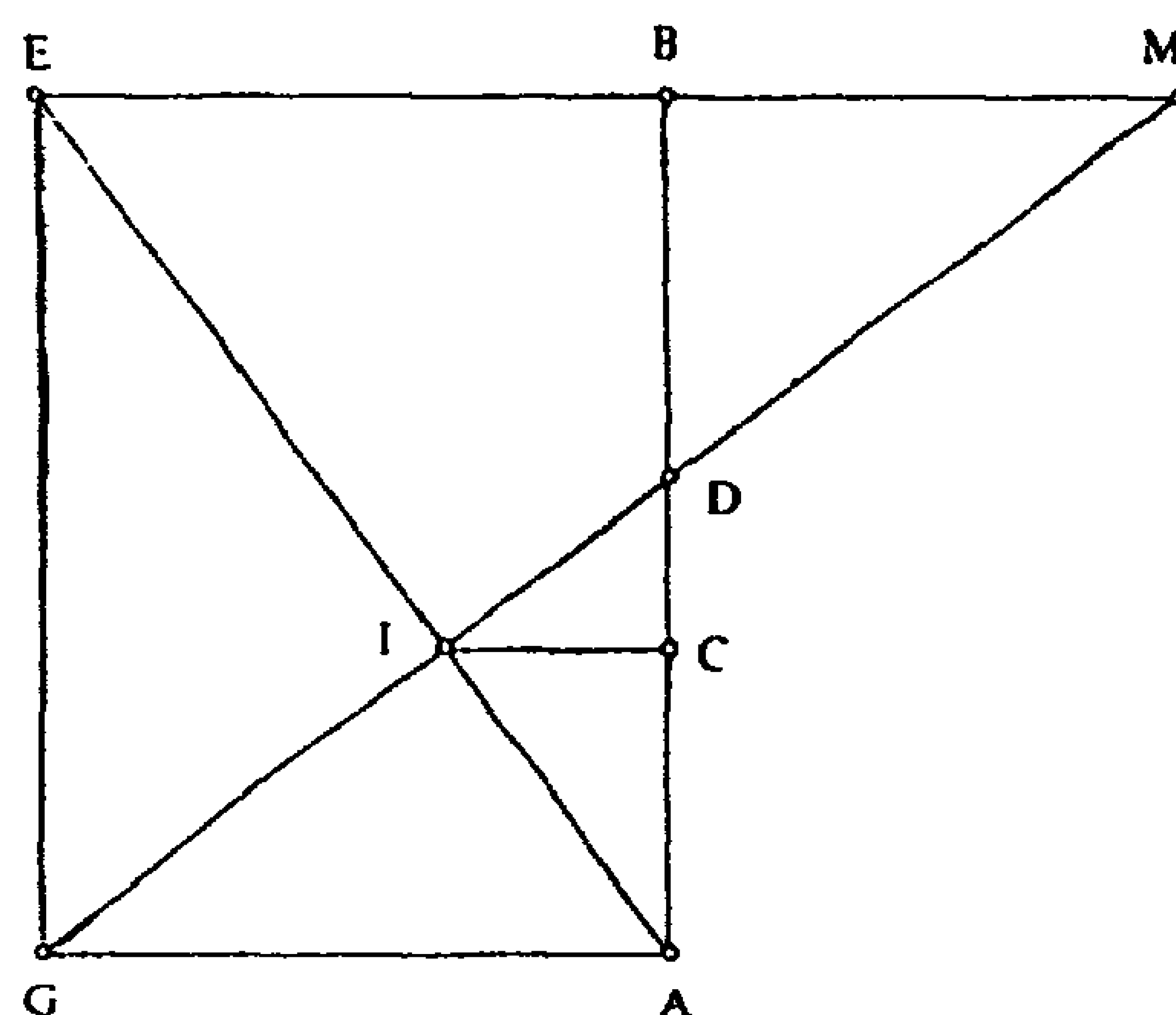






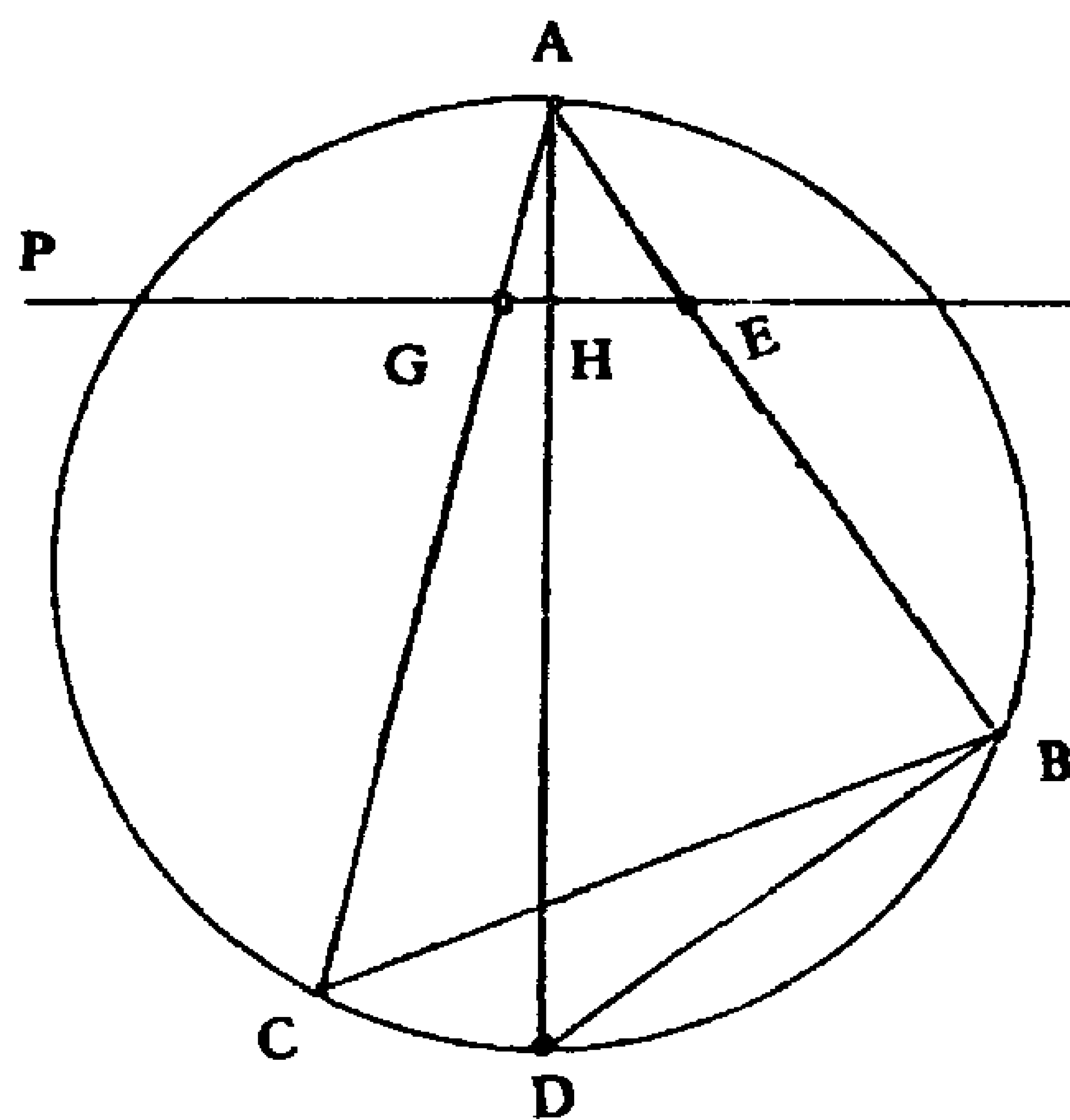
الشكل رقم (١١)



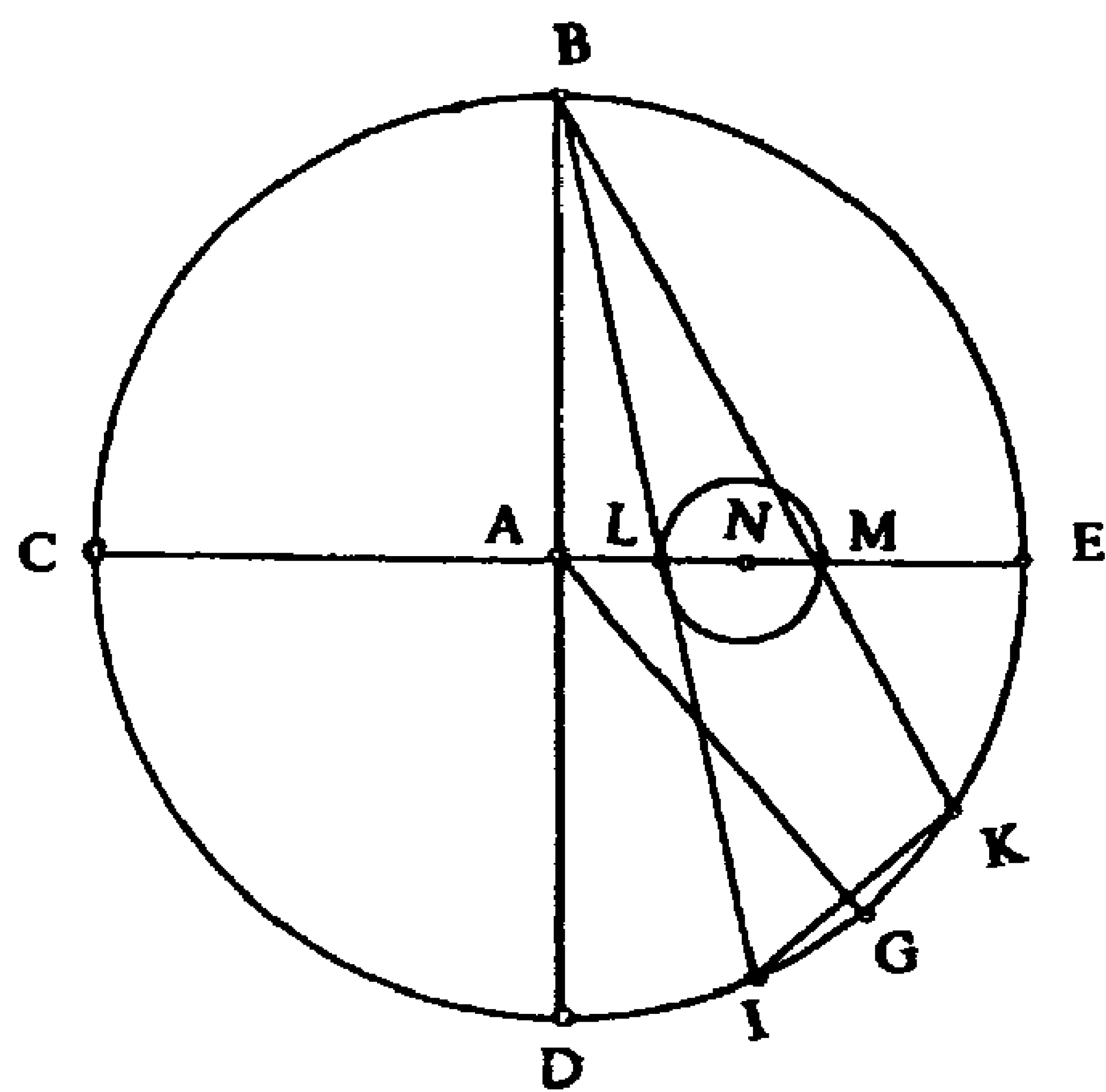


٩ ـ أشكال الملحق الثالث

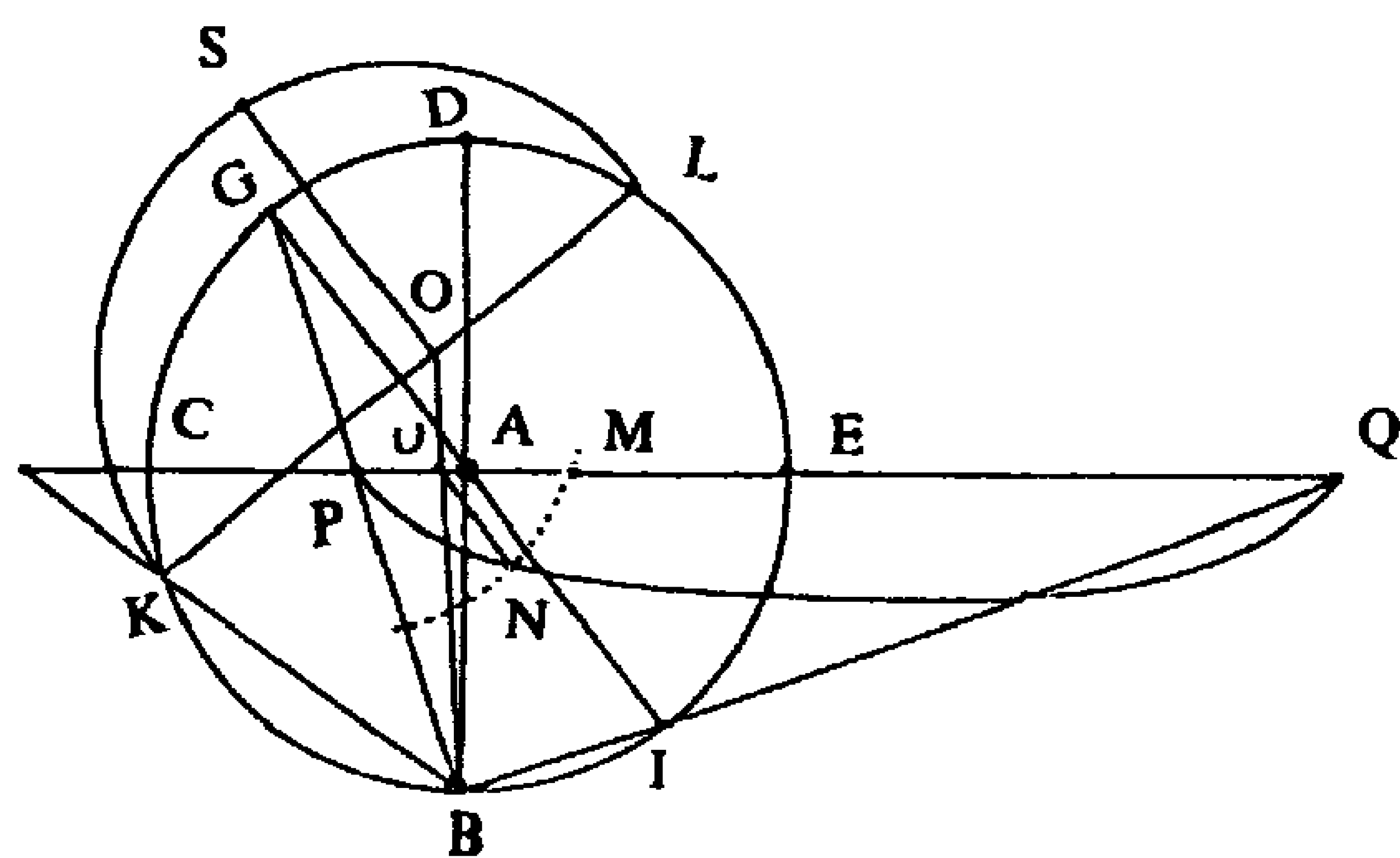
الشكل رقم (١)



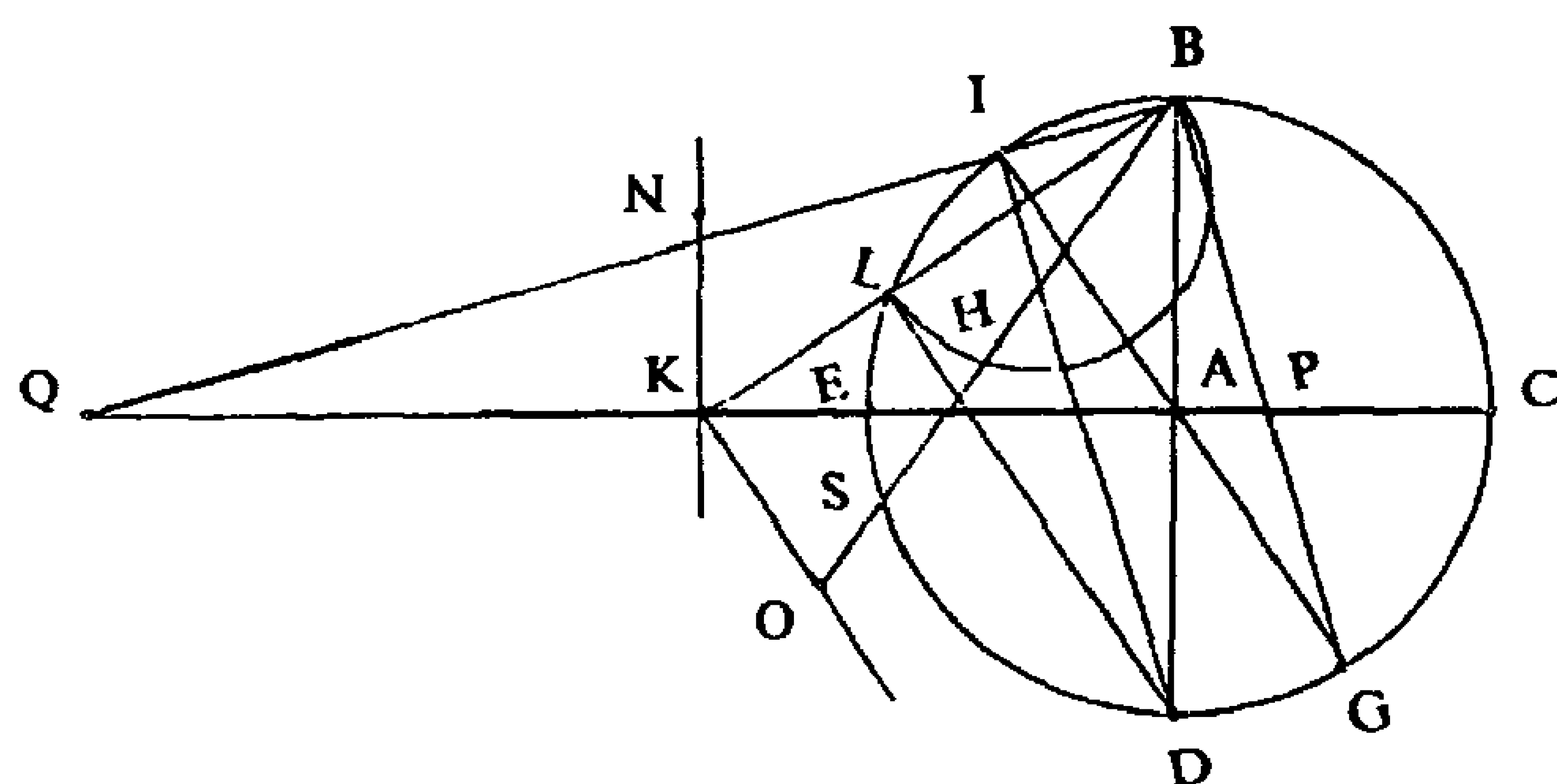
الشكل رقم (٢)



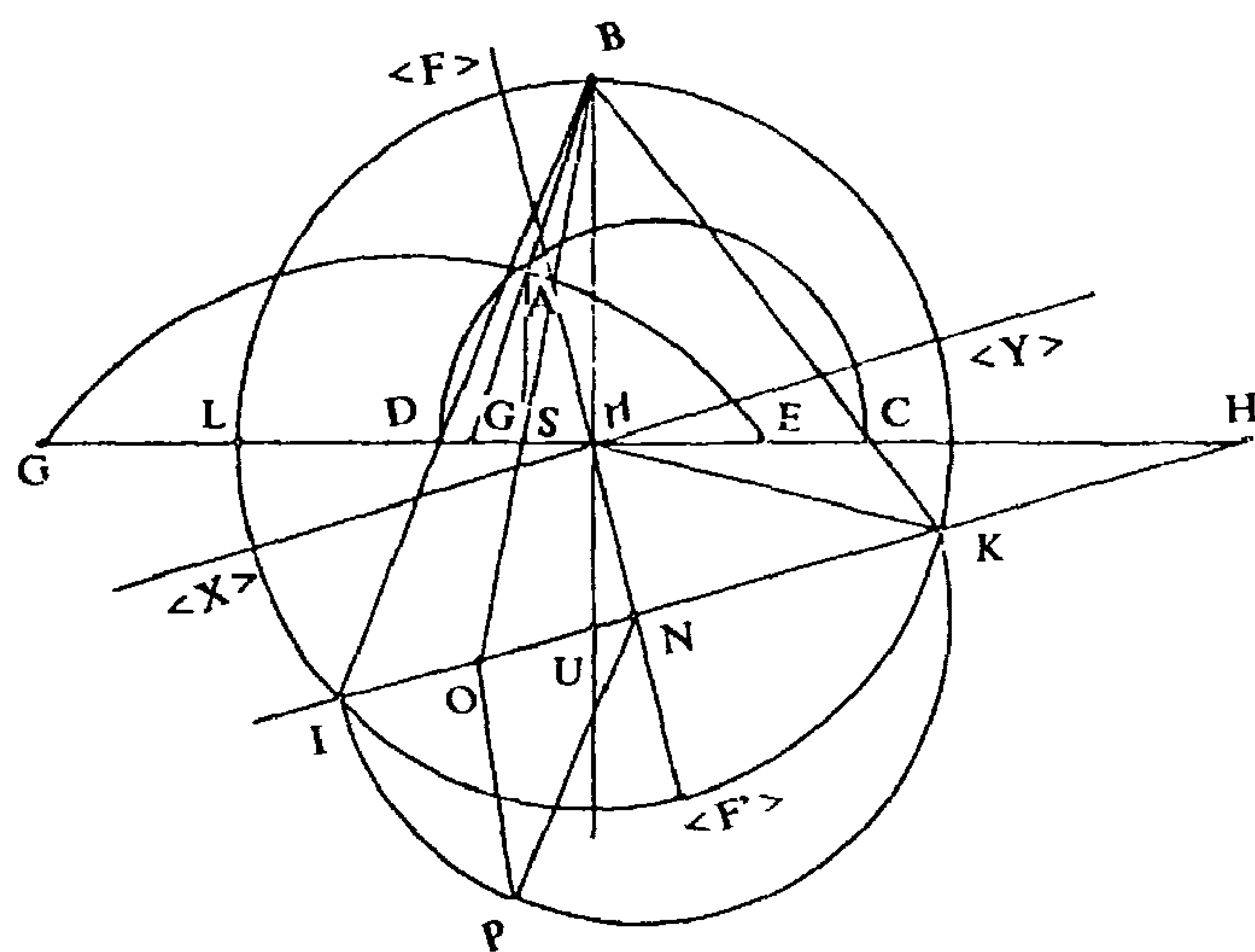
الشكل رقم (٣)



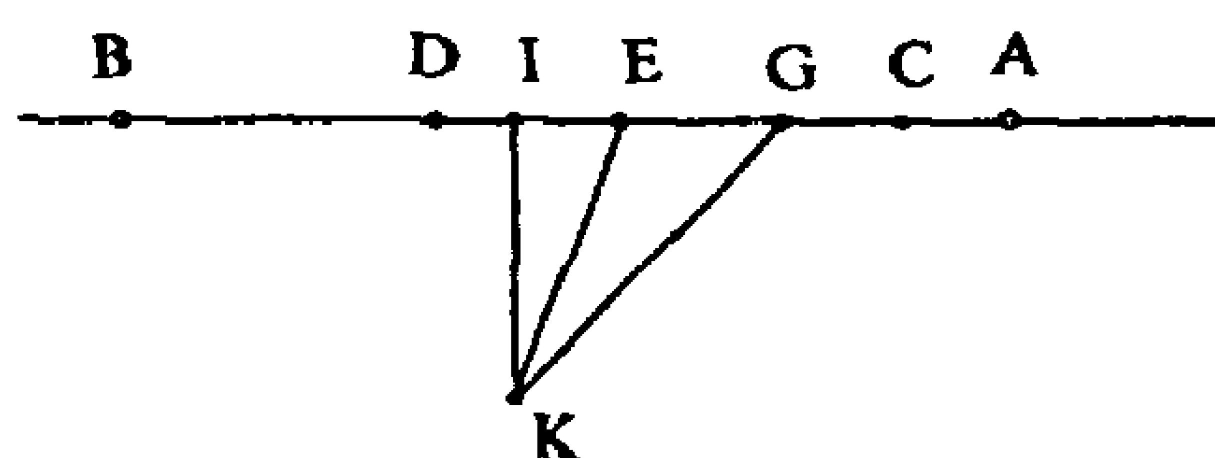
الشكل رقم (٤)



الشكل رقم (١٦)



الشكل رقم (١٧)



الشكل رقم (١٨)



قائمة المصطلحات(*)

(A)

Abérration	:	الزيغ البصري
Abscisse	:	فاصلة (على محور السينات)
Algorithme	:	خوارزمية
Angle inscrit	:	زاوية محوطة
Antiparallèle	:	مضاد للمتوازي
Apogée	:	أوج
Arc capable	:	قوس كفوء الزاوية
Ascension	:	مطلع
Astre	:	كوكب
Astres errants	:	كواكب حائرة
Astrologie	:	تنجيم
Asymptôte	:	خط مقارب
Axe	:	محور
Axes de coordonnées	:	محوري الاحداثيات
Azimut	:	السمت

(B)

Bissectrice	:	منصّف
Branche d'hyperbole	:	فرع القطع الزائد

(C)

Cadran solaire	:	مزولة - ساعة شمسية
Calotte sphérique	:	قبة كروية
Catoptrique	:	علم الانعكاس
Cercle circonscrit	:	دائرة محيطة
Cercle de hauteur	:	دائرة الارتفاع
Cercle inscrit	:	دائرة محوّطة
Confondu	:	منطبق
Coniques	:	قطوع مخروطية، مخروطيات
Conjonction	:	اقتران
Constellation	:	كوكبة
Construction	:	إنشاء
Coordonnées écliptiques	:	احداثيات برجية
Coordonnées horizontales	:	احداثيات أفقية
Côté droit	:	ضلع قائم
Grépuscule du matin	:	السحر
Grépuscule du soir	:	الغسق

(*) تسهيلاً للقارئ، وُضعت هذه القائمة بالمصطلحات (المترجم).

(D)

Démonstration par l'absurde : برهان الخُلْف

Dérivée : المشتق

Déviation : زاوية الانحراف

Diagonal : خط الزاوية

Dièdre : زوجي السطح

Dioptrique : علم الانكسار

Direction : منحى

Directrice : دليل

Distance angulaire : البعد الزاوي أو المسافة الزاوية

Diurne : يومي

Division harmonique : قسمة توافقية

(E)

Ecliptique : فلك البروج

Ellipse : قطع ناقص، اهليلج

Ellipsoïde : مجسم ناقص

Excentricité : اختلاف مركزي

Extrapolation: : الاستكمال الخارجي

(F)

Fonction : دالة

Fonction de second degré : دالة درجة ثانية

Fonction monotone : دالة وحيدة التغير

Fonction offine : دالة أفينية

Fonction polynôme : دالة متعددة الحدود

Foyer : بؤرة

(G)

Génératrice : راسمة

(H)

Homologue : مماثل

Hyperbole : قطع مكافئ

Hyperbole équilatère : قطع زائد قائم

Hyperboloïde : مجسّم زائد

(I)

Incidence : سقوط

Inclinaison : انحراف

Indice de réfraction : قرينة الانكسار

Inégalité : المتباينة

Interpolation linéaire : الاستكمال الخطي

Inversion : تعاكس

(L)

Lemme : مقدمة

(M)

Médiatrice : وسيط

Méridien : خط الزوال

Miroir concave : مرآة مقعّرة

Miroir convexe : مرآة محدّبة

(O)

Obliquité de l'écliptique : ميل فلك البروج

Opacité : كمدة

Ordonnée : إحداثية

Orthogonalité : تعامد

(P)

Parabole : قطع مكافئ

Paraboloïde : مجسم مكافئ

Paramètre	:	وسيط
Périgée	:	حضيض
Plan	:	مستوي
Plan tangent	:	مستوي مماس
Planète	:	كوكب
Points alignés	:	نقاط على خط مستقيم
Pôle	:	قطب
Postulat	:	مصادرة، مسلّمة
Précession	:	المبادرة
Premier ordre	:	المنزلة الأولى
Progression	:	متوالية
Projection cylindrique	:	اسقاط اسطواني
Projection stéréographique	:	اسقاط تسطيحي
Projection zénitale	:	اسقاط سمتي
Projetante	:	المسقط
Proposition	:	قضية
Puissance de l'inversion	:	قدرة التعاكس

(R)

Référence	:	إسناد
Retour inverse de la lumière	:	العودة المطابقة للضوء

(S)

Séculaire	:	قرني
Sections coniques	:	قطوع مخروطية
Série	:	متسلسلة
Signes zodiacaux	:	صور البروج
Similitude	:	تشابه
Sommet de la parabole	:	رأس القطع المكافئ
Sous - normale	:	تحعمودي
Sous - tangente	:	تحتمماس
Sphères concentriques	:	كرات متحدة المركز
Sphères excentriques	:	كرات مختلفة المركز
Stigmatisme	:	تسديد النظر
Surface	:	سطح
Surface de révolution	:	سطح دوراني
Symétrie	:	تماثل، تناظر

(T)

Tangente	:	مماس
Terme	:	حدّ
Théorème	:	مبرهنة
Triangle rectangle	:	مثلث قائم

(V)

Le Vertical	:	المتسامتة

(Z)

Zénith	:	سمت الرأس

المراجع

١ ـ العربية

كتب

ابن الأثير، أبو الحسن علي بن محمد. **الكامل في التاريخ**. تحقيق كارلوس يوهانس تورنبرغ. ليدن: بريل، ١٨٥١ ـ ١٨٧٦. ١٢ج.

ابن الجوزي، أبو الفرج عبد الرحمن بن علي. **المنتظم في تاريخ الملوك والأمم**. حيدرآباد ـ الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧ ـ ١٣٥٩هـ/١٩٣٨ ـ ١٩٤٠م. ١٠ ج.

ابن خلكان، أحمد بن محمد. **وفيات الأعيان وأنباء أبناء الزمان**. تحقيق محمد محيي الدين عبد الحميد. القاهرة: مكتبة النهضة المصرية، ١٩٤٨ ـ ١٩٤٩. ٦ ج.

ابن عراق، أبو نصر منصور بن علي. **رسائل أبي نصر بن عراق إلى البيروني**. حيدرآباد ـ الدكن: مطبعة جمعية دائرة المعارف، ١٩٤٨.

ابن النديم، أبو الفرج محمد بن اسحق. **الفهرست**. تحقيق رضا تجدد. طهران: [د.ن.]، ١٩٧١.

ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن. **الشكوك على بطليموس**. تحقيق عبد الحميد صبره ونبيل الشهابي؛ تصدير ابراهيم مدكور. القاهرة: مطبعة دار الكتب، ١٩٧١.

ــــــ. **مجموع الرسائل**. حيدرآباد ـ الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٣٥٧هـ/١٩٣٨ ـ ١٩٣٩م.

ــــــ. **المناظر**، المقالات الأولى، الثانية والثالثة. تحقيق عبد الحميد صبرا. الكويت: [د.ن.]، ١٩٨٣.

أبو البقاء. **الكليات**. تحقيق أ. درويش وم. المصري. دمشق: [د.ن.]، ١٩٧٤. ٥ ج.

أبو حيان التوحيدي، علي بن محمد بن علي بن العباس. **الامتاع والمؤانسة**. تحقيق أحمد أمين وأحمد الزين. [القاهرة]: مطبعة بولاق، [د.ت.].

أبو محيان الثقفي. **ديوان أبي محيان الثقفي**. حلب: منشورات م. فاخوري، ١٩٨٢.
أعمال ابراهيم بن سنان. تحقيق أحمد سليم سعيدان. الكويت: [د.ن.]، ١٩٨٣. (السلسلة التراثية؛ ٦)
البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. **الجماهر في معرفة الجواهر**. حيدرآباد: جمعية المعارف العثمانية، ١٣٥٥هـ/١٩٣٦م.
التيفاشي، شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف. **أزهار الأفكار في جواهر الأحجار**. تحقيق م. ي. حسن وم. ب. خفاجي. القاهرة: [د.ن.]، ١٩٧٧.
الحرّاني، أبو اسحق ابراهيم بن سنان بن ثابت بن قرة. **رسائل ابن السنان**. حيدرآباد - الدكن: دائرة المعارف العثمانية، ١٩٤٨.
ـــــــ. **المسائل المختارة**. الكويت: دار نشر سعيدان، ١٩٨٣.
داناسرشت، أكبر. **رسالة في تسطيح الكرة مع تلخيصها بالفارسية**. طهران: [د.ن.]، ١٩٧٣.
الطحناوي. **كشاف اصطلاحات الفنون**. تحقيق مولوي محمد وجيه، عبد الحق وغلام قادر. كالكوتا: [د.ن.]، ١٨٦٢. ٢ ج.
القلقشندي، أبو العباس أحمد بن علي. **صبح الاعشى في صناعة الانشا**. القاهرة: مطبعة بولاق، ١٩٦٣.
ميتز، أ. **الحضارة الإسلامية، عصر النهضة في الإسلام**. ط ٢. القاهرة: [د.ن.]، ١٩٤٨.
نظيف، مصطفى. **الحسن بن الهيثم، بحوثه وكشوفه البصرية**. القاهرة: جامعة فؤاد الأول، ١٩٤٢ - ١٩٤٣. ٢ ج.
ياقوت الحموي، شهاب الدين أبو عبد الله. **معجم البلدان**. تحقيق فرديناند وستنفلد. غوتنجن: [د.ن.]، ١٨٦٦ - ١٨٧٣. ٦ ج.

مخطوطات

ابن البناء. **رفع الحجاب**. استانبول، وهبي، مخطوط ١٠٠٦.
ابن سهل. **البرهان على أن الفلك ليس هو في غاية الصفاء**. دمشق، الظاهرية، ٤٨٧١؛ جانال، ١٧٠٦؛ لينينغراد، المؤسسة الشرقية ٨٩، مجموعة B، ١٠٣٠؛ اوكسفورد، مكتبة بودلين، مارش ٧١٣، واوكسفورد، مكتبة بودلين، ذارست ٣.
ـــــــ. **شرح كتاب صنعة الاسطرلاب لأبي سهل القوهي**. ليدن، شرقيات ١٤.

ـــــــ. **في خواص القطوع الثلاثة**. باريس، المكتبة الوطنية، ٢٩/٢٤٥٧.

ـــــــ. **كتاب تركيب المسائل التي حللها أبو سعد العلاء بن سهل**. القاهرة، دار الكتب، م. رياضة، ٨/٤١.

ـــــــ. **كتاب الحرّاقات**. دمشق، الظاهرية، ٤٨٧١، وطهران، ملّي، ٨٦٧.

ـــــــ. **مسألة هندسية**. دبلن، تشستر بيتي، ٣٦٥٢، واستانبول، سليمانية، راشت، ١١٩١.

ابن عيسى، أحمد. **كتاب المناظر والمرايا المحرقة على مذهب إقليدس في علل البصر**. استانبول، راغب باشا، ٧٩٩ ـ ٩٣٤.

ابن محمد، عطارد. **الأنوار المشرقة في عمل المرايا المحرقة**. استانبول، لالولي، ٢٧٥٩ (١).

ابن المعروف، تقي الدين. **كتاب نور حدقات الابصار ونور حدقات الأنظار**. اوكسفورد، مكتبة بودلين، مارش، ١١٩.

ابن الهيثم، أبو علي محمد بن الحسن. **خطوط الساعات**. استانبول، المتحف العسكري، ٣٠٢٥ وعاطف ٧/١٧١٤.

ـــــــ. **رسالة في الكرة المحرقة**. برلين، ستاتس ببليوتك، Oct. ٨/٢٩٧٠، واستانبول، عاطف ١٠/١٧١٤.

ـــــــ. ـــــــ. تحرير كمال الدين الفارسي. كولومبيا، شرقيات ٣٠١، ٨٨ ـ ٢٥٢٦؛ استانبول، سليمانية، آيا صوفيا، ٢٥٩٨؛ استانبول، توبكابي سراي، أحمد III، ٣٣٤٠؛ خودا ـ بخش ٢٩٤٥؛ ليدن، رقم ٢٠١، وطهران، مجلس شورى ٦٢٤٥١.

ـــــــ. **كتاب المناظر، المقالة السابعة**. استانبول، سليمانية، آيا صوفيا، ٢٢٤٨؛ استانبول، سليمانية، فاتح، ٣٢١٦، واستانبول، كوبرولو، ٩٥٢.

ـــــــ. **المناظر**. توبكابي سراي، أحمد III، ٣٣٩٩. المقالة الأولى: استانبول، فاتح، ٣٢١٢؛ المقالة الثانية: استانبول، فاتح، ٣٢١٣، توبكابي سراي، أحمد III، ١٨٩٩؛ المقالة الثالثة: استانبول، فاتح، ٣٢١٤، توبكابي سراي، أحمد III، ١٨٩٩؛ المقالة الرابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٥، والمقالة السابعة: استانبول، فاتح، ٣٢١٦ و٣٢٦١؛ استانبول، آيا صوفيا، ٢٢٤٨.

البوزجاني، أبو الوفاء. **رسالة في جمع أضلع المربعات والمكعبات**. مشهد، اسطان قدس ٣٩٣.

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. **استيعاب الوجوه الممكنة في صنعة الاسطرلاب**.

ليدن: مكتبة جامعة ليدن، ١٩٧١. مخطوط رقم ١٠٦٦.
ـــــ. **تسطيح الصور وتبطيح الكور**. ليدن، ١٠٦٨.
التيفاشي، شرف الدين أبو العباس أحمد بن يوسف. **الأحجار الملوكية**. استانبول، حسن حسنو باشا، ٦٠٠، والقاهرة: دار الكتب، مجموعة طبيعيات، تيمور ٩١.
ثابت بن قرة. **الرسالة المشوقة إلى العلوم**. طهران، مالك، ٦١٨٨.
دترومس. **كتاب ابلونيوس في أشكال الصنوبرية**. المكتبة البريطانية، ٧٤٧٣.
السجزي. **جواب أحمد بن محمد بن عبد الجليل عن مسائل هندسية**. استانبول، راشت، ١١٩١.
ـــــ. **رسالة أحمد بن محمد بن عبد الجليل إلى أبي علي نظيف بن يمن المتطبب في عمل مثلث حاد الزوايا من خطين مستقيمين مختلفين**. باريس، المكتبة الوطنية، ٢٤٥٧.
ـــــ. **كتاب أحمد بن محمد بن عبد الجليل في المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندسي شيراز وخراسان وتعليقاته**. دبلن، تشستر بيتي، ٣٦٥٢؛ استانبول، سليمانية، راشت، ١١٩١.
ـــــ. **المقالة الرابعة من كتاب إقليدس في الأصول**، الشكل العاشر. استانبول، راشت، ١١٩١.
الشنّي. **كشف تمويه أبي الجود في أمر ما قدّمه من المقدمتين لعمل المسبّع بزعمه**. القاهرة، دار الكتب، مجموعة فاضل ٤١ رياضة، مخطوطة رقم ٧٨٠٥.
الغندجاني. **القبلة**. اوكسفورد، مكتبة بودلين، ذارست ٣.
الفارسي، كمال الدين. **تنقيح المناظر لذوي الابصار والبصائر**. الهند، باتنا، خودا ـ بخش، ٢٤٥٥ و٢٤٥٦؛ الهند، متحف مهراجا منسنغ جابور؛ الهند، راذا، رامبور، ٣٦٨٧ و٦٤٤٤؛ ايران، اسطان قدس مشهد، ٥٤٨٠؛ طهران، سباسالار، ٥٥١ و٥٥٢، وروسيا، كيبيشيف.
الفرغاني. **الكامل**.
قسطا بن لوقا. **كتاب في علل ما يعرض في المرايا المحرقة من اختلاف المناظر**. مشهد، اسطان قدس، ٣٩٢.
القوهي. **رسالة في عمل المسبع المتساوي الاضلع في دائرة معلومة**. باريس، المكتبة الوطنية، ٤٨٢١.
ـــــ. **كتاب صنعة الاسطرلاب بالبرهان**. كولومبيا، شرقيات ٤٥، سميث، وليدن، شرقيات ١٤.
الكندي. **كتاب الشعاعات**. خودا ـ بخش، ٢٠٤٨.

المجسطي. **كتاب كامل الصناعة الطبية**. استانبول، مكتبة الجامعة، ٦٣٧٥.
اليزدي. **عيون الحساب**. استانبول، هزيناسي، ١٩٩٣.

دوريات

انبوبا، عادل. «تسبيع الدائرة.» (حول تاريخ هذه المسألة في الرياضيات العربية).
Journal for the History of Arabic Science: vol. 1, no. 2, 1977.

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. «الآثار الباقية عن القرون الخالية.» ed. by C.E. Sachau. *Chronologie Orientalischer Völker* (Leipzig): 1923.

ـــــــ. «تسطيح الصور وتبطيح الكور.» تحقيق أ. سعيدان. **المجلة العلمية** (الجمعية الأردنية ـ الأردن): السنة ٣، العددان ١ ـ ٢، ١٩٧٧.

الروذرواري، أبو شجاع. «ذيل كتاب تجارب الأمم.» تحقيق وترجمة هـ. ف. امدروز ود.س. مرجوليوث في: *The Eclipse of the Abbasid Caliphate*. Oxford: [n.pb.], 1921.

كرد علي. «مخطوط نادر.» **مجلة المجمع العلمي العربي**: العدد ٢٠، ١٩٤٥.

نظيف، مصطفى. «الحسن بن الهيثم والنهاية العلمية منه وأثره المطبوع على علم الدواء.» محاضرة ألقيت في ١٢ نيسان ١٩٣٩.

ـــــــ. «كمال الدين الفارسي وبعض بحوثه في علم الدواء.»
Publications of the Egyptian Society for the History of Science: no. 2, 1958.

٢ ـ الأجنبية

Books

Bergé, M. *Pour un humanisme vécu: Abū Hayyān al-Tawhīdī*. Damas: Institut français de Damas, 1979.

Clagett, Marshall. *Archimedes in the Middle Ages*. Philadelphia: American Philosophical Society, 1980.

——— (ed.). *Archimedes in the Middle Ages*. Madison, Wis.: University of Wisconsin Press, 1964.

Crombie, Alistair Cameron. *Robert Grossetest and the Origins of Experimental Science, 1100-1700*. Oxford: Clarendon Press, 1953.

Dictionary of Scientific Biography. New York: Scribner's Sons, 1972; 1973.

Diophante. *Les Arithmétiques*. Texte établi et traduit par R. Rashed. Paris: Les Belles lettres, 1984.

Eastwood, Bruce S. *Astronomy and Optics from Pliny to Descartes*. London: Variorum Reprints, 1989.

Euclides. *Euclidis Optica Opticorum Recensio Theonis, Catoptrica, Cum Scholi-*

is Antiquis. Edidit J. L. Heiberg. Leipzig: Teubner, 1895.
Huxley, George Leonard. *Anthemius of Tralles: A Study in Later Greek Geometry*. Cambridge, Mass.: [n. pb.], 1959. (Greek, Roman and Byzantine Monograghs; no. 1)
Huygens, Christiaan. *Œuvres complètes* (T. 13, Dioptrique 1653, 1666, 1685-1692). La Haye: [s. n.], 1916.
Ibn al-Haytham. *Opticæ Thesaurus Alhazeni Arabis Liber Septem*. Ed. par F. Risner and Basel (1572), with an Introduction by David C. Lindberg. 2nd ed. New York; London: Johnson Reprint, 1972.
Kongelige Danske Videnskabernes Selskab: Historisk - Filologiske Meddelelser. Copenhague: [n. pb.], 1927.
Kraemer J. L. *Humanism in the Renaissance of Islam*. Leiden: E. J. Brill, 1986.
Lejeune, Albert. *Euclide et Ptolénée, deux stades de l'optique géométrique grecque*. Louvain: [s. n.], 1948.
Lindberg, David. C. *Studies in the History of Medieval Optics*. London: Variorum Reprints, 1983.
Locust's Leg, A. *Studies in Honour of S. H. Taqigadeh*. London: [n. pb.], 1962.
Maulavi, Abdul Hamid. *Catalogue of the Arabic and Persian Manuscripts in the Oriental Public Library at Bankipore*. Patna: [n. pb.], 1937.
Metz, A. *Die Renaissance des Islams*. Ed. by H. Reckendorf. Heidelberg: [n. pb.], 1922. 2 vols.
Meyerhof, Max. *The Book of the Ten Treatises on the Eye Ascribed to Hunain Ibn Is-Hāq (809-877 A.D.)*. Cairo: [n. pb.], 1928.
Milhaud, G. *Descartes savant*. Paris: Félix Alcan, 1928.
Al. Muqaddasī, Muhammad Ibn Ahmad. *Kitāb Ahsan Al-Takāsīm fī ma'rifat al-Akālīm*. ed. by Michael Jan de Gœje. 2ème éd. Leiden; Leipzig: [n. pb.], 1906. (Bibliotheca Geographorum Arabicorum; 3)
National Museum of American History (U.S.). *Planispheric Astrolabes from the National Museum of American History*. Washington: Smithsonian Institution Press, 1984. (Smithsonian Studies in History and Technology; no. 45)
Omar, Saleh Beshara. *Ibn al-Haytham's Optics*. Chicago: Bibliotheca Islamica, 1977.
Priestley, John Boynton. *The History and Present State of Discoveries Relating to Vision, Light and Colours*. London: [n. pb.], 1772; New York: Kraus Reprint Co. Millwood, 1978.
Ptolemaeus, Claudius. *Composition mathématique de Claude Ptolémée*. Trad. de N. Halma. Paris: [s. n.], 1813. 2 vols.
———. *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*. éd. par Albert Lejeune. Louvain: Bibliothèque de l'université, bureaux du recueil, 1956. (Université de Louvain, recueil de Travaux d'histoire et de philologie; 4 sér. fasc. 8)
Rashid, Rushdi. *Dioclès, Anthémius de Tralles, Didyme et al.: Sur les miroirs ardents*.
———. *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathéma-*

tiques arabes. Paris: Les Belles lettres, 1984. (Collection sciences et philosophie arabes)
———. *Mathématiques infinitésimales aux IX-XIème siècles.*
———. *L'Œuvre optique d'al-Kindi.*
———. *Sharaf al-Dīn al-Tūsī. Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XIIème siècle*. Paris: Les Belles lettres, 1986.
——— (éd.). *Mathématiques et philosophie de l'antiquité à l'âge classique*. Paris: Centre national de la recherche scientifique, 1991.
Rœmer et la vitesse de la lumière. Paris: Ed. R. Taton, 1978.
Rosenfeld, B. *A History of Non - Euclidean Geometry: Evolution of the Concept of a Geometric Space*. New York: Springer-Verlag, 1988. (Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences; vol. 12)
Schramm, Matthias. *Ibn al-Haythams Weg zur Physik*. Wiesbaden: Fraj Steiner, 1963. (Bœthius; Texte und Abhandlungen zur Geschichte der Exakten Wissenschaften; Bd. 1)
Sezgin, F. *Geschichte des Arabischen Schrifttums*. Leiden: E. J. Brill, 1978.
Simon, G. *Le Regard, l'être et l'apparence dans l'optique de l'antiquité*. Paris: Seuil, 1988.
Ver Eecke, P. *Les Opuscules mathématiques de Didyme, Diophane et Anthémius*. Paris: Bruges, 1940.
Vossius, Isaac. *De Lucis natura et proprietate*. Amstelodami: Apud Ludovicum & Danielem Elzevirios, 1662.

Periodicals

Anbouba, Adel. «Construction de l'heptagone régulier par les arabes au 4ème siècle de l'hégire.» *Journal for the History of Arabic Science:* vol. 2, no. 2, 1978.
Berggren, J. L. «Al Bīrūnī on Plane Maps of the Sphere.» *Journal for the History of Arabic Science:* vol. 6, nos. 1-2, 1982.
———. The Correspondence of Abū Sahl al-Kūhi and Abū Ishāq al-Sābī: A Translation with Commentaries.» *Journal for the History of Arabic Science:* vol. 7, nos. 1-2, 1983.
Hamadanizadeh, J. «Interprolation Schemes in Dustūr al-Munajjimīn.» *Centaurus:* vol. 22, no. 1, 1978.
Heath, Th. «The Fragment of Anthemius on Burning Mirrors and the Fragmentum Mathematicum Bobiense.» *Bibliotheca Mathematica:* vol. 7, ser. 3, 1906-1907.
Heiberg, J. L. and E. Wiedemann. «Ibn al-Haiṯams Schrift über Parabolische Hohlspiegel.» *Bibliotheca Mathematica:* vol. 3, no. 10, 1909-1910.
Al-Kindī. «Al-kindi, Tideus und Pseudo-Euclid. Drei Optische Werke.» Herausgegeben und Erklärt von Axel A. Björnbo und Seb. Vogl. *Abhandlung zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften* (Leipzig, Berlin): vol. 26, no. 3, 1912.
Korteweg, D. J. «Descartes et les manuscripts de Snellius.» *Revue de*

métaphysique et de morale: no. 4, 1896.
Krause, Max. «Stambuler Handschriften Islamischer Mathematiker.» *Quellen und Studien zur Mathematik, Astronomie und Physik:* Bd. 3, no. 4, 1936.
Lejeune, Albert. «Recherches sur la catoptrique grecque, d'après les sources antiques et médiévales.» *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique. Classe des sciences:* vol. 52, no. 2, 1957.
Neugebauer, O. «The Early History of the Astrolabe.» Studies in Ancient Astronomy, IX. *Isis*: vol. 40, no. 3, 1949.
Ragep, J. and E. S. Kennedy. «A Description of Zāhiriyya (Damascus) Ms 4871.» *Journal for the History of Arabic Science:* vol. 5, nos. 1-2, 1981.
Rashid, Rushdi. «La Construction de l'heptagone régulier par Ibn al-Haytham.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 3, no. 2, 1979.
———. «Le Discours de la lumière d'Ibn al-Haytham: Traduction française critique.» *Revue d'histoire des sciences:* no. 21, 1968.
———. «Matériaux pour l'histoire des nombres amiables et de l'analyse combinatoire.» *Journal for the History of Arabic Science:* no. 6, 1982.
———. «Optique géométrique et doctrine optique chez Ibn al-Haytham.» *Archive for History of Exact Sciences:* vol. 6, no. 4, 1970.
———. «A Pioneer in Anaclastics: Ibn Sahl on Burning Mirrors and Lenses.» *Isis*: no. 81, 1990.
———. «Al-Sijzī et Maïmonide: Commentaire mathématique et philosophique de la proposition 11-14 des coniques d'Apollonius.» *Archives internationales d'histoire des sciences:* vol. 37, no. 119, 1987.
Rosenfeld, B. «A Medieval Physico-Mathematical Manuscript Newly Discovered in the Kuibyshev Regional Library.» *Historia Mathematica:* no. 2, 1975.
Schramm, Matthias. «Steps towards the Idea of Function: A Comparison between Eastern and Western Science in the Middle Ages.» *History of Science:* vol. 4, 1965.
Suter, H. «Über die Projektion der Sternbilder und der Länder von al-Bīrūnī.» *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin:* no. 4, 1922.
Waard, C. de. «Le Manuscript perdu de Snellius sur la réfraction.» *Janus*: no. 39, 1935.
Weidemann, E. «Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften -XIX- über die Brechung des Lichtes in Kugeln nach Ibn al-Haitam und Kamāl al-Dīn al-Fārisī.» *Sitzungsberichte der Physikalische-Medizinischen Sozietät in Erlangen:* Bd. 13, 1910.
———. «Ibn al-Haytham, ein Arabischer Gelehrter.» *Festschrift für J. Rosenthal* (Leipzig): 1906.
———. «Zur Geschichte der Brennspiegel.» *Annalen der Physik und Chemie:* N.S. 39, 1890.
Winter, H. J. and W. Arafat. «A Discourse on the Concave Spherical Mirror by Ibn al-Haytham.» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal:* 3rd ser.: *Science*, no. 16, 1950.

———. «Ibn al-Haitham on the Paraboloidal Focusing Mirror.» *Journal of the Royal Asiatic Society of Bengal:* 3rd ser.: *Science*, no. 15, 1949.
Woepcke, M. F. «Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafâ.» *Journal asiatique:* 5ème ser., no. 5, avril 1855.
———. «Trois traités arabes sur le compas parfait.» *Bibliothèque impériale et autres bibliothèques:* vol. 22, 1874.

Theses

Mawaldi, M. «L'Algèbre de Kamāl al-Dīn al-Fārisī, analyse mathématique et étude historique.» (Thèse de doctorat non publiée, Paris III, 1988). 3 tomes.

Conferences

Actes du congrès international d'histoire des sciences, Paris, 1968. Paris: [s. n.], 1971.

فهرس

(أ)